Centre universitaire de Mila

Institut de Mathématiques et informatique
3ème année licence mathématiques appliquées 2024/2025
Matière : Analyse numérique matricielle

Série 03

Exercice 01 :

Soit la matrice A définit par : $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$
1) Detrminer les matrices d'itération de Jacobi J et de Gauss seidel G.
2) Calculer $\rho(J)$, $\rho(G)$
3) Oue peut -on conclure pour la convergence de deux méthodes.

Exercice 02 :

Soit $A \in M_n(K)$; et $\|.\|$ une norme matricielle. Montrer alors que :

$$\rho(A) \leq \|A\|$$

Exercice 03 :

Soit l'application $\|.\|_E$: $\begin{cases} M_n \to \mathbb{R} & \mathbb{R} \\ A \mapsto \|A\|_E = (\sum\limits_{1\leq i,j\leq n} |a_{ij}|^2)^{1\backslash 2} = \sqrt{tr(A^*A)} \end{cases}$
1) Montrer que $\|.\|_E$ est une norme matricielle et non subordonnée par $n \geq 2$.
2) Montrer que $\|A\|_E \leq \sqrt{n}\, |\|A\|_E|_2$, pour tout $A \in M_n$.
3) Montrer que $\|AU\|_E = \|A\|_E$, pour U une matrice unitaire.

Exercice 04 :

Soit $\|.\|$ une norme matricielle, B une matrice telle que $\|B\| \leq 1$ et I la matrice identité. Montrer alors que :
1) $I + B$ et $I - B$ ne sont pas singulier.
2) $\left\|(I + B)^{-1}\right\| \leq \frac{1}{1-\|B\|}$