

Institut des Sciences de la Nature et de la Vie
Sciences biologiques, / Sciences Agronomiques / Semestre 3 / Section A

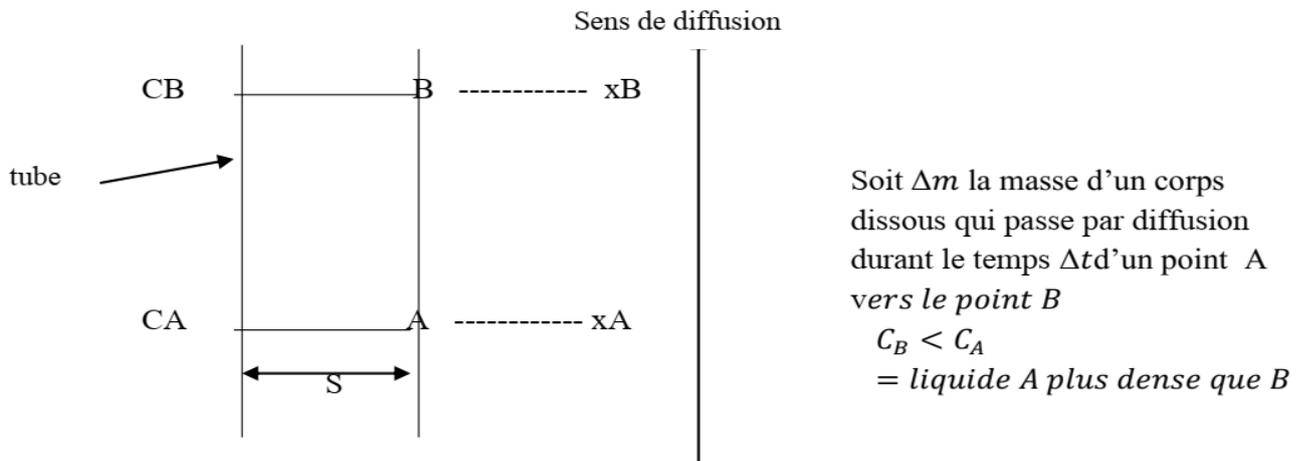
1- Diffusion :

Si on mélange 2 liquides différents (si possible de couleurs différentes) et miscibles , après un temps très court , on remarque que le mélange devient homogène (liquides se mélangent) pour 3 causes :

- a) Les agitations mécaniques, vibrations, etc
- b) Les différences de température des 2 liquides qui entraînent un mouvement de convection (les molécules du fluide chaud sont remplacées par de nouvelles molécules à plus basse température).
- c) L'agitation thermique des molécules.

Donc on appelle diffusion le mélange qui est du exclusivement à l'agitation thermique phénomène de migration libre de molécules parmi d'autres c'est-à-dire que ces molécules se propagent de façon homogène dans tout l'espace qui leur est offert

1-1 Formule de Fick : Loi qui régit le phénomène de diffusion



S : Section du tube

Figure 4.1

La loi de Fick s'écrit :

$$\Delta m = -D \frac{C_B - C_A}{x_B - x_A} \Delta t S$$

Si A et B soit très proches, on a une différentielle

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} S \Rightarrow \Delta m = -D S \frac{\Delta C}{\Delta x} \Delta t = -D \frac{\Delta C}{\Delta x} S \Delta t$$

$\frac{\Delta C}{\Delta x}$: Gradient de concentration négatif ($\Delta C < 0$, $\Delta x > 0$)

S : Section du tube ou surface de diffusion (m^2 ou cm^2)

D : Coefficient de diffusion qui ne dépend pas de la nature du solvant ni de la nature du soluté . Unité du coefficient de diffusion ($\frac{m^2}{s}$ ou bien $\frac{cm^2}{s}$)

$\frac{\Delta m}{\Delta t}$: Débit de diffusion ou masse de soluté qui s'est déplacée pendant le temps Δt du point x_A de concentration pondérale C_A au point x_B de concentration pondérale C_B .

On peut aussi avoir le nombre de moles qui diffusent (au lieu la masse de molécules) par unité de temps

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} (\Phi: \text{flux molaire de diffusion}) \frac{\Delta n}{\Delta t} = -D S \frac{\Delta c^M}{\Delta x}$$

Le coefficient de diffusion D dépend des conditions expérimentales de la diffusion la température, la nature du soluté et la nature du solvant

$$D = \frac{k_B T}{f}$$

Où le k_B est la constante de Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$), T : Température en K°

f : coefficient de friction qui est défini de la façon suivante ; si la particule se déplace à la vitesse v dans le milieu liquide, elle doit vaincre une force de frottement F proportionnelle à v
 $F = f v$

Dans le cas particulier où la particule est sphérique de rayon r on peut montrer (loi de Stokes) que $F = 6 \pi \eta r v$ c'est-à-dire que $f = 6 \pi \eta r$

D est proportionnel à la température T . Si la température et le coefficient de diffusion augmentent alors $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ augmente.

Considérons deux solutés de rayons r_1 et r_2 qui diffusent dans deux milieux de viscosité η_1 et η_2 et deux températures T_1 et T_2 respectivement.

Nous avons :

$$D_1 = \frac{k T_1}{6 \pi \eta_1 r_1}, \quad D_2 = \frac{k T_2}{6 \pi \eta_2 r_2} \quad \text{donc} \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{T_2 \eta_2 r_1}{T_1 \eta_1 r_2}$$

$$\Rightarrow D_2 = \frac{T_2 \eta_2 r_1}{T_1 \eta_1 r_2} D_1$$

On prend le cas de deux soluté 1 et 2 qui sont différents mais diffusent dans les mêmes conditions expérimentales ($\eta_1 = \eta_2$, $T_1 = T_2$) donc

$$D_2 = \frac{r_1}{r_2} D_1$$

Considérons dans ce cas particulier que la densité volumique des molécules de soluté 1 est égale à celle du 2^{ème} soluté ($\rho_1 \approx \rho_2$).

On a $\rho = \frac{m}{V}$ avec $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ (V : volume d'une molécule sphérique)

$$\text{Avec } M = N m \implies \rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3} \implies r = \sqrt[3]{\frac{M}{\frac{4}{3} \pi N \rho}}$$

Nous obtenons alors pour les deux solutés $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_2}}$ car ($\rho_1 \approx \rho_2$).

Nous avons alors pour deux solutés de masses molaires M_1 et M_2 diffusant dans les mêmes conditions expérimentales, le coefficient de diffusion D_2 est donné par cette formule :

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_2}} D_1$$

1-2 Expression mathématique complète de la loi de Fick (la 2^{ème} loi de Fick) :

Il faut remplacer l'accroissement finis Δm et Δt par les différentielles, autrement dit les rapports par les dérivées :

$$dm = -D \frac{\partial C}{\partial x} S dt \implies dm = J S dt \quad \text{avec } J = -D \frac{\partial C}{\partial x}$$

On emploie des ∂ ronds pour le gradient de concentration, car il s'agit d'une dérivée partielle, C étant fonction de 2 variables x et t.

Soit l'élément de volume $dV = S dx$

Le nombre de moles qui rentrent pendant dt

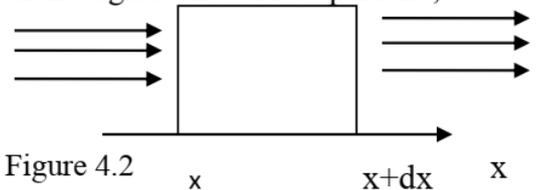


Figure 4.2

$$dn_1 = J_x S dt$$

Le nombre de moles qui sortent pendant dt

$$dn_2 = J_{x+dx} S dt$$

Le nombre de moles contenues dans l'élément de volume dV est dn

$$dn = dn_1 - dn_2 = dC S dx = J_x S dt - J_{x+dx} S dt$$

$$dn = -(J_{x+dx} S dt - J_x S dt) = -dJ S dt \quad \text{avec } c = \frac{n}{V}$$

donc on obtient $dC dx = -dJ dt \implies \frac{dC}{dt} = -\frac{dJ}{dx}$

$\implies \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x}$ avec $J = -D \frac{\partial C}{\partial x}$

$\implies \frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ La 2^{ème} loi de Fick

Dans le cas particulier ou $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ (régime stationnaire)

La 2^{ème} loi de Fick implique que $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \implies C(x) = Ax + B$

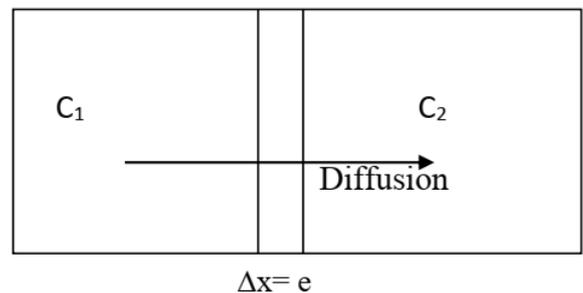
Ou A et B sont des constantes. Dans le cas particulier ou le régime est stationnaire la variation C avec x c'est une droite.

1-3 Diffusion à travers une membrane :

On considère que $C_1 > C_2$ avec

$$C(0) = C_1$$

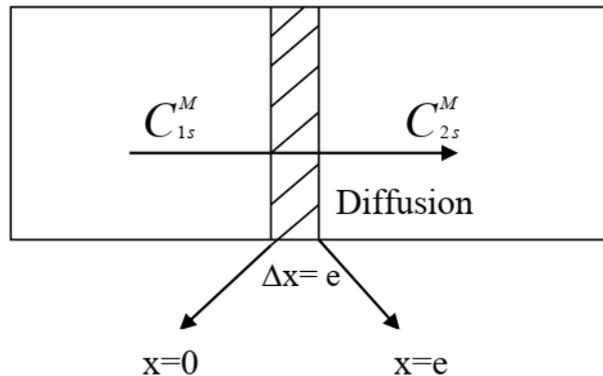
$$C(e) = C_2$$



On considère une membrane de surface S et d'épaisseur e parcourue par des pores dont la surface totale est notée par Sp. Cette membrane sépare deux milieux dont les concentrations molaires sont respectivement C_{1s}^M et C_{2s}^M .

La membrane laisse diffuser les molécules de solutés. En supposant que $C_{1s}^M > C_{2s}^M$ la diffusion se fait de 1 vers 2.

On propose de trouver le forme de la concentration à l'intérieur de la membrane. Si l'on suppose que le régime de diffusion est stationnaire et que les concentrations C_{1s}^M et C_{2s}^M sont maintenues constantes de part et d'autre de la membrane pendant la diffusion.



On cherche la forme de C^M à l'intérieur de la membrane, on considère que le régime est stationnaire :

$$\frac{\partial C^M}{\partial t} = 0 \quad -1-$$

$$\text{La 2}^{\text{ème}} \text{ loi de Fick : } \frac{\partial C^M}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad -2- \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$$

$$\Longrightarrow C(x) = A x + B \quad -3-$$

En utilisant les conditions aux limites :

$$x=0, \quad C^M(x) = C^M(0) = C_1^M$$

$$x=e, \quad C^M(x) = C^M(e) = C_2^M$$

En utilisant ces conditions aux limites nous obtenons les constantes A et B.

$$A = \frac{C_2^M - C_1^M}{e}, \quad B = C_1^M$$

En remplaçant A et B dans l'équation 3 on obtient :

$$C^M(x) = \frac{C_2^M - C_1^M}{e} x + C_1^M$$

A est exprimé en mol/m^4 et sa valeur est négative, B est exprimé en mol/m^3

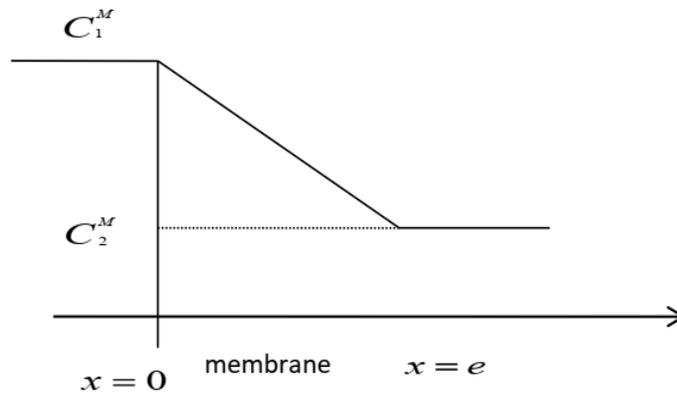


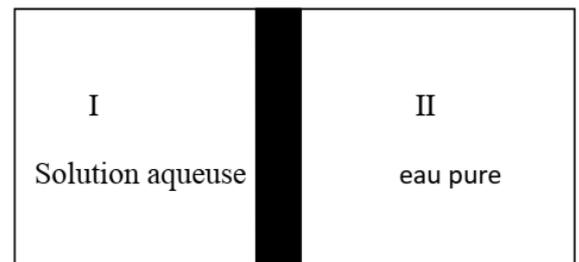
Figure4.3 : Variation de la concentration à l'intérieure de la membrane à l'intérieure de la membrane $C(x)$ est une droite à pente négative.

2-Phénomène d'osmose et pression osmotique :

2-1 Définition :

Soit deux compartiments séparés par une membrane sélective et hémiperméable (semi perméable) Figure 4.4, perméable qu'à l'eau.

- Le compartiment I contient une solution Aqueuse d'un corps qui ne peut pas traverser La membrane.
- Le compartiment II contient de l'eau pure.



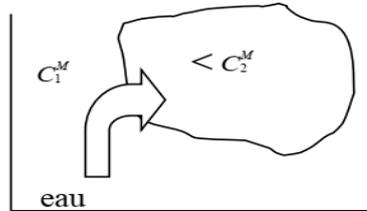
Donc le système n'est pas en équilibre car toute l'eau diffuse de II vers I (compartiment II se vide totalement)

Ce passage de solvant pur à travers une membrane hémiperméable est appelé osmose de la solution la moins concentrée vers la solution la plus concentrée.

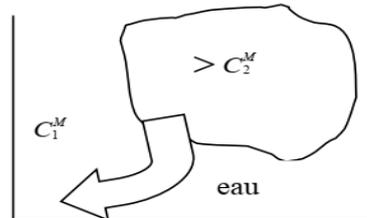
2-2 Applications biologiques :

Cas des membranes des cellules (globules rouges) hématies qui séparent le milieu extracellulaire et le milieu intracellulaire.

- Si le milieu externe est hypotonique (moins concentré), l'eau pénètre dans les cellules et les fait gonfler phénomène de turgescence. $C_1^M < C_2^M$



- Si le milieu externe est hypertonique (plus concentré), la cellule perd toute son eau et se rétracte (plasmolyse) $C_1^M > C_2^M$



3- Perméabilité :

On définit la porosité de la membrane qui est le rapport de la surface totale des pores S_p à sa surface.

$$\varepsilon_0 = \frac{S_p}{S} < 1$$

La première loi de Fick s'exprime en fonction de S et S_p

$$\frac{dn}{dt} = -D \varepsilon_0 S \frac{C_2^M - C_1^M}{e} \quad \longrightarrow \quad \frac{dn}{dt} = -D \frac{\varepsilon_0 S}{e} \Delta C^M$$

$\Delta C^M = C_2^M - C_1^M$, la quantité $\frac{\varepsilon_0 S}{e}$ est appelé la perméabilité de la membrane elle est

notée P_e qui est homogène à une vitesse. Donc la 1^{ère} loi de Fick s'écrit de la manière

$$\text{suivante en fonction de la perméabilité } \frac{dn}{dt} = -P_e S \Delta C^M$$