

السلام عليكم ورحمة الله

I Choose to Make the Rest of my Life the best of my Life  
-Louise Hay-



# Peace be Upon You All

An aerial photograph of a modern university campus. The campus features several large, multi-story buildings with light-colored facades and flat roofs. In the foreground, there is a prominent yellow building with a curved roof and arched walkways. The campus is surrounded by green lawns and paved walkways. In the background, there are rolling green hills under a clear blue sky.

There is no Failure except in no Longer Trying  
–Elbert Hubbard–



المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة



كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الأولى ماستر : اقتصاد نceği و مالي

## المحاضرة الثانية : الانحدار الخطي البسيط (الجزء الثاني)

من إعداد الأستاذ : لفيف عبد الحق

أستاذ بالمركز الجامعي ميلة

دكتوراه في العلوم المالية والمصرفية

السنة الجامعية 2023-2024

منذ منتصف القرن الماضي بدأ القياس الاقتصادي يحظى باهتمام المزيد من الدارسين للعلاقات الاقتصادية، وصار استخدامه أداة مهمة في تحليل تلك العلاقات، والوصول إلى نتائج وقياسات دقيقة، ومع زيادة تعقيدات القياسات الاقتصادية وفّر الحاسوب معالجات مناسبة أزالت الكثير من الصعوبات التي تواجه الباحثين في الشأن الاقتصادي.

وفي العادة يبني الاقتصاديون نظرياتهم على مجموعة من الفرضيات، بين متغيرات عدّة بقصد فهم الظواهر الاقتصادية والتنبؤ بحدوثها. وهنا فإن القياس الاقتصادي يهتم بتحليل تلك الظاهرة موضوع البحث، من خلال إيجاد قيم عدديّة لاختبار قوّة المتغير المستقل أو المتغيرات المستقلة في تفسير سلوك المتغير التابع.

## 2-تعريف الاقتصاد القياسي

كلمة اقتصاد قياسي بالإنجليزية **Econometrics** مكونة من مقطعين : ECONO مشتقة من إقتصاد و METRICS مشتقة من قياس. واللاقتصاد القياسي Econometrics فرع من فروع علم الاقتصاد الذي يختص بالقياس (التقدير) الكمي للعلاقة بين المتغيرات مستخدما النظرية الاقتصادية والرياضيات والأساليب الإحصائية ، بهدف إختبار النظريات الاقتصادية المختلفة من ناحية ومساعدة رجال الأعمال والحكومات في اتخاذ القرارات ووضع السياسات من ناحية أخرى .

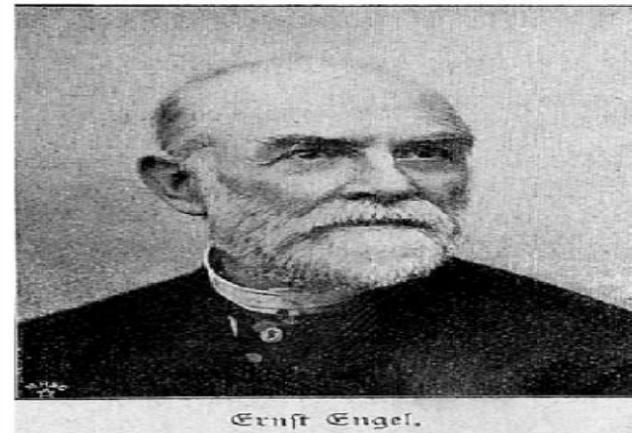
## 2-تعريف الاقتصاد القياسي

فالتحليل الكمي للظواهر الاقتصادية هو محاولة للتحقق من العلاقات الاقتصادية والتأكد من منطقيتها في تمثيل الواقع المعقد الذي تعبّر عنه النظرية الاقتصادية في صيغة فروض . ويعتمد الاقتصاد القياسي في قياس العلاقات الاقتصادية وتحليلها على دمج النظرية الاقتصادية والرياضيات والأساليب الإحصائية في نموذج متكمّل ، وذلك بهدف تقويم معالم ذلك النموذج ثم اختبار الفروض حول ظاهرة إقتصادية معينة ، وأخيراً التنبؤ بقيم تلك الظاهرة.

### 3- ملحة تاريخية عن تطور الاقتصاد القياسي

يعدّ علم الاقتصاد القياسي علمًا حديثاً نسبياً إذا ما قورن بالعلوم الاقتصادية الأخرى ، فعلى الرغم من المحاولات التي ظهرت في القرن التاسع عشر والتي كانت ذات طابع إقتصادي قياسي ، كعمل الإحصائي الألماني أرنست إنجل (Ernest Engel 1821-1896) الذي وضع قوانينه الخاصة بالدخل والاستهلاك في ضوء بيانات ميزانية الأسرة ، واستعمل مصطلح الاقتصاد القياسي أول مرة عام 1926 من قبل الاقتصادي النرويجي فريش .Frisch

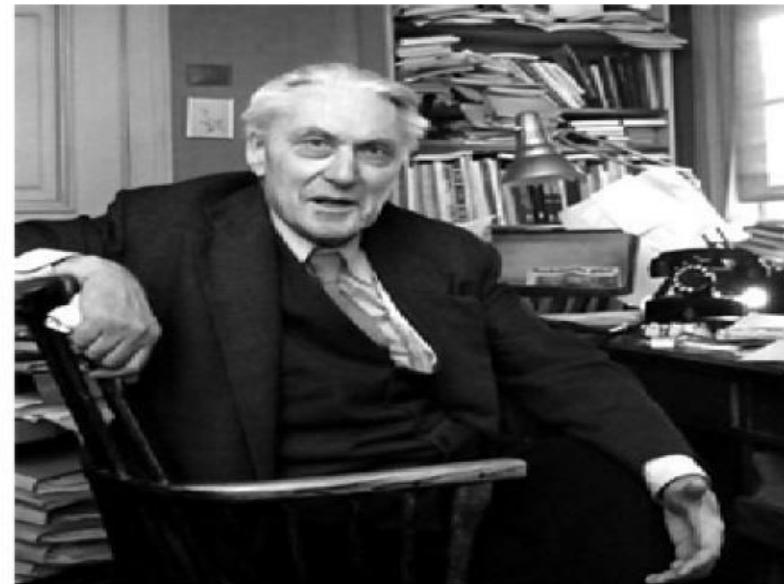
**Ernst Engel (1821-1896)**



### 3- لحة تاريخية عن تطور الاقتصاد القياسي

كما يُعد الاقتصادي النرويجي فريش رجناز Frisch Ragnar أول من استعمل مصطلح الاقتصاد القياسي عام 1926 (Barreto & Howland, 2006, P.10)

Ragnar Frisch (1895–1973)



### 3- ملحة تاريخية عن تطور الاقتصاد القياسي

نال تنبرجن جائزة نوبل مناصفة مع فريش عام 1969 Barreto وكان له دور كبير في تقديم الاقتصاد القياسي و في عام 1936 الذي صدرت فيه النظرية العامة لجون كينز، نشر تنبرجن أول نموذج اقتصادي كلي شامل لبلده هولندا. و كرس جهوده بعد ذلك لاختبار نظرية صحة الدورات تجريبيا مما أسفر عن نشر مؤلفين عام 1936 تضمن أول نموذج اقتصادي كلي للاقتصاد الأمريكي (الفتلاوي و الزبيدي، 2011 ، صفحة 22)

Jan Tinbergen (1903-94)



### 3- ملحة تاريخية عن تطور الاقتصاد القياسي

و تُعد أول محاولة لتأسيس جمعية لنشر الاقتصاد الرياضي بقيادة كل من أرفينغ فيشر و ويسلي ميتشل كانت عام 1912 و على الرغم من فشلها إلا أنها كانت تمهدًا لتكوين لجنة هارفارد للبحوث الاقتصادية التي سُوف تؤسس في عام 1919 مجلة الإحصاءات الاقتصادية وفي عام 1920 أنشأ ميتشل المكتب الوطني للبحوث الاقتصادية وقد تولى رئاسته حتى عام 1945 (زكي، 2015)

**Wesley Clair Mitchell**  
**(1874-1948)**



**Irving Fisher**  
**(1867-1947)**



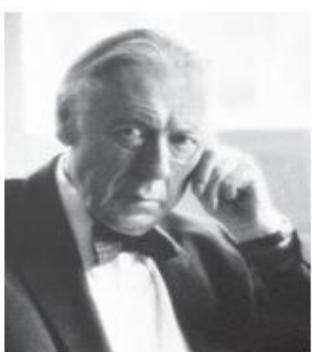
### 3- لحة تاريخية عن تطور الاقتصاد القياسي

أسس بعض واضعي الفكر الاقتصادي الأوائل من أمثال مور H.More ، وشولتز H.Schultz ، وفريش وستون R.Stone الجمعية الدولية للاقتصاد القياسي International Econometrics Association في عام 1930. و كان أول رئيس لها إرفينغ فيشر Irving Fisher و عقد الاجتماع الأول للجمعية في لوزان في العام التالي، وفي يناير 1933 صدر العدد الأول من أكونومتريكا Econometrica متضمنا افتتاحية بقلم رينجر فريش الذي ظل محفظاً بهذا المنصب حتى عام 1954 (الفتلاوي والزبيدي، 2011، صفة 20)

**Henry Ludwell Moore**  
(1869 – 1958)



**Richard N. Stone**  
(1913-1991)



**Henry Schultz**  
(1893-1938).



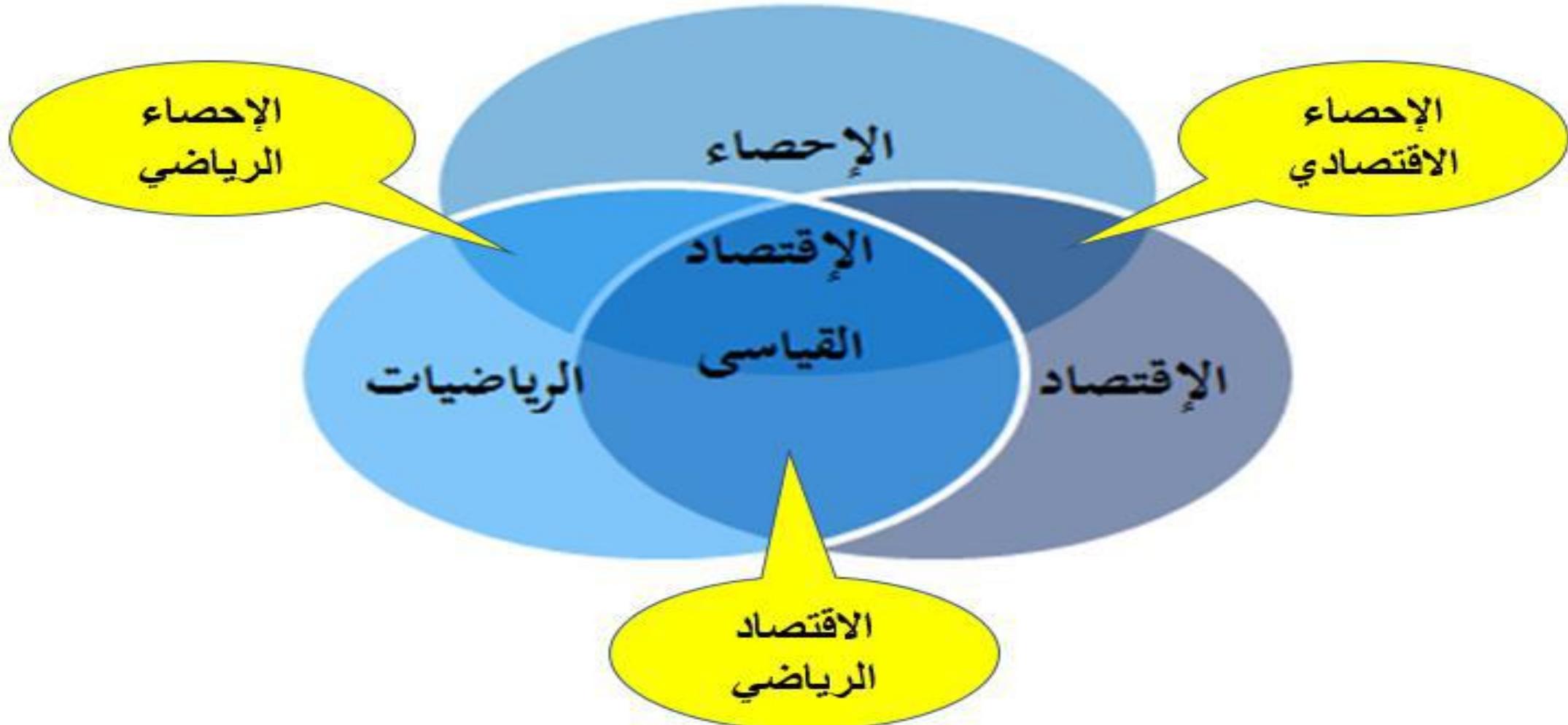
**Irving Fisher**  
(1867-1947)



#### 4- علاقة الاقتصاد القياسي بالعلوم الأخرى

يستمد الاقتصاد القياسي أصوله من العلوم الثلاث (الاقتصاد، الرياضيات والإحصاء) إلا أن التزاوج بين هذه العلوم الثلاث أسفر عن نشأة مجالات جديدة للمعرفة فهناك الاقتصاد الرياضي الذي نشأ الاقتصاد والرياضيات، كما نجد الإحصاء الاقتصادي الذي نشأ بين الإحصاء والاقتصاد ثم الإحصاء الرياضي الذي نشأ بين الإحصاء والرياضيات. وهكذا يتبيّن لنا أن الاقتصاد القياسي لا يستمد أصوله المباشرة من الاقتصاد، الإحصاء والرياضيات فحسب، بل ومن الفروع الأخرى التي تولدت من التداخل بين هذه العلوم الثلاثة أيضاً. ويوضح الشكل التالي كيفية التداخل بين العلوم الثلاثة من ناحية و الفروع التي نتجت عنها من ناحية أخرى وبالتالي ظهور علم جديد أطلق عليه تسمية الاقتصاد القياسي في المنطقة المشتركة بينهم جميعاً:

#### 4- علاقة الاقتصاد القياسي بالعلوم الأخرى



## النظرية الاقتصادية Economic Theory والاقتصاد القياسي Econometrics

حيث تشير النظرية الاقتصادية إلى وجود علاقات معينة بين متغيرات اقتصادية، كعلاقة فيليبس بين معدل البطالة ومعدل التضخم. أي أنّ النظرية الاقتصادية تزودنا بطبيعة واتجاه العلاقة بين المتغيرات، و الاقتصاد القياسي يحدد و يقيس هذه العلاقة.

## الاقتصاد الرياضي Mathematical Economics

يقتصر دوره على صياغة العلاقة التي تم تحديدها اعتماداً على النظرية الاقتصادية على شكل رموز و معادلات رياضية، و مسألة قياس متغيرات هذه المعادلات و إثبات ملائمتها للظاهرة المدروسة من مهمات الاقتصاد القياسي

## الإحصاء Statistics

يتمثل دوره في تجميع البيانات الإحصائية الخاصة بالمتغيرات المدروسة و اللازمة للدراسة، و كذلك تطبيق الاختبارات الإحصائية المختلفة على معالم النماذج لبيان معنوية تأثير كل عامل من العوامل المدروسة و كذا معنوية العلاقة و تعبيرها عن الظاهرة المدروسة و معالجة أخطاء التقدير تمهيداً لتبني هذه العلاقة

## 5- تطبيقات الاقتصاد القياسي

**على مستوى الاقتصاد الجزئي:** حيث يمكن استخدام تطبيقاته لتحديد دوال الإنتاج و التكاليف على مستوى المؤسسة وكافة اشتقاقاتها مثل دوال الناتج المتوسط و الناتج الحدي و التكلفة المتوسطة و الحدية. وكذلك يقيس تأثير العوامل المؤثرة على الإنتاج كميا. و يحدد الحدود المثلثى من كل عامل التي يجب إدخالها في العملية الإنتاجية، و يحدد التوليفة المثلثى من العوامل مجتمعة التي تحقق أفضل عائد.

**على مستوى الاقتصاد الكلى:** باستخدام النماذج القياسية يمكن تقدير دوال الاستهلاك و الطلب للسلع المختلفة على المستوى الكلى. و كذلك دوال الإنتاج (بصيغها غير الخطية المختلفة). كما يمكن بناء نماذج قياسية متعددة المعادلات تصف الاقتصاد ككل و تتضمن دوال الدخل القومي و الاستثمار و الاستهلاك و التجارة الخارجية (ال الصادرات و الواردات).

## 6- أنواع البيانات

✓ 1- **بيانات السلسلة الزمنية Time Series Data:** يقصد بالسلسلة الزمنية بأنها متتابعة من القيم المشاهدة لظاهرة عشوائية مرتبة مع الزمن. أو هي البيانات التي يمكن الحصول عليها بصورة تكرارية منظمة مما يمكن من صياغتها على شكل سلسلة تتغير مع الزمن .

جدول (1.1): مثال على بيانات السلسلة الزمنية

| الدخل المتاح | كمية الطلب على الأسماك | سعر اللحم | سعر السمك | السنة |
|--------------|------------------------|-----------|-----------|-------|
| 1600         | 15                     | 25        | 12        | 1980  |
| 1730         | 17                     | 32        | 15        | 1981  |
| :            | :                      | :         | :         | :     |
| 2700         | 55                     | 43        | 17        | 2012  |
| 2960         | 57                     | 52        | 21        | 2013  |

جدول (1.1) يمثل بيانات متعلقة بكمية الطلب على الأسماك لفرد الواحد (بالطن)، سعر السمك، سعر اللحم، الدخل المتاح وجميعها مقاسة (باليشيق)، وذلك في الفترة 2013-1980

## 6- أنواع البيانات

✓ 1- **البيانات المقطعة Cross-Sectional Data**: هي تلك البيانات التي تؤخذ عن متغير أو ظاهرة في نقطة زمنية معينة و هذا النوع من البيانات شائع الاستخدام في كافة الدراسات الميدانية مثل البحوث الاجتماعية والاقتصادية، حيث تُعبر البيانات المقطعة عن تغير قيمة متغير ما من مفردة لأخرى عند نفس النقطة من الزمن.

| جدول (2.1): مثال على البيانات المقطعة |                   |        |         |               |       |  |
|---------------------------------------|-------------------|--------|---------|---------------|-------|--|
| الجنس                                 | الحالة الاجتماعية | الخبرة | التعليم | الراتب الشهري | الرقم |  |
| 0                                     | 1                 | 3      | 16      | 2750          | .1    |  |
| 1                                     | 0                 | 6      | 18      | 4200          | .2    |  |
| 1                                     | 0                 | 7      | 12      | 1570          | .3    |  |
| 1                                     | 1                 | 2      | 18      | 3275          | .4    |  |
| :                                     | :                 | :      | :       | :             | :     |  |
| 0                                     | 0                 | 4      | 18      | 3850          | .299  |  |
| 0                                     | 1                 | 5      | 14      | 2145          | .300  |  |

## 6- أنواع البيانات

بيانات البانل (البيانات الطويلة المجمعة) **Panel Longitudinal Data** : تحتوي على مزيج من بيانات السلسلة الزمنية و البيانات المقطوعية فهي تعرض بيانات عن مجموعة من المفردات عبر سلسلة زمنية. أي أنها تحتوي على سلسلة زمنية لكل البيانات المقطوعية عن كل مفردة في العينة موضع الدراسة.

جدول (3.1): مثال على البيانات المقطوعية المجمعة

| الرقم | السنة | السعر | المساحة ( $m^2$ ) | عدد الغرف | عدد الحمامات |
|-------|-------|-------|-------------------|-----------|--------------|
| 1     | 2005  | 30500 | 180               | 4         | 2            |
| 2     | 2005  | 27000 | 145               | 2         | 1            |
| ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮                 | ⋮         | ⋮            |
| 150   | 2005  | 28500 | 160               | 3         | 2            |
| 151   | 2013  | 65000 | 175               | 4         | 3            |
| 152   | 2013  | 47000 | 152               | 2         | 1            |
| ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮                 | ⋮         | ⋮            |
| 330   | 2013  | 52000 | 165               | 3         | 2            |

## 6- أنواع البيانات

### أنواع بيانات البانل:

- 1- **بيانات البانل المتوازنة:** لا تحتوي على بيانات مفقودة (المقطع لها نفس عدد المشاهدات)
- 2- **بيانات البانل غير المتوازنة:** تحتوي على بيانات مفقودة (المقطع ليس لها نفس عدد المشاهدات)

بيانات بانل متوازنة

| Country | Year | GDP | EXP | TAX |
|---------|------|-----|-----|-----|
| ALG     | 2000 | 120 | 35  | 11  |
| ALG     | 2001 | 125 | 52  | 14  |
| ALG     | 2002 | 127 | 67  | 18  |
| MOR     | 2000 | 95  | 24  | 8   |
| MOR     | 2001 | 103 | 55  | 12  |
| MOR     | 2002 | 108 | 57  | 15  |
| TUN     | 2000 | 45  | 25  | 13  |
| TUN     | 2001 | 50  | 34  | 14  |
| TUN     | 2002 | 58  | 38  | 18  |

بيانات بانل غير متوازنة

| Country | Year | GDP | EXP | TAX |
|---------|------|-----|-----|-----|
| ALG     | 2000 | 120 | 35  | 11  |
| ALG     | 2001 | 125 | 52  | 14  |
| ALG     | 2002 | 127 | 67  | 18  |
| ALG     | 2003 | 132 | 74  | 21  |
| MOR     | 2001 | 103 | 55  | 12  |
| MOR     | 2002 | 108 | 57  | 15  |
| TUN     | 2000 | 45  | 25  | 13  |
| TUN     | 2001 | 50  | 34  | 14  |
| TUN     | 2002 | 58  | 38  | 18  |

## 7- أنواع المتغيرات الاحصائية

| النوع                                   | التعريف  | الأمثلة   |
|---|--|---|
| متغيرات وصفية (نوعية)                   | البيانات التي تكون لها صفات معينة، لا يمكن قياسها ولا يعبر عنها بصورة عددية.         | /   |
| متغيرات وصفية إسمية (نوعية - إسمية)     | بيانات غير رقمية لا تتأثر بأي ترتيب منطقي.   | الجنسية (جزائري، تونسي)، الجنس (ذكر، أنثى)، اللون (أبيض، أسود)، الحالة العائلية (متزوج، أعزب) |
| متغيرات وصفية ترتيبية (نوعية - ترتيبية) | بيانات غير رقمية، تتكون من مستويات تتبع ترتيباً منطقياً معد مسبقاً أو متفق عليه.     | المستوى التعليمي (ابتدائي، متوسط)، مقاييس اللباس (S, M, L, XL)                                |
| متغيرات كمية (عددية)                    | بيانات رقمية، يمكن التعبير عنها في صورة عددية.                                       |   |
| متغيرات كمية مستمرة (متصلة) -           | بيانات يمكن أن تأخذ أي قيمة عددية في مدى معين (تأخذ قيمًا غير محدودة وغير منتهية).   | الطول (15 متر، 11.3 متر)، الوزن، السرعة، كميات الأمطار  |
| متغيرات كمية متقطعة (منفصلة) -          | البيانات التي تأخذ أعداد صحيحة، لا يمكن تجزئتها، وهي محدودة يمكن عدها وحصرها بالعدد. | عدد الأفراد في الأسرة (1, 2, 3, 4)، عدد الغرف، عدد الأهداف المسجلة                            |

## 8- النماذج القياسية

**النموذج القياسي:** هو عبارة عن علاقة (معادلة) أو منظومة من العلاقات الرياضية التي تربط بين المتغيرات الاقتصادية و تسهل وصف طبيعة العلاقة بينما بصورة خالية من التفاصيل و التعقيد و ممثلة للواقع، ويُضاف إلى متغيرات النموذج المتغير العشوائي الذي يمثل تأثير العوامل غير القابلة للقياس و التقدير على الظاهرة المدروسة، فيدرج تأثير هذه المجموعة من العوامل تحت اسم المتغير العشوائي. يرمز للمتغيرات برموز رياضية فالمتغير التابع مثلاً يرمز له بالرمز ( $Y$ ) و يرمز للمتغيرات المستقلة بالرموز ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) حيث تمارس المتغيرات المستقلة تأثيرها على المتغير التابع، و تُسمى هذه العلاقة بالعلاقة الدالية أي أن كل تغيير في قيمة المتغير المستقل يؤدي إلى تغيير في قيمة المتغير التابع. واستناداً إلى العلاقة التي تربط بين المتغير التابع و المتغيرات المستقلة من جهة، و عدد المتغيرات المستقلة من جهة أخرى فإنه يمكننا التمييز بين الحالات التالية:

1- المتغير التابع يُفسّر بمتغير مستقل واحد (النموذج الخطي البسيط) و يأخذ الشكل التالي :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon$$

سمى النموذج خطياً لأن العلاقة بين المتغير التابع و المستقل علاقة خطية، و سمي البسيط لأن عدد المتغيرات المستقلة متغير واحد فقط ، و  $\alpha, \beta$  معلمات أو معاملات النموذج.

## 8- النموذج الخطي البسيط (الانحدار الخطي البسيط)

في هذه المعادلة:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_t$$

$Y_t$ : هو المتغير التابع الذي نحاول التنبؤ به أو فهم كيف يتغير بناءً على  $X$

$\alpha$  : هو الثابت و يمثل قيمة  $Y$  عندما يكون  $X$  مساوياً للصفر

$\beta$ : هو معامل الانحدار ويمثل الزيادة في  $Y$  المتوقعة لزيادة وحدة واحدة في  $X$  بمعنى آخر يُظهر مدى تأثير  $X$  على  $Y$

$\epsilon_t$ : هو المتغير المستقل الذي نستخدمه للتنبؤ بقيم  $Y$

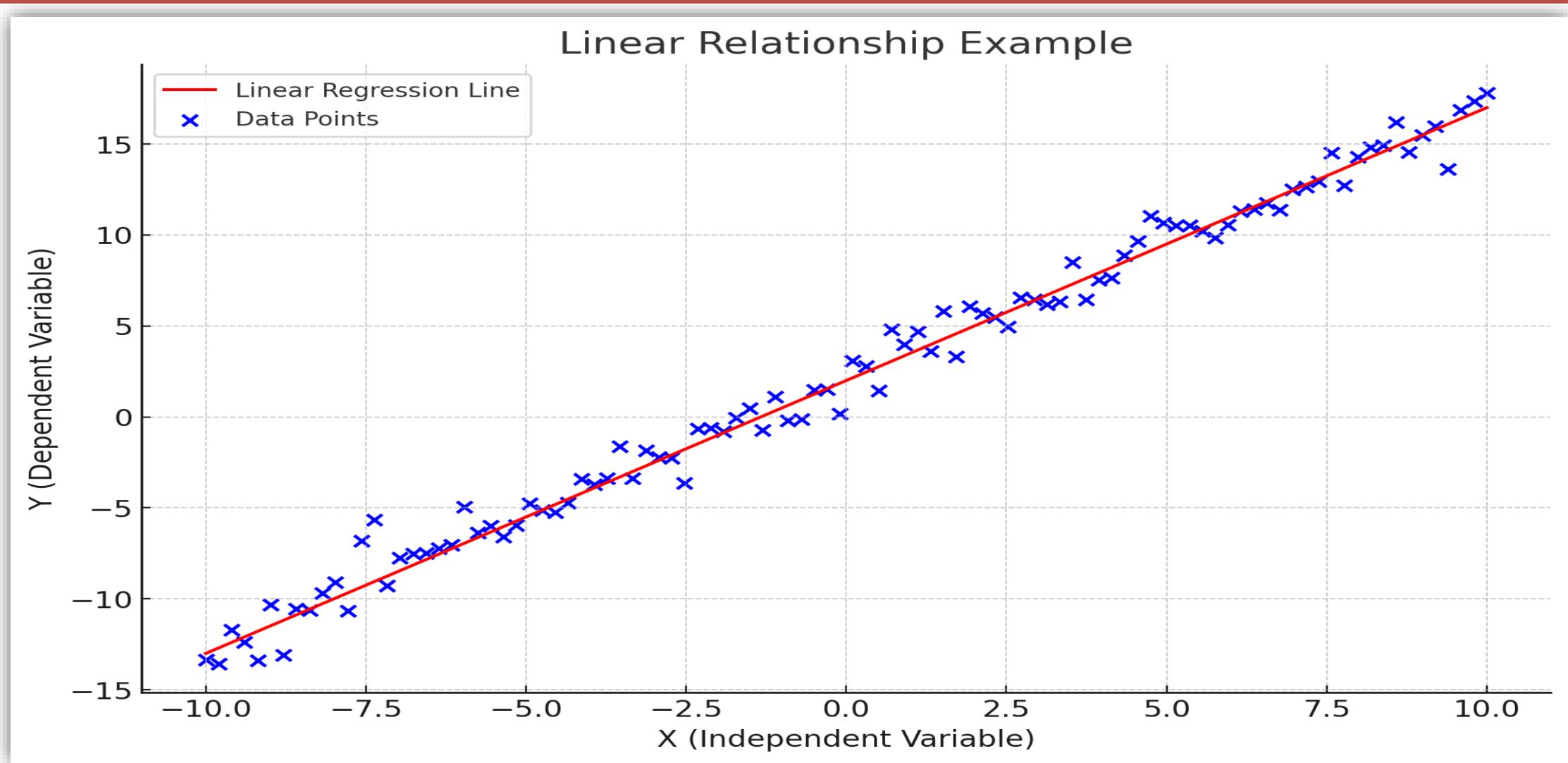
$X$ : هو مقدار الخطأ و الذي يمثل جميع العوامل الأخرى التي قد تؤثر على  $Y$  بدل  $X$

كما ذكرنا سابقاً العلاقة الخطية في نموذج الانحدار الخطي البسيط تشير إلى فكرة:

عندما يزيد المتغير المستقل  $X$  بوحدة واحدة يتغير المتغير التابع  $Y$  بمقدار ثابت  $\beta$ . هذا يعني أن العلاقة بين  $Y$  و  $X$  يمكن أن تُرسم على شكل خط مستقيم.

## 8- النماذج القياسية (الانحدار الخطي البسيط)

مثال:



## 9 – النموذج الخطي المتعدد

في هذه الحالة المتغير التابع يُفسّر بعدة متغيرات مستقلة إضافة إلى المتغير العشوائي و يأخذ الشكل التالي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_{1t} + \beta_2 \cdot X_{2t} + \dots + \beta_k \cdot X_{kt} + \varepsilon_t$$

3- المتغير التابع تفسيره في هذه السابقة: ويمكن كتابة النموذج على الشكل التالي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot Y_{t-1} + \beta_2 \cdot Y_{t-2} + \dots + \beta_k \cdot Y_{t-k} + \varepsilon_t$$

4- المتغير التابع يفسّر بعنصر الزمن: وهو ما يُعرف بنماذج السلسل الزمنية، وتأخذ الشكل التالي:  $(Y_t = f(t))$

## 10- تدريب النموذج الخطي البسيط

يتم تدريب نموذج الانحدار الخطي البسيط بطريقة المربعات الصغرى العادية (ORDINARY LEAST SQUARES)، التي تهدف إلى الحصول على مقدرات  $\hat{\alpha}$  و  $\hat{\beta}$  تعطي مجموع مربعات انحراف القيم المقدرة عن القيم الحقيقية في أدنى قيمة له. ليكن النموذج:  $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + \epsilon_t$  ، و تحت فرضيات طريقة المربعات الصغرى العادية نجد:

- النموذج المقدر:  $\hat{Y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_t$ .

- انحراف القيم المقدرة عن القيم الحقيقية:  $e_t = Y_t - \hat{Y}_t = Y - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot X_t$ .

- مجموع مربعات الباقي:  $\sum e_t^2 = \sum (Y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot X_t)^2$ .

تهدف طريقة المربعات الصغرى العادية إلى إيجاد التوليفة الخطية  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot X_t$  التي تعطي قيمة  $\hat{Y}_t$  جد قريبة من القيمة الفعلية  $Y_t$  ، ومنه فإننا سنحاول إيجاد هذه التوليفة بحيث يكون  $\sum e_t = \sum (Y_t - \hat{Y}_t)$  في أدنى قيمة له. لكن بالمقابل فإن هذا المعيار يعتبر غير كاف لأنه مهما كانت قيم  $e_t$  فإن مجموعها يساوي الصفر، أي:  $\sum e_t = 0$  ، ولهذا فإننا سنستعمل معيارا آخر هو  $\sum e_t^2$  ، وهو المبدأ الأساسي لطريقة المربعات الصغرى العادية حيث تهدف إلى جعل  $\sum e_t^2$  في أدنى قيمة لها أي إيجاد  $\min \sum e_t^2$ .

## 10 – مثال حول تدريب نموذج الانحدار البسيط باستخدام OLS

### مثال:

ترغب إحدى الشركات في تحديد العلاقة بين إنفاقها على الدعاية والإعلانات وعوائد المبيعات، كلاهما بالل้านين دينار جزائري، فإذا كانت لدينا البيانات التالية عن تطور هاذين المتغيرين من 2009 إلى 2018 كما يلي:

| السنة | الاعلانات | المبيعات |
|-------|-----------|----------|
| 2018  | 10        | 70       |
| 2017  | 8         | 64       |
| 2016  | 9         | 62       |
| 2015  | 7         | 58       |
| 2014  | 8         | 60       |
| 2013  | 7         | 50       |
| 2012  | 6         | 48       |
| 2011  | 6         | 52       |
| 2010  | 5         | 42       |
| 2009  | 4         | 44       |

### المطلوب:

- مثل بيانيًا بيانات الجدول بسحابة النقاط، ماذا تستنتج؟
- قدر النموذج الخطي البسيط الذي يقيس أثر الإنفاق على الإعلانات على عوائد المبيعات في هذه الشركة، وفسر النتائج.
- حساب القيم المقدرة  $\hat{Y}$  واستنتاج بوأي التقدير  $e$ .

يتم حل المثال السابق بحصة التطبيق