

Serie d'exercices III

Exercice 1:

Soit $(B_t)_{t \geq 0}$ un mouvement brownien et X_t un processus stochastique donné par:

$$X_t = \int_0^t s dB_s$$

- 1) Déterminer les valeurs de: $\mathbb{E}(X_t)$, $var(X_t)$.
- 2) Déterminer la loi de X_t .
- 3) Déterminer $cov(B_t, X_t)$.

Exercice 2:

Soit $(B_t)_{t \geq 0}$ un mouvement brownien et Y_t un processus défini par:

$$Y_t = \int_0^t B_s dB_s$$

- 1) Déterminer: $\mathbb{E}(Y_t)$ et $var(Y_t)$.
- 2) Par intégration par parties: démontrer:

$$d(sB_s) = B_s ds + s dB_s$$

déduire:

$$\int_0^t B_s ds = tB_t - \int_0^t s dB_s$$

Exercice 3:

Soit $(B_t)_{t \geq 0}$ un mouvement brownien trouver la loi de:

- 1) $X_t = B_t - B_s$.
- 2) $Y_t = aB_t$.
- 3) $Z_t = B_t + B_s$.