Centre universitaire de Mila
Institut de Mathématiques et informatique
3ème année licence mathématiques appliquées 2024/2025
Matière : Analyse numérique matricielle

Série 02

Exercice 01 :

On considère la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

1/ Factoriser par la méthode de Gauss en un produit LU où L et U sont deux matrices triangulaires respectivement inférieure et superieure.

2/ En déduire la solution du système linéaire $AX = b$ où $b = (\ 3, 2, -1, 6\ )^t$.

3/ Soit $B = U^t A L^t$. Sans calcul supplémentaire, donner une décomposition LU de la matrice B.

Exercice 02 :

Donner la factorisation de Cholesky des matrices :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 8 & -6 \\ 0 & -6 & 25 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 12 & -6 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 12 & 2 & 49 & -4 \\ -6 & 1 & -4 & 51 \end{pmatrix}$$

Exercice 03 :

1/ Expliquer comment on peut calculer le déterminant d' une matrice A d'ordre n à partir de sa factorisation LU.

2/ Appliquer cette méthode à la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 1 & -4 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Exercice 04 :

Soit A une matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -20 & -14 \\ 3 & 27 & -4 \\ 4 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

1/ Décomposer A sous la forme $A = QR$ où Q est une matrice orthogonale et R une matrice triangulaire supériuere à éléments strictement positifs en utilisant la méthode de Hosehölder.

2/ Résoudre le système $AX = b$ avec cette décomposition où $b = (\ 14, 1, -2\ )^t$.

3/ La matrice A admet-elle une décomposition LU et une décomposition de Cholesky? justifier.