Université Abdelhafid Boussouf - Mila
Institut des Mathématiques et informatique
Département des Mathématiques

$2024 - 2025$

Master 1 : MMTD

Série no 3 : Gestion des Stocks

Exercice 1. *Dans une entreprise la demande pour un article suit une distribution normale avec une moyenne de* 1000 *unités par mois et un écart type de* 100 *unités. Les stocks sont vérifiés tous les trois mois, et le délai de réapprovisionnement est constant à un mois. L'entreprise utilise une politique de commande visant un niveau de service de* 95%.

1. *Calculer le niveau de stock cible. Quelle est la taille de la commande ?*
2. *L'entreprise souhaitait savoir combien cela coûterait de passer à un niveau de service de* 98% *si le coût de détention est de* $20DA$ *par unité et par mois.*

Exercice 2. *Chaque année, un magasin de meubles vend en moyenne* 1200 *fauteuils. La demande annuelle de fauteuils est distribuée normalement avec un écart-type de* 60 *fauteuils. Le magasin se procure ses fauteuils auprès d'un fournisseur local, et le coût de lancement d'une commande est de* 80 *DA. Le coût annuel de possession d'un fauteuil en stock est de* $15DA$. *Le délai de livraison pour une commande est de* 3 *semaines. Le magasin adopte une politique de gestion des stocks basée sur le point de commande.*

1. *Déterminer les paramètres de ce modèle de gestion du stock pour un niveau de service de* 95%.
2. *Quel est le niveau de service si le magasin décide d'avoir un stock de sécurité de* 2 *fauteuils ?*

Exercice 3. *Un détaillant garantit un niveau de service de 95 % pour tous les articles en stock. Les stocks sont livrés par un grossiste qui a un délai de réapprovisionnement fixe de 4 semaines. Quel niveau de réapprovisionnement le détaillant doit-il utiliser pour un article dont la demande suit une distribution normale avec une moyenne de 100 unités par semaine et un écart-type de 10 unités ? Quel est le niveau de réapprovisionnement avec un niveau de service de 98 % ?*

Exercice 4. *Un entrepôt utilise un* ***système mixte*** *pour gérer ses stocks. Les paramètres de gestion sont les suivants :*

— *La* ***demande quotidienne*** *suit une loi normale* $D \sim \mathcal{N}(50, 25)$ *(moyenne* 50 *unités, écart-type* 5*).*
— *Le stock est évalué à intervalles réguliers de* ***7 jours*** $(T = 7)$.
— *Le* ***point de commande*** *est fixé à* $r = 200$ *unités.*
— *Le* ***stock cible*** *est* $R = 500$ *unités.*
— *Les délais de réapprovisionnement sont constants et égaux à* 2 *jours.*
— *Le coût de stockage est de* ***0,5DA par unité par jour****.*
— *Le coût de commande est de* ***100DA par commande****.*
— *Le coût de rupture est estimé à* ***5DA par unité non satisfaite****.*

1. *déterminer le stock de sécurité SS pour un niveau de service de* 95%.
2. *Déterminer le stock initial nécessaire pour assurer un fonctionnement sans rupture au début du cycle de gestion.*
3. *Simuler une semaine de gestion :*

- *La demande réelle chaque jour est tirée aléatoirement de la distribution* $D \sim \mathcal{N}(50, 25)$.
- *Le stock initial est de* 500 *unités.*
- *Appliquer la règle du système mixte : si le stock tombe en dessous de* $r = 200$, *déclencher une commande. Sinon, évaluer à la fin de la semaine et commander si nécessaire.*

4. *Calculer les coûts associés pour la semaine.*
5. *En augmentant le niveau cible* R *ou en ajustant le point de commande* r, *comment les coûts évolueraient-ils ?*

Solution Exercice 1

Données du problème

- Moyenne de la demande mensuelle (D) : 1000 unités/mois
- Écart type de la demande mensuelle (σ) : 100 unités/mois
- Période de révision (T) : 3 mois
- Délai de réapprovisionnement (LT) : 1 mois
- Niveau de service initial (95%) : $Z = 1.64$
- Niveau de service proposé (98%) : $Z = 2.05$
- Coût de détention (HC) : 20 DA/unit/mois

Calculs

1. Calcul du niveau de stock cible et de la taille de commande pour un niveau de service de 95%

La demande totale sur la période $T + LT = 3 + 1 = 4$ mois suit une loi normale avec :

$$\begin{aligned} \text{Moyenne :} \quad & \mu_{T+LT} = D \times (T + LT) = 1000 \times 4 = 4000 \text{ unités}, \\ \text{Écart type :} \quad & \sigma_{T+LT} = \sigma \times \sqrt{T + LT} = 100 \times \sqrt{4} = 100 \times 2 = 200 \text{ unités}. \end{aligned}$$

Le stock de sécurité (SS) est donné par :

$$SS = Z \times \sigma_{T+LT} = 1.64 \times 200 = 328 \text{ unités}.$$

Le niveau de stock cible est alors :

$$\text{Stock cible} = \mu_{T+LT} + SS = 4000 + 328 = 4328 \text{ unités}.$$

La taille de commande correspond à la quantité nécessaire pour ramener le stock au niveau cible, soit :

$$\text{Taille de la commande} = \text{Stock cible} - \text{Stock disponible}.$$

2. Coût pour un niveau de service de 98%

Avec un niveau de service de 98% ($Z = 2.05$) :

$$SS = Z \times \sigma_{T+LT} = 2.05 \times 200 = 410 \text{ unités}.$$

Le nouveau niveau de stock cible est :

$$\text{Stock cible} = \mu_{T+LT} + SS = 4000 + 410 = 4410 \text{ unités}.$$

Le coût de détention supplémentaire pour augmenter le niveau de service est basé sur l'augmentation du stock de sécurité :

$$\begin{aligned}\text{Coût supplémentaire} &= (\text{Nouveau } SS - \text{Ancien } SS) \times HC \times (T + LT) \\ &= (410 - 328) \times 20 \times 4 \\ &= 82 \times 20 \times 4 \\ &= 6560\,\text{DA.}\end{aligned}$$

Résultats

- **Pour un niveau de service de 95% :**
  - Stock de sécurité : 328 unités
  - Niveau de stock cible : 4328 unités
  - Taille de commande : dépend du stock disponible.
- **Pour un niveau de service de 98% :**
  - Stock de sécurité : 410 unités
  - Nouveau niveau de stock cible : 4410 unités
  - Coût supplémentaire pour augmenter le niveau de service : 6560 DA.

Solution Exercice 2

1. Calculs pour un niveau de service de 95%

Données fournies :

- Moyenne de la demande annuelle (D) : 1200 fauteuils/an
- Écart-type de la demande annuelle (σ) : 60 fauteuils/an
- Coût de lancement d'une commande (S) : 80 DA
- Coût annuel de possession (H) : 15 DA
- Délai de livraison (LT) : 3 semaines
- Année commerciale (T) : 52 semaines
- Niveau de service cible (Z) pour 95% : $Z = 1.64$

a. Demande hebdomadaire moyenne (d) :

$$d = \frac{D}{T} = \frac{1200}{52} \approx 23.08\,\text{fauteuils/semaine}$$

b. Écart-type de la demande pendant le délai (σ_{LT}) :

$$\sigma_{LT} = \sigma \times \sqrt{\frac{LT}{T}} = \frac{60}{52} \times \sqrt{3} \approx 2\,\text{fauteuils}$$

c. Stock de sécurité (SS) :

$$SS = Z \times \sigma_{LT} = 1.64 \times 2 \approx 3.3\,\text{fauteuils (arrondi à 4 fauteuils)}$$

d. Point de commande (ROL) :

$$R = d \times LT + SS = 23.08 \times 3 + 4 \approx 73.24 \, \text{fauteuils (arrondi à 74 fauteuils)}$$

2. Niveau de service pour un stock de sécurité de 20 **fauteuils :**

Le niveau de service est déterminé par le facteur Z, lié au stock de sécurité par la formule :

$$SS = Z \times \sigma_{LT}$$

En isolant Z :

$$Z = \frac{SS}{\sigma_{LT}} = \frac{20}{2} \approx 1$$

En consultant une table de la loi normale, un $Z = 1.00$ correspond à un **niveau de service de** 84.13%.

Solution Exercice 3

Données du problème

— Niveau de service initial : 95% ($Z = 1.64$)
— Niveau de service proposé : 98% ($Z = 2.05$)
— Délai de réapprovisionnement (LT) : 4 semaines
— Demande moyenne (D) : 100 unités/semaine
— Écart-type de la demande (σ) : 10 unités/semaine

Formule du niveau de réapprovisionnement (ROL)

Le niveau de réapprovisionnement est donné par la formule :

$$ROL = \text{Demande pendant le délai} + \text{Stock de sécurité}$$

où :

$$\text{Demande pendant le délai} = LT \times D, \quad \text{Stock de sécurité} = Z \times \sigma \times \sqrt{LT}.$$

Calcul pour un niveau de service de 95%

Pour $Z = 1.64$:

$$\text{Demande pendant le délai} = 4 \times 100 = 400 \, \text{unités,}$$
$$\text{Stock de sécurité} = 1.64 \times 10 \times \sqrt{4} = 1.64 \times 10 \times 2 = 32.8 \, \text{unités.}$$

Ainsi, le niveau de réapprovisionnement est :

$$ROL = 400 + 32.8 = 432.8 \approx 433 \, \text{unités.}$$

Calcul pour un niveau de service de 98%

Pour $Z = 2.05$:

$$\text{Stock de sécurité} = 2.05 \times 10 \times \sqrt{4} = 2.05 \times 10 \times 2 = 41 \text{ unités.}$$

Le niveau de réapprovisionnement devient :

$$ROL = 400 + 41 = 441 \text{ unités.}$$

Résultats

- Pour un niveau de service de 95% :
  - Niveau de réapprovisionnement (ROL) : 433 unités.
- Pour un niveau de service de 98% :
  - Niveau de réapprovisionnement (ROL) : 441 unités.

Solution Exercice 4

1. Calcul du stock de sécurité (SS) :
Le stock de sécurité est donné par :

$$SS = z \cdot \sigma_D \cdot \sqrt{L},$$

où :
- z est le quantile correspondant au niveau de service 95% ($z = 1,645$),
- σ_D est l'écart-type de la demande quotidienne ($\sigma_D = 5$),
- L est le délai de réapprovisionnement ($L = 2$).

Substituons les valeurs :

$$SS = 1,645 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \approx 1,645 \cdot 5 \cdot 1,414 \approx 11,62.$$

Ainsi, le stock de sécurité est :

$$SS \approx 12 \text{ unités.}$$

2. Calcul du stock initial :
Le stock initial est calculé à partir de la formule :

$$\text{Stock initial} = R + SS - (\text{Demande moyenne pendant } L).$$

Avec :

$$\text{Demande moyenne pendant } L = 50 \cdot 2 = 100 \text{ unités.}$$

Substituons :

$$\text{Stock initial} = 500 + 12 - 100 = 412 \text{ unités.}$$

Ainsi, le stock initial doit être :

$$\text{Stock initial} = 412 \text{ unités.}$$

3. Simulation d'une semaine de gestion :
Les hypothèses et règles :

— La demande quotidienne est tirée de $D \sim \mathcal{N}(50, 25)$ (arrondi à l'entier).
— Une commande est déclenchée si le stock tombe en dessous de $r = 200$.

Prenons un stock initial de 500 unités et simulons la semaine.

Jour	**Demande réelle**	**Stock restant**	**Action**	**Q. commandée**	**Stock après commande**
1	55	$500 - 55 = 445$	Aucune action	-	445
2	60	$445 - 60 = 385$	Aucune action	-	385
3	48	$385 - 48 = 337$	Aucune action	-	337
4	70	$337 - 70 = 267$	Aucune action	-	267
5	80	$267 - 80 = 187$	Commande déclenchée	$500 - 187 = 313$	500
6	45	$500 - 45 = 455$	Aucune action	-	455
7	50	$455 - 50 = 405$	Aucune action	-	405

4. Calcul des coûts associés :

Les coûts sont calculés comme suit :

— **Coût de stockage :**

$$\text{Coût de stockage} = \text{Stock moyen} \cdot 0,5.$$

Le stock moyen est donné par :

$$\text{Stock moyen} = \frac{\text{Stock initial} + \text{Stock final}}{2} = \frac{500 + 405}{2} = 452,5.$$

Donc :

$$\text{Coût de stockage} = 452,5 \cdot 0,5 = 226,25\,\text{DA}.$$

— **Coût de commande :** Une commande a été passée, donc :

$$\text{Coût de commande} = 1 \cdot 100 = 100\,\text{DA}.$$

— **Coût de rupture :** Aucun stock n'a atteint zéro, donc :

$$\text{Coût de rupture} = 0\,\text{DA}.$$

Le coût total est alors :

$$\text{Coût total} = \text{Coût de stockage} + \text{Coût de commande} + \text{Coût de rupture}.$$

$$\text{Coût total} = 226,25 + 100 + 0 = 326,25\,\text{DA}.$$

5. Impact de l'ajustement des paramètres (R et r) :

— **Augmenter R (niveau cible) :** Cela augmenterait le stock moyen et donc le coût de stockage, mais réduirait le risque de rupture.
— **Diminuer r (point de commande) :** Cela retarderait les commandes, augmentant le risque de rupture. Cependant, les coûts de stockage diminueraient.

Conclusion : Un ajustement des paramètres R et r permet d'équilibrer les coûts de stockage et de rupture pour optimiser la gestion des stocks.