C.U. Abdelhafid Boussouf-mila

Master 2 : Mathématiques appliquées *2021-2022*

Responsable : A. Bazeniar *Série TD N°02*

<u>Optimisation non linéaire sous contraintes</u>

<u>Exercice 1</u>

Soient Soit $f, g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définies sur :

$$f(x, y) = y$$
$$\text{s.c. } g(x,, y) = y^3 - x^2 = 0$$

1. Calculer le minimum de f et le point (x, y) où ce minimum est atteint.
2. Existe-t-il λ tel que $\nabla f(x^*, y^*) = \lambda \nabla g(x^*, y^*)$?
3. Pourquoi ne peut-on pas appliquer le théorème des multiplicateurs de Lagrange ?

<u>Exercice 2 (Supplémentaire)</u>

Soit le problème (P) dans $\mathbb{R}^2$:

$$f(x, y) = -x$$
$$\text{s.c. } g_1(x, y) = x + y \leq 1.$$
$$g_2(x, y) = x^2 \leq y$$

1. Vérifier la condition de qualification des contraintes.
2. Déterminer les points critiques.

<u>Exercice 3</u>

Quels sont les points de la sphère S les plus proches et les plus éloignés du point $A = (3,1,-1)$
Tel que :

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 4\}.$$

<u>Exercice 4</u>

Soients la fonction objectif :

$$f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$$
$$\text{s.c } \quad g(x, y) = x + 2y - 24 = 0.$$

1. Trouver le point stationnaire de f sous contrainte g.
2. Préciser s'il s'agit d'un maximum, d'un minimum.

Fin

Exercice 5 Soit le problème (P) dans $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} & \mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{y}) \ = \mathrm{x} + 2\mathrm{y} + 3\mathrm{z} \\ \text{s.c.} \quad & h(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathrm{x}^2 + y^2 + z^2 = 1. \\ & g(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathrm{x} + \mathrm{y} + \mathrm{z} \leq 0 \end{aligned}$$

1. Vérifier la condition de qualification des contraintes.
2. Résoudre le système de Lagrange.

Exercice 6 (supplémentaire)

Soit le problème (P) dans $\mathbb{R}^2$:

$$\begin{aligned} \text{s.c.} \qquad & \mathrm{f}(\mathrm{x}) \ = (\mathrm{x}_1 - 2)^2 + \mathrm{x}_2^2 + \mathrm{x}_3^2 \\ & \mathrm{g}(\mathrm{x}) = \mathrm{x}_1^2 + 2\mathrm{x}_2^2 + 3\mathrm{x}_2^2 = 1 \end{aligned}$$

1. Vérifier la condition de qualification des contraintes.
2. Déterminer l'extrémum du problème (p).

Fin