المحور الرابع

طريقة التحليل بالمحاور الرئيسة Principal Axes Factoring Analysis Method

يعتمد هذا الأسلوب على مصفوفة الارتباط المختزلة (Reduced Matrix)، فهي طريقة تتشابه مع طريقة المكونات الرئيسة في استخراج العوامل ونمذجة المتغيرات على هيئة توليفة خطية من العوامل غير المرتبطة، إلا أنها تختلف عنها في النقاط التالية:

1- تعمل طريقة المحاور الرئيسة على استخراج الحد الأدنى من العوامل المفسرة للتباين المشترك في المتغيرات.
2- تقوم بحساب الاشتراكيات ووضعها في القطر الرئيسي للمصفوفة بدلا من (الواحد الصحيح) كما هو الحال في طريقة المكونات الرئيسة.
3- التباين محل الاهتمام هو التباين المشترك (V_{com})، في حين ينصب اهتمام طريقة المكونات الرئيسة على التباين الكلي $(V_t = V_{com} + V_{sp} + V_e)$.

ولهذه الأسباب تعد طريقة المحاور الرئيسة أكثر كفاءة من طريقة المكونات الرئيسة. وهي التي نستخدمها في حل التطبيق الآتي:

تطبيق على التحليل بالمحاور الرئيسة

لاحظ مدير تعليم إحدى الولايات النائية تدني المستوى التعليمي في الولاية، وقام بدراسة استطلاعية للتعرف على أبرز المشكلات التي تعاني منها مدارس الولاية، وخلصت الدراسة إلى وجود عشر مشكلات هي كالتالي:

الرمز	المشكلة
P_1	استمرار تدفق تعيين المعلمين حديثي التخرج في الولاية
P_2	افتقار المدارس القائمة إلى المرافق الضرورية لأداء الرسالة التربوية
P_3	ضعف متابعة أولياء التلاميذ لأبنائهم
P_4	تكليف المعلمين بتدريس مواد دراسية لا تمت بصلة لتخصصاتهم
P_5	افتقاد التعاون بين المدارس مما يعيق عملية تكامل الأدوار
P_6	عدم كفاية الدعم الذي تتلقاه المدرسة من المؤسسات المجتمعية الأخرى
P_7	تدني مستوى مشاركة المعلمين في صنع القرار المدرسي
P_8	افتقاد التلاميذ الوقت الكافي للمذاكرة جراء تكليف الأسرة له للقيام بأعمال حرفية وزراعية
P_9	عدم كفاية الموارد المالية لتنفيذ الأنشطة الطلابية
P_{10}	افتقار المدارس للوسائل التعليمية والتجهيزات الضرورية

المطلوب هو: اجراء التحليل العاملي للبيانات المعطاة في الجدول الآتيبطريقة المحاور الرئيسة.

الحل:

مخرجات البرنامج الإحصائي SPSS

تظهر نتائج التحليل بالمحاور الرئيسة في عدة جداول:

الجدول الأول: يتعلق بمدى استيفاء الافتراض الأول (معامل التحديد $R^2 \neq 0$) وهو محقق حتى ولو كان صغيرا جدا، وهو ما يشير إلى وجود تكرار في المتغيرات، أي اشتقاق بعضها من بعض. علما أن: معامل التحديد يمكن حسابه من العلاقة التالية: القيم الذاتية (الجذور الكامنة) مدرجة في العمود الأول من جدول التباين الكلي المفسر $Total\ Variance\ Explained$ وهي:

الجدول (1) القيم الذاتية (الجذور الكامنة)

3.268
2.157
1.422
0.716
0.574
0.544
0.466
0.332
0.294
0.228

وحاصل ضرب هذه القيم هو $D = (3.268)(2.157) \ldots\ldots (0.228) = 0.0232$

كما يمكن الحصول عليه تحت مصفوفة الارتباط على الشكل التالي:

$$\frac{Correlation\ Matrix^a}{a.Determinant = 2.323E-02}$$

الجدول الثاني: يشير إلى مدى تحقق الافتراضين الثاني والثالث:

الجدول (2) *KMO and Bartlett's Test*

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Samling Adequacy		0.715
Bartlett's Test of Sphericity	Approx Chi-Square	356.811
	df	45
	Sig	.000

فاختبار بارتليت دال إحصائيا، مما يعني وجود ارتباط بين المتغيرات.

وتشير قيمة اختبار KMO والتي بلغت *0.715* إلى أن الافتراض الثالث قد تحقق فنسبة التباين قد تجاوزت *0.50*.

الجدول الثالث: يتعلق بمصفوفة معاملات الارتباط

الجدول (3)$Correlation\ Matrix$

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
Correlation P_1	**1**	**-0.252**	**0.161**	**0,633**	**0,506**	**0,168**	**0,620**	**0,142**	**-0,147**	**-0,364**
P_2		**1**	**0,45**	**0,430**	**-0,171**	**-0,051**	**-0,154**	**-0,069**	**0,477**	**0,643**
P_3			**1**	**0,060**	**0,100**	**0,610**	**0,052**	**0,615**	**0,081**	**0,042**
P_4				**1**	**0,384**	**0,025**	**0,359**	**0,097**	**-0,183**	**-0,410**
P_5					**1**	**0,154**	**0,473**	**0,105**	**-0,121**	**-0,338**
P_6						**1**	**0,118**	**0,442**	**0,043**	**-0,012**
P_7							**1**	**0,095**	**-0,105**	**-0,218**
P_8								**1**	**0,003**	**-0,026**
P_9									**1**	**0,579**
P_{10}										**1**

الجدول الرابع: يفيد في التحقق من مدى استيفاء الافتراض الرابع المتعلق بمقياس كفاية العينة لكل متغير، وبتتبع **الأرقام القطرية** المؤشر عليها بالحرف (a) نجدها تتجاوز الحد المحكي وهو: (0.50)مما يشير إلى أن كفاية المتغيرات مستوفية للافتراض الرابع. ولو كان أحد المتغيرات أو أكثر قد حصل على قيمة منخفضة عن (0.50) لوجب حذف تلك المتغيرات، ومن ثم إعادة التحليل مرة أخرى.

الجدول (4)

Anti-image Matrices

		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Anti-image Correlation	P1	.702[a]	-.149	-8.72E-02	-.505	-.143	-7.41E-02	-.474	2.462E-02	-5.65E-03	.159
	P2	-.149	.697[a]	-.108	.319	-.103	.129	5.139E-02	7.843E-02	-.179	-.454
	P3	-8.72E-02	-.108	.617[a]	-3.26E-02	7.089E-03	-.475	9.661E-02	-.492	-2.03E-02	-8.00E-03
	P4	-.505	.319	-3.26E-02	.728[a]	-.102	.141	8.103E-02	-2.94E-02	-8.47E-02	2.681E-02
	P5	-.143	-.103	7.089E-03	-.102	.838[a]	-8.61E-02	-.251	-7.20E-03	-5.08E-02	.215
	P6	-7.41E-02	.129	-.475	.141	-8.61E-02	.689[a]	-3.15E-02	-9.19E-02	-4.36E-02	-3.31E-02
	P7	-.474	5.139E-02	9.661E-02	8.103E-02	-.251	-3.15E-02	.727[a]	-4.98E-02	3.066E-02	-8.15E-02
	P8	2.462E-02	7.843E-02	-.492	-2.94E-02	-7.20E-03	-9.19E-02	-4.98E-02	.706[a]	1.658E-02	-2.65E-02
	P9	-5.65E-03	-.179	-2.03E-02	-8.47E-02	-5.08E-02	-4.36E-02	3.066E-02	1.658E-02	.753[a]	-.410
	P10	.159	-.454	-8.00E-03	2.681E-02	.215	-3.31E-02	-8.15E-02	-2.65E-02	-.410	.728[a]

a. Measures of Sampling Adequacy(MSA)

وللتعرف على كيفية حساب قيم كفاية العينة لكل متغير، ينبغي الإشارة إلى أن **المعاملات الصورية** ما هي إلا معاملات الارتباط الجزئية الثنائية بين المتغيرات، بمعنى أن العلاقة بين متغيرين يتم حسابها في ظل عزل بقية المتغيرات. وتستخدم هذه المعاملات الجزئية جنبا إلى جنب مع معاملات الارتباط العادية في استخراج قيم كفاية العينة لكل متغير وذلك وفقا للعلاقة التالية:

$$\mathbf{KMO} = \frac{\sum \boldsymbol{r^2}}{\sum \boldsymbol{r^2} + \sum \boldsymbol{partial^2}}$$

ويمكن تطبيق هذه العلاقة على المتغير (P_1) والتي بلغت قيمة كفاية العينة له (0.702) وهذا يتطلب الحصول على مجموع مربعات معاملات الارتباط ومجموع مربعات معاملات الارتباط الجزئي، وذلك من خلال الجدول التالي:

معاملات الارتباط		معاملات الارتباط الجزئية		
r^2	r	r^2	r	درجة ارتباط المتغير (P_1)
0.0538	-0.2320	0.222	-0.1490	P_2
0.0259	0.1610	0.0076	-0.0872	P_3
0.4007	0.6330	0.2550	-0.5050	P_4
0.2560	0.5060	0.0204	-0.1430	P_5
0.0282	0.1680	0.0055	-0.0741	P_6
0.3844	0.6200	0.2247	-0.4740	P_7
0.0202	0.1420	0.0006	0.0246	P_8
0.0216	-0.1470	0.0000	-0.0056	P_9
0.1325	-0.3640	0.0253	0.1590	P_{10}
1.32	**المجموع**	**0.56**	**المجموع**	

وبعد استخراج القيم اللازمة يمكن تطبيق العلاقة، والحصول على النتيجة ذاتها الظاهرة في الجدول:

$$\mathbf{KMO} = \frac{\mathbf{1.32}}{\mathbf{1.32 + 0.56}} = \mathbf{0.702}$$

الجدول الخامس: يشير إلى الاشتراكيات (الشيوع) الأولية $(Initial\ Communalities)$ والاشتراكيات المستخرجة $(Extraction\ Communalities)$، حيث أن الأول عبارة عن مربع قيمة الارتباط المتعدد بين المتغير من جهة وكافة المتغيرات من جهة أخرى.

الجدول (5) الاشتراكيات الأولية والمستخرجة

	Initial	***Extraction***
P_1	0.620	0.834
P_2	0.500	0.577
P_3	0.539	0.849
P_4	0.506	0.458
P_5	0.345	0.374
6	0.406	0.444
P_7	0.432	0.466
P_8	0.396	0.450
P_9	0.369	0.419
P_{10}	0.577	0.769

وللتأكيد على أن هذه القيمة هي مربع قيمة الارتباط المتعدد نقوم باستخدام تحليل الانحدار المتعدد، نعتبر P_1 هو المتغير التابع وبقية المتغيرات هي المستقلة فنحصل على الجدول التالي:

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std Erroe of The Estimate
1	$\cdot 787^a$	0.620	0.582	1.1704

a. Predictors: $(Constant)\ P_{10}; P_6; P_7; P_8; P_4; P_5; P_9; P_2; P_3$

نلاحظ أن مربع قيمة معامل الارتباط المتعدد هي نفسها الواردة في الاشتراكيات الأولية (0.620)، وهكذا بالنسبة لبقية القيم الواردة في العمود الأول. أما العمود الثاني فيتعلق بقيم الاشتراكيات المستخرجة، وهي حاصل مجموع مربعات تشبعات المتغير في العوامل المستخرجة والتي نوضحها من خلال الجدول التالي:

$Factors\ Matrix^a$

	العوامل		
	1	**2**	**3**
P_1	0.793	8.778E-2	0.444
P_2	-0.578	0.287	0.400
P_3	0.226	0.860	-0.242
P_4	0.656	-8.40E-02	0.145
P_5	0.559	4.953E-02	0.242
P_6	0.235	0.604	-0.158
P_7	0.560	4.929E-02	0.367
P_8	0.244	0.589	-0.210
P_9	-0.417	0.317	0.380
P_{10}	-0.708	0.354	0.377

Extraction Method : Pricipal Axis Factoring

3 factor extracted 18 iterations required

من خلال ما سبق يمكن حساب الاشتراكيات المستخرجة (النهائية) للمتغير الأول P_1 على النحو التالي:

$$h_1^2(P_1) = (0.793)^2 + (0.08778)^2 + (0.444)^2 = 0.834$$

وهي القيمة الواردة في العمود الثاني في جدول الاشتراكيات للمتغير الأول.

الجدول السادس: يبين قيمة الجذر الكامن (القيمة الذاتية) لكل عامل، ويتكون الجدول من ثلاثة أقسام كما هو موضح أدناه.

الجدول (6) التباين الكلي المفسر Total Variance Explained

	Initial Eigen values			Extraction Sums of Squqred Loadings			Rotation Sums of Squqred Loadings		
Factors	Total	*% of* Var	Cumulative%	Total	*% of* Var	Cumulative%	Total	*% of* Var	Cumulative%
1	3.268	32.676	32.676	2.862	28.616	28.616	2.085	20.846	20.846
2	2.167	21.507	64.243	1.779	17.787	46.403	1.806	18.061	138.907
3	1.422	14.216	68.459	1.00	10.000	56.403	1.750	17.496	56.403
4	0.716	7.105	75.623						
5	0.574	5.735	81.359						
6	0.544	5.437	86.796						
7	0.466	4.664	91.460						
8	0.332	3.322	94.782						
9	0.294	2.941	97.723						
10	0.228	2.277	100.00						

Extraction Method : Principal Axis Factoring

تظهر القيم في القسم الثاني أصغر من القيم في السم الأول كما هو الحال في هذا التطبيق جراء استخدام طريق المحاور الرئيس.

ويوضح العمود الأول $(Total)$ في القسم الأول قيم الجذر الكامن لكافة العوامل (علما أن كمية التباين = مجموع الجذور الكامنة = عدد المتغيرات) -على اعتبار أن كل متغير سيكون ممثلا بقيمة الواحد الصحيح – فإن مجموع هذا العمود = 10.

طبقنا طريقة المحاور الرئيسة، فيجب أن ينصب اهتمامنا على القسمين الثاني والثالث حيث:

- قيم القسم الثاني تختص بالجذور الكامنة قبل عملية التدوير؛
- وقيم القسم الثالث تختص بالجذور الكامنة بعد عملية التدوير؛
- ويتشابه القسمان في النسب الإجمالية للتباين المفسر (56.403%)، ويختلفان في توزيع تلك النسب على العوامل الثلاثة.

يتم استخراج الجذر الكامن من خلال مجموع مربعات تشبع المتغيرات في العوامل، مثلا:

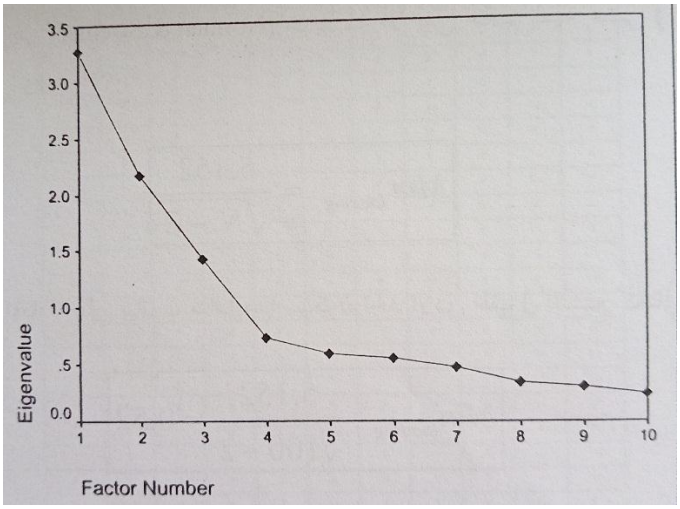
الجذر الكامن الأكبر في القسم الثاني بلغ (*2.86*) = مجموع مربعات تشبعات المتغيرات في العامل الأول قبل تدوير المحاور كما هو موضح أدناه:

التشبعات	مربع التشبعات
0.793	0.629
-0.578	0.334
0.226	0.051
0.656	0.430
0.559	0.312
0.235	0.055
0.560	0.314
0.244	0.060
-0.417	0.174
-0.708	0.501
المجموع	**2.86**

وتسري هذه الآلية على جميع الجذور الكامنة سواء قبل عملية التدوير أو بعدها، شريطة أن تدرج التشبعات ذات الصلة.

ويتضح من الجدول أن ثلاثة عوامل تم استخراجها وفقا **لمحك كايزر** (**الجذر الكامن** $\geq$ **1**). ومن الأفضل استخدام طريقة كاتيل لمقارنة النتائج والتأكد من صحة هذا الاستنتاج.

الرسم البياني لكاتيل *Scree Plot*



من خلال الرسم البياني لكاتيل يتضح أن عدد العوامل ذات الاتجاه العمودي النازل هي ثلاثة فقط، وابتداء من العامل الرابع تميل العوامل للاتجاه الأفقي، وهذا يؤكد أن عدد العوامل في هذا التطبيق هي ثلاثة فقط.

الجدول السابع: يمثل مصفوفة العوامل بعد التدوير، وهي مصفوفة تتسم بالوضوح مما يسهل عملية التفسير، فالتدوير يعمل على تعظيم التشبعات الكبيرة وتحجيم التشبعات الصغيرة، وقد تم الضغط على خيار إخفاء التشبعات التي تقل عن (0.4). وهذا بدوره ساعد في تسهيل قراءة المصفوفة والتي اتضح من خلالها:

- تشبع أربعة متغيرات في العامل الأول؛
- وتشبع ثلاثة متغيرات في كل من العاملين الثاني والثالث.

وينبغي الإشارة إلى أن هناك عدة اتجاهات تتعلق بقيمة التشبع الذي ينبغي أن يؤخذ بعين الاعتبار، وهي:

- **الاتجاه الأول**: وهو الأكثر شيوعا، ويتمثل في قبول التشبع إذا تجاوز (0.3)؛
- **الاتجاه الثاني**: هو اتجاه متحفظ يوصي به فورد وزملاؤه، حيث يتم إهمال أي تشبع يقل عن (0.4)؛
- **الاتجاه الثالث**: يقوم على صيغة رياضية قدمها كل من (Norman and Streiner)، شريطة أن لا يقل حجم العينة عن 100 وهي كالتالي: $\boldsymbol{Min_{loading} = \frac{5.152}{\sqrt{N-2}}}$

وبتطبيق العلاقة على بيانات هذا التطبيق يكون الحد الأدنى المقبول للتشبع هو:

$$\boldsymbol{Min_{loading} = \frac{5.152}{\sqrt{100-2}} = 0.52}$$

وبالنظر إلى التشبعات في الجدول الآتي، يتبين أن التي تجاوزت الحد الأدنى لكافة الاتجاهات الثلاثة هي:

الجدول (7) Rotated Factor Matrix^a

	Factors		
	1	2	3
P_1	0.895		
P_2		0.740	
P_3			0.917
P_4	0.591		
P_5	0.585		
P_6			0.658
P_7	0.679		
P_8			0.666
P_9		0.643	
P_{10}		0.830	

Extraction Method : Principal Axis Factoring

Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization

a. Rotation Converged in 5 iterations

الجدول الثامن: وهي الخطوة الأخيرة في التحليل العاملي والتي تتمثل في تسمية العوامل بالاعتماد على ما يلي:

- **الترميز (Symbolic)**: كأن يعطى لكل عامل رمزا معينا مثلا: (F_1)؛
- **الوصف (Descriptive)**: استخدام مفاهيم مختصرة تعكس بوضوح طبيعة المتغيرات التي تضمنها العامل؛
- **السببية (Causal)**: تتجاوز الوصف إلى البحث عن المؤثرات التي تتسبب في تشكيل العامل على النحو الذي تشكل به، بمعنى محاولة سبر الأغوار من خلال الإجابة عن السؤال: **"لماذا تضمن متغيرات معينة؟"**.

وبالنظر إلى العوامل الثلاثة يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

العامل	نسبة التباين المفسر	المتغيرات	وصف العامل
الأول	%20.846	$P_1; P_4; P_5; P_7$	التنظيمي
الثاني	%18.061	$P_2; P_9; P_{10};$	المادي
الثالث	%17.496	$P_3; P_6; P_8;$	البيئي

تبنينا الطريق الشائع في تفسير العوامل، وهي طريق الوصف، ويمكن استخدام الطريق السببية. فمثلا:

المتأمل لطبيع المتغيرات (المشكلات) التي تضمنها العامل الأول قد يخرج بتصور أن السبب في ذلك قد يرجع إلى **(افتقاد اللوائح والأنظمة)**، وإذا كانت اللوائح والأنظمة موجودة بالفعل فيمكن تسمية هذا العامل **(ضعف متابعة تطبيق اللوائح والأنظمة)** بمعنى أن التفسير السببي ينبغي أن يأخذ بعين الاعتبار ما يلي:

- طبيعة المتغيرات التي تشبعت بالعامل؛
- الإلمام بالظروف ذات الصلة بالظاهرة محل الدراسة؛
- الاعتماد على النظريات والاتجاهات السائدة في الحقل الذي تنتمي إليه الظاهرة محل الدراسة.

الجدير بالذكر أن العامل الأول الذي فسر أكبر قدر من التباين، يشار إليه بالنموذج الذي كشف عن أكبر قدر من العلاقات في البيانات محل التحليل، وينبغي عدم تجاوز هذا الأمر عند عملية التحليل.