Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf de Mila
Institut des Mathématiques et informatiques
Première Année Master Mathématiques Appliquées et Fondamentales 2024/2025

Matière : *Équations aux différences*
Responsable : *Y. Halim*

Série de TD N° 3

Exercice 1 : (Suplemntaire)

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \frac{1}{x_{n-1}}, \quad n \geq 0 \tag{1}$$

avec les valeurs initilaes x_{-1}, x_0 sont des nombres réels non nules.

1. Détrminer les points d'équilibres de l'équation (1).
2. Montrer que la solution de l'équation (1) est périodique de période p (déterminer la valeur de p).
3. Les points d'équilibres de l'équation (1) sont-ils globalemnet stable ?
4. Déduire la forme de solution de l'équation (1).

Exercice 2 :

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \alpha + \frac{x_{n-1}}{x_n}, \quad n \geq 0. \tag{2}$$

avec α, x_0 et $x_{-1} \in]0, +\infty[$.

1. Déterminer les points d'équilibres de l'équation (2).
2. Étudier la stabilité locale asymptotique du point d'équilibre pour $\alpha > 1$.
3. Que direz vous pour le cas $0 < \alpha < 1$.

Exercice 3 :(Examen 2019)

Soit l'équation aux différences

$$x_{n+1} = \frac{\alpha + \beta x_{n-1}}{1 + x_n}. \tag{3}$$

avec $x_{-1}, x_0 \geq 0$ et $\alpha, \beta > 0$.

1. Montrer que si $\alpha < 1$, alors le seul point d'équilibre $\overline{x}$ est localement asymptotiquement stable.

   Supposons existe $A > 0$ tel que $x_n \leq A, \forall n \geq 0$ et $\alpha < 1$.
2. Montrer que $\overline{x}$ est globalement asymptotiquement stable.