Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Domaine : $3^{ième}$ année mathématiques

Série de TD N 02

Module : *Optimisation sans contraintes*

Exercice N1

Soit f une fonction convexe sur un ensemble convexe S.
Montrer que si $\exists x^* \in S, \forall y \in S \ \ \nabla f(x^*)(y - x^*) \geq 0 \Longrightarrow x^*$ est un point minimum global.

Exercice N2

Trouver les optimums des fonction suivantes s'ils existent :
- $f(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 2)^2$;
- $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^3$;
- $f(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 3x_2^2 + 3x_1^2 x_2 - 24x_2$;
- $f(x_1, x_2) = e^{-x^2 - y^2}$.

Exercice N3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3\alpha xy.$$

Discuter selon les valeurs de α l'optimalité des points stationnaires.

Exercice N4

Trouver le minimum global de la fonction suivante :

$$f(x, y) = 2x^2 + xy + y^2 + yz + z^2 - 6x - 7y - 8z + 9.$$

Exercice N5

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^3$ suivante :

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^4 - 2\alpha x_1^2 + x_2^2 + 2x_2 x_3 + 2x_3^2.$$

- Montrer que la fonction f admet au moins un point minimum global et elle est convexe si $\alpha = 0$;
- Discuter selon les valeur de α l'optimalité des points stationnaires.

Exercice N6

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ suivante : $f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2 + (x_2^2 - 1)^2$.
- Montrer que la fonction f admet au moins un point minimum global;
- Discuter l'optimalité locale et globale de chaque point stationnaire.