

EXERCICES CORRIGES SUR LE TRANSFORMATEUR MONOPHASE

EXERCICE N°1 :

La puissance apparente d'un transformateur monophasé 5,0 kV / 230 V ; 50 Hz est S = 21 kVA. La section du circuit magnétique est s = 60 cm² et la valeur maximale du champ magnétique $\hat{B} = 1,1T$.

L'essai à vide a donné les résultats suivants :

$$U_1 = 5\,000\text{ V} ; U_{20} = 230\text{ V} ; I_{10} = 0,50\text{ A} \text{ et } P_{10} = 250\text{ W}.$$

L'essai en court-circuit avec $I_{2CC} = I_{2n}$ a donné les résultats suivants :

$$P_{1CC} = 300\text{ W} \text{ et } U_{1CC} = 200\text{ V}.$$

- 1- Calculer le nombre de spires N_1 au primaire.
- 2- Calculer le rapport de transformation m et le nombre N_2 de spires au secondaire.
- 3- Quel est le facteur de puissance à vide de ce transformateur ?
- 4- Quelle est l'intensité efficace du courant secondaire I_{2n} ?
- 5- Déterminer les éléments R_s ; Z_s et X_s de ce transformateur.
- 6- Calculer le rendement de ce transformateur lorsqu'il débite un courant d'intensité nominale dans une charge inductive de facteur de puissance 0,83.

REPONSE :

- 1- En utilisant le théorème de Boucherot : $U_1 = 4,44 N_1 s f \hat{B}$, on en déduit :

$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 s f \hat{B}} = \frac{5000}{4,44 \times 60 \cdot (10^{-2})^2 \times 50 \times 1,1} = 3413 \text{ spires}$$

$$2- m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{230}{5000} = 0,046 \text{ et } m = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow N_2 = m \cdot N_1 = 0,046 \times 3413 = 157 \text{ spires}.$$

$$3- P_{10} = P_F \text{ et } \cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_1 \cdot I_{10}} = \frac{250}{5000 \times 0,5} = 0,1$$

$$4- S = U_{1n} \cdot I_{1n} = U_{20} \cdot I_{2n} \text{ soit } I_{2n} = \frac{S}{U_{20}} = \frac{21 \cdot 10^3}{230} = 91,3\text{ A}.$$

$$5- R_s = \frac{P_{1CC}}{I_{2CC}^2} = \frac{300}{91,3^2} = 36\text{ m}\Omega$$

$$Z_s = \frac{m \cdot U_{1CC}}{I_{2CC}} = 0,1\Omega$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{0,1^2 - 0,036^2} = 94\text{ m}\Omega.$$

- 7- Pour déterminer le rendement, il faut déjà déterminer la tension U_2 aux bornes de la charge soit en utilisant la méthode graphique ($\underline{U}_{2V} = R_s \cdot I_2 + jX_s \cdot I_2 + \underline{U}_2$) soit en utilisant l'expression approchée de la chute de tension :

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_s \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_s \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 \text{ soit}$$

$$\Delta U_2 = 36 \cdot 10^{-3} \times 91,3 \times 0,83 + 94 \cdot 10^{-3} \times 91,3 \times \sin(\cos^{-1} 0,83) = 7,51\text{ V} . \text{ On en déduit}$$

$$U_2 :$$

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 230 - 7,51 = 222,5\text{ V} . \text{ On calcule ensuite } P_2 \text{ et } P_1 :$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 222,5 \times 91,3 \times 0,83 = 16,86\text{ kW} ;$$

$$P_1 = P_2 + P_F + P_C = 16,86 \cdot 10^3 + 250 + 300 = 17,41\text{ kW} \text{ et } \eta = \frac{P_2}{P_1} = 96,8\%$$

EXERCICE N°2 :

L'étude d'un transformateur monophasé a donné les résultats suivants :

Mesure en continu des résistances des enroulements à la température de

fonctionnement : $r_1 = 0,2\ \Omega$ et $r_2 = 0,007\ \Omega$.

Essai à vide : $U_1 = U_{1n} = 2\,300\text{ V}$; $U_{20} = 240\text{ V}$; $I_{10} = 1,0\text{ A}$ et $P_{10} = 275\text{ W}$.

Essai en court-circuit : $U_{1CC} = 40\text{ V}$; $I_{2CC} = 200$.

- 1- Calculer le rapport de transformation m.
- 2- Montrer que dans l'essai à vide les pertes Joule sont négligeables devant P_{10} .
- 3- Déterminer la valeur de la résistance ramenée au secondaire R_s .
- 4- Calculer la valeur de P_{1CC} .
- 5- Déterminer X_s .
- 6- Déterminer par la méthode de votre choix, la tension aux bornes du secondaire lorsqu'il débite un courant d'intensité $I_2 = 180\text{ A}$ dans une charge capacitive de facteur de puissance 0,9.
- 7- Quel est alors le rendement.

REPONSE :

$$1- m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{240}{2300} = 0,104.$$

$$2- P_{10} = P_F + r_1 \cdot I_{10}^2 . \text{ On montre que } r_1 \cdot I_{10}^2 \ll P_F \text{ donc } P_{1V} = P_F .$$

$$3- R_s = r_2 + m^2 \cdot r_1 = 0,007 + 0,104^2 \cdot 0,2 = 9,18 \cdot 10^{-3}\ \Omega .$$

$$4- P_{1CC} = R_s \cdot I_{2CC}^2 = 9,18 \cdot 10^{-3} \times 200^2 = 367,1\text{ W} .$$

$$5- \text{On calcule en premier } Z_s. \quad Z_s = \frac{m \cdot U_{1CC}}{I_{2CC}} = \frac{0,104 \times 40}{200} = 20 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} = \sqrt{(20 \cdot 10^{-3})^2 - (9,18 \cdot 10^{-3})^2} = 17,7\text{ m}\Omega$$

$$6- \Delta U_2 = U_{20} - U_2 = R_s \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_s \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 \text{ avec } \varphi_2 < 0 \text{ car charge capacitive.}$$

$$\Delta U_2 = 9,18 \cdot 10^{-3} \times 180 \times 0,9 - 17,7 \cdot 10^{-3} \times 180 \times \sin(\cos^{-1} 0,9) = 0,93\text{ V}$$

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 240 - 0,93 = 239,9\text{ V}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 239,9 \times 180 \times 0,9 = 38,86\text{ kW}$$

!! Ici, le courant I_2 est différent que I_{2CC} !!

$$P_1 = P_2 + P_F + P_C = P_2 + P_F + R_s \cdot I_2^2 = 38,86 \cdot 10^3 + 275 + 9,18 \cdot 10^{-3} \times 180^2 = 39,44\text{ kW}$$

$$\eta = 98,5\%$$

EXERCICE N°3 :

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné les résultats suivants :

Essai à vide sous tension primaire nominale :

$$U_{1n} = 2,20 \text{ kV} ; f = 50 \text{ Hz} ;$$

Valeur efficace de l'intensité du courant mesuré au primaire :

$$U_{20} = 230 \text{ V} ;$$

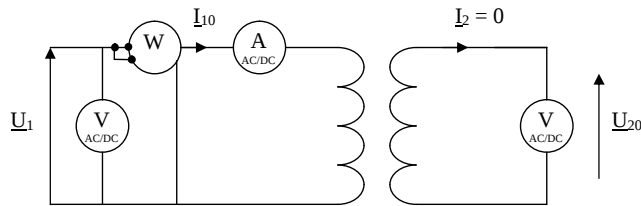
Puissance active mesurée au primaire :

$$P_{10} = 700 \text{ W} ;$$

Essai en court-circuit sous tension primaire réduite :

$$U_{1cc} = 130 \text{ V} ; I_{2cc} = 200 \text{ A} \text{ et } P_{1cc} = 1,50 \text{ kW}.$$

- 1- Proposer un schéma de câblage du transformateur permettant lors de l'essai à vide, avec tous les appareils pour mesurer I_{10} , U_{20} , P_{10} en indiquant le type d'appareil choisi.



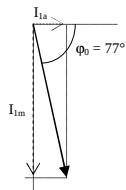
- 2- Calculer le rapport de transformation m :

$$m = \frac{U_{20}}{U_{1n}} = \frac{230}{2200} = 0,104$$

- 3- Calculer le facteur de puissance du transformateur lors de l'essai à vide :

$$P_{10} = U_{10} \cdot I_{10} \cdot \cos \varphi_{10} \Rightarrow \cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_{10} \cdot I_{10}} = \frac{700}{2200 \times 1,5} = 0,212$$

- 4- On note I_{1m} la valeur efficace de la composante réactive de l'intensité I_{10} . Calculer I_{1m} (appelé parfois courant magnétisant).

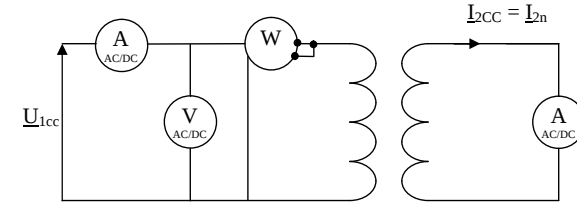


La composante magnétisante I_{1m} est :

$$I_{1m} = I_{10} \cdot \sin \varphi_{10} = 1,5 \times \sin(77^\circ) = 1,46 \text{ A}$$

- 5- On appelle R_s la résistance des enroulement ramené au secondaire et X_s la réactance ramené au secondaire.

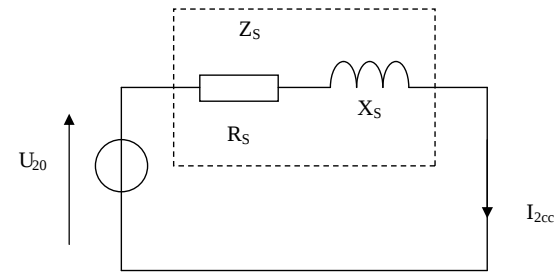
- a- Proposer un schéma de câblage du transformateur lors de l'essai en court-circuit, avec tous les appareils permettant de mesurer U_{1cc} , I_{1cc} , P_{1cc} .



- b- Pourquoi cet essai est-il réalisé sous tension primaire réduite ?

Le secondaire étant court-circuité, seule la résistance de l'enroulement du secondaire limite l'intensité du courant I_{2cc} . Comme cette résistance est très faible, il suffit d'une tension primaire réduite ($U_2 = mU_1$) pour obtenir une intensité de court-circuit égale à l'intensité nominale.

- c- Faire un schéma électrique équivalent du transformateur ramené au secondaire pour cet essai ; y porter toutes les grandeurs électriques.



- d- Que représente la puissance active P_{1cc} lors de cet essai ?

Cette puissance représente les pertes par effet Joule ou pertes cuivres.

- e- Calculer R_s .

$$P_{1cc} = R_1 \cdot I_{1cc}^2 + R_2 \cdot I_{2cc}^2$$

or

$$I_{1cc} = m \cdot I_{2cc} \text{ d'où } P_{1cc} = m^2 \cdot R_1 \cdot I_{2cc}^2 + R_2 \cdot I_{2cc}^2 = (m^2 \cdot R_1 + R_2) I_{2cc}^2$$

$$P_{1cc} = R_s \cdot I_{2cc}^2 \text{ avec } R_s = m^2 \cdot R_1 + R_2.$$

$$\text{A.N. : } R_s = \frac{1500}{200^2} = 37,5 \text{ m}\Omega$$

f- Calculer le module de l'impédance Z_S ramené au secondaire. Montrer que

$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} \text{ . Calculer } X_S.$$

$$E_S = Z_S \cdot I_{2CC}$$

$$\begin{cases} E_S = m \cdot U_{1cc} \\ I_{2cc} = \frac{I_{1cc}}{m} \end{cases} \Rightarrow m U_{1cc} = Z_S \cdot \frac{I_{1cc}}{m} \text{ soit } Z_S = m^2 \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

ou
$$Z_S = m \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{2cc}}$$

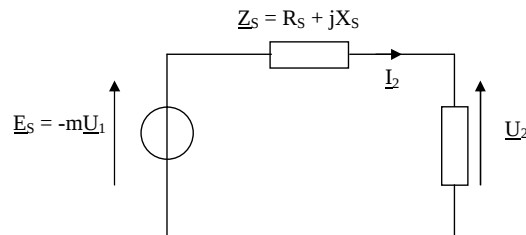
$$A.N : Z_S = 0,104 \cdot \frac{130}{200} = 67,9 \text{ m}\Omega \text{ et}$$

$$X_S = \sqrt{0,067^2 - 0,037^2} = 56,7 \text{ m}\Omega \text{ .}$$

6- Le secondaire alimente maintenant une charge inductive de facteur de puissance 0,8.

$U_{1n} = 2,2 \text{ kV}$. On relève $I_{2n} = 200 \text{ A}$.

a- Faire un schéma électrique équivalent du montage, le transformateur étant représenté par son modèle ramené au secondaire.



b- Calculer une valeur approchée de U_2 .

$$U_2 = U_{20} - \Delta U_2 = 230 - (0,0375 \times 200 \times 0,8 + 0,0567 \times 200 \times 0,6) = 217,2 \text{ V}$$

c- En déduire la puissance active fournie à la charge.

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2 = 217,2 \times 200 \times 0,8 = 34,75 \text{ kW}$$

d- Quel est la valeur des pertes dans le fer P_f ? ... des pertes Joules P_j ? et calculer la puissance active P_1 .

Comme le transformateur fonctionne sous les grandeurs nominales et que l'essai à vide s'est fait sous ces grandeurs, $P_f = 700 \text{ W}$.

Idem pour les pertes Joules : $P_j = 1500 \text{ W}$

$$\text{D'où } P_1 = P_f + P_j + P_2 = 700 + 1500 + 34751 = 36,95 \text{ kW .}$$

e- Calculer le rendement du transformateur η :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{34,75}{36,95} = 94\%$$

EXERCICE N°4 :

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné :

- A vide : $U_1 = 220 \text{ V}$, 50 Hz (tension nominale du primaire) ;
 $U_{20} = 44 \text{ V}$; $P_{10} = 80 \text{ W}$ et $I_{10} = 1 \text{ A}$.
- En continu au primaire ; $U_1 = 5 \text{ V}$; $I_1 = 10 \text{ A}$.
- En court-circuit : $U_{1cc} = 40 \text{ V}$; $P_{1CC} = 250 \text{ W}$; $I_{1CC} = 20 \text{ A}$ (courant nominale primaire).

1.1 Déterminer le rapport de transformation, et le nombre de spires du secondaire si l'on compte 520 au primaire.

$$m = \frac{U_{20}}{U_1} = \frac{44}{220} = 0,2 \text{ et } N_2 = m \cdot N_1 = 0,2 \times 520 = 104 \text{ spires}$$

1.2 Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide. En admettant que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables dans l'essai en court circuit.

$$\text{Calcul de } R_1 : R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{5}{10} = 0,5 \Omega$$

Les pertes mesurées lors de l'essai à vide sont : $P_{10} = P_f + R_1 \cdot I_{10}^2$

Soit $P_f = P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 = 80 - 0,5 \times 1^2 = 79,5 \text{ W}$ (les pertes Joule pour cet essai sont négligeables ; elles représentent 1% des pertes !).

Les pertes mesurées lors de l'essai en court circuit sont : $P_{1CC} = P_C + P_f$

$$\text{Or, } P_f = k \cdot U_1^2 \Rightarrow k = \frac{P_f}{U_1^2} = \frac{80}{220^2} = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ (pour l'essai à vide).}$$

Pour l'essai en court-circuit : $U_{1cc} = 40 \text{ V}$ d'où $P_f = 1,65 \cdot 10^{-3} \cdot 40^2 = 2,64 \text{ W}$.

Soit, $P_j = P_{1CC} - P_f = 250 - 2,64 = 247,4 \text{ W}$ (les pertes fer pour cet essai représentent 1% des pertes totales, donc elles sont négligeables).

1.3 Déterminer les valeurs de X_S et R_S .

$$P_{1cc} = R_S \cdot I_{2cc}^2 \Rightarrow R_S = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} = m^2 \cdot \frac{P_{1CC}}{I_{1cc}^2} = 0,2^2 \cdot \frac{250}{20^2} = 25 \text{ m}\Omega$$

$$m U_{1CC} = Z_S \cdot \frac{I_{1cc}}{m} \Rightarrow Z_S = m^2 \cdot \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}} = 80 \text{ m}\Omega \text{ d'où}$$

$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{(80 \cdot 10^{-3})^2 - (25 \cdot 10^{-3})^2} = 76 \text{ m}\Omega$$

2- Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0,9 (charge inductive).