Institut des Sciences de la Nature et de la Vie
Sciences biologiques, / Sciences Agronomiques / Semestre 3 / Section A

1- Ecoulements laminaires et turbulents :

Un liquide est le siége de frottements internes. Si l'on met en mouvement une région d'un liquide on constate 2 choses

a- Ce mouvement se communique de proche en proche aux regions voisines

b- Qu'il s'affaiblit progressivement si l'on cesse de l'entretenir. Ces frottements liquidiens sont dus aux forces d'attractions de Van der Walls (attraction moléculaire) qui s'opposent aux mouvements relatifs des molécules voisines.
Ces frottements internes des fluides sont appelés viscosité.

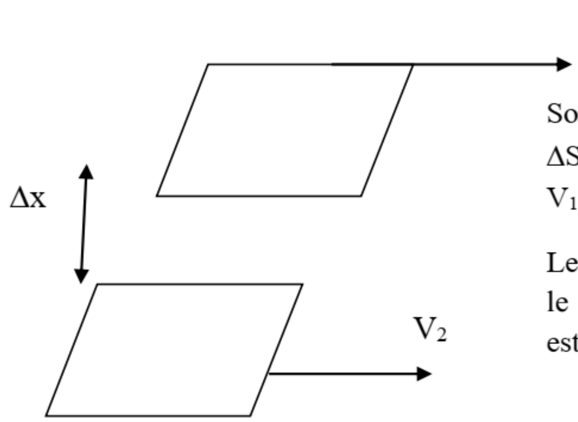


Figure 5.1

Soient deux surfaces liquides parallèles Figure 5.1 d'aire ΔS distances de Δx et animées de deux vitesses différentes V_1 et V_2. Elles ont une vitesse relative $\Delta V=V_1-V_2$.

Le parallélisme de vitesse de 2 couches voisines caractérise le régime d'écoulement laminaire(distribution des vitesses est la même)

La force de viscosité est :

$$\Delta f = \eta \, \Delta S \, \frac{\Delta V}{\Delta x} \quad , \; \frac{\Delta V}{\Delta x} \text{ est le gradient de vitesse}$$

η : le coefficient de viscosité du liquide.

La présence de la viscosité entraine donc, lors de l'écoulement régulier d'un fluide dans un tube horizontal, une différence de pression entre les extrémités de ce tube :

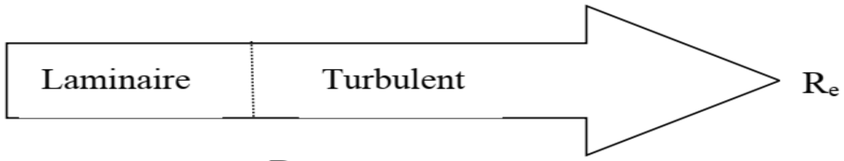
C'est-à-dire qu'on observe une perte de charge. On constate que la pression diminue proportionnellement à la distance parcourue par le fluide. Lors de son écoulement un fluide peut présenter deux régimes d'écoulement : un écoulement laminaire ou un écoulement turbulent. La transition du régime laminaire au régime turbulent dépend d'un facteur le nombre de Reynolds Re.

$$R_e = \rho \frac{v\,D}{\eta}$$

R_e c'est un nombre sans dimension, ρ : masse volumique du fluide en kg/m^3, v : vitesse découlement en m s^{-1}, D : diamètre du tube en m

η :la viscosité du fluide en kg m^{-1}s^{-1}

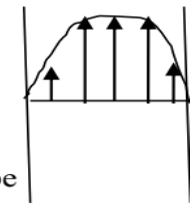
La transition du régime laminaire au régime turbulent s'observe Figure 5.2 pour $R_e \approx R_{ec} = 2000$



0 R_{ec} Figure 5.2

Si on prend un tube cylindrique suffisamment étroit (tube capillaire), le seul régime d'écoulement possible est un régime laminaire car les couche de fluide glissent les unes sur les autres sans se mélanger. La vitesse d'écoulement à une distribution parabolique, elle est nulle sur les parois et elle passe par un maximum au centre du tube.

Le débit volumique (volume par seconde) (m^3/s) dans ce tube est donnée par la formule de Poiseuille :



$$Q_v = \frac{\pi}{8\eta}\frac{\Delta P}{L} R^4$$ Régime laminaire, linéaire ou de Poiseuille)

L: la longueur de tube, ΔP : Différence de pression entre l'entrée et la sortie du tube

R : rayon du tube

La vitesse moyenne est $\overline{V} = \dfrac{\Delta P\, R^2}{8\,\eta\, L}$

$\dfrac{\Delta P}{L}$: Représente la perte de charge par unité de longueur

2- **Résistance à l'écoulement et mesures de la viscosité**

a- Résistance à l'écoulement :

On définit la résistance à l'écoulement par la grandeur R :

$$R = \frac{8\,\eta\, L}{\pi\, R^4} = \frac{128\,\eta\, L}{\pi\, D^4}$$ Avec D = 2 R et $R = \dfrac{\Delta P}{Q_v}$

Dans le cas d'un système de conduits en série , les résistances à l'écoulement s'ajoutent

$$R_T = \sum_{i=1}^{n} R_i = R_1 + R_2 + \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots$$

Dans le cas d'un système d'écoulement en parallèles la résistance totale à l'écoulement est donnée par :

$$\frac{1}{R_T}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Application : modèle de la circulation pulmonaire :

- Le sang arrive par le cœur droit passe par les capillaires, en contact avec les alvéoles pulmonaires, et ressort par le cœur gauche Figure 5.3.

La circulation est constituée par différentes réseaux :

Le réseaux artériel : Artére $\longrightarrow$ Artérioles $\longrightarrow$ capillaires

Le réseaux veineux : capillaires $\longrightarrow$ veinules $\longrightarrow$ veine.

$\longrightarrow$ Cœur droit $\longrightarrow$ Poumons $\longrightarrow$ Cœur gauche $\longrightarrow$

Figure 5.3

b- Mesures de la viscosité :

Il y'a plusieurs méthodes de mesures de la viscosité parmi lesquelles :

-Viscosimètre d'ostwald(loi de poiseuille)

-Viscosimètre de Hoppler (Loi de stokes)

-Cylindre tournant de covelle.

On va détailler dans ce qui suit le viscosimètre de Hoppler :

On laisse tomber une sphère solide, en chute libre, entre 2 divisions de l'appareil remplit d'un liquide de viscosité connue $\eta_0$et on mesure le temps de chute t_0 la distance parcourue $x_0=v_0\ t_0$ (mesurée) -1-

On recommence l'opération avec la même sphère dans un autre liquide de viscosité inconnue η_1 qui parcourt la même distance $x_1=v_1\ t_1$ tel que $x_1=x_0$ -2-

-1- = -2- $\Longrightarrow$ $v_1\ t_1=v_0\ t_0$ $\Longrightarrow$ $\dfrac{t_0}{t_1}=\dfrac{v_1}{v_0}$ -3-

En utilisant la loi de Stokes :

$$v_1 = \frac{2}{9} r^2 (\rho_2 - \rho_1) \frac{g}{\eta_1}$$

$$v_0 = \frac{2}{9} r^2 (\rho_2 - \rho_0) \frac{g}{\eta_0}$$

ρ_2 : masse volumique du solide, ρ_1 : masse volumique du liquide 1 et ρ_0 : masse volumique du liquide 0.

$$\Longrightarrow \qquad \frac{v_1}{v_0} = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 - \rho_0)} \frac{\eta_0}{\eta_1} \qquad \text{-4-}$$

$$\text{-3- = -4-} \quad \Longrightarrow \quad \frac{t_0}{t_1} = \frac{v_1}{v_0} = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 - \rho_0)} \frac{\eta_0}{\eta_1}$$

On déduit la viscosité η_1 du liquide

3- Loi de Stokes

Un solide sphérique de rayon r qui se déplace à une vitesse v dans un fluide rencontre de la part du liquide une résistance due à viscosité du milieu η, cette force qui s'oppose à la force de mouvement du solide vaut :

$f = 6\,\pi\,\eta\,r\,V$ (la loi de Stokes).

Si la force motrice de mouvement $\overrightarrow{F_m}$ est la pesanteur corrigée de la poussée d'Archimède notée $\overrightarrow{F_a}$. La force motrice est donné par cette équation : $\overrightarrow{F_m} = \vec{P} + \overrightarrow{F_a}$. La vitesse de chute devient constante quand cette force motrice est équilibrée par la force de frottement.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{F_a} + \vec{f} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -(\overrightarrow{F_a} + \vec{f})$$

$$\Leftrightarrow |P| = |F_a + f|$$

$$\Leftrightarrow m\,g = F_a + 6\pi\,\eta\,r\,V$$

$$\rho_1 \frac{4}{3} \pi r^3 g = \rho_2 \frac{4}{3} \pi r^3 g + 6\pi\,\eta\,r\,V$$

$$V = \frac{2}{9} r^2 (\rho_1 - \rho_2) \frac{g}{\eta}$$ Loi de Stokes (vitesse de chute)

La vitesse de chute vari donc comme le carré du rayon. Les grains les plus gros sédimentent et la vitesse est négligeable si les grains sont suffisamment petite.

3-1 Application : mesure de la vitesse de sédimentation

Mesure de la vitesse de sédimentation dans le cas ou les particules(globules rouges) sont soumises à la pesanteur g ensuite à une accélération centrifuge γ.

Le sang peut être considérée comme une suspension de globules rouges(ou hématies) dans le plasma de viscosité $\eta=1.46\ 10^{-3}$ pas s qui sont soumises à la pesanteur g.

Les globules rouges seront considérés comme sphériques de rayon moyen $r=2.7\ \mu m$. La masse volumique des globules rouges $\rho_0=$ 1100 kg/m^3,La masse volumique du plasma $\rho_{1=}$ 1020 kg/m^3, $g=9.8\ m/s^2$