

CENTRE UNIVERSITAIRE ABDELHAFID BOUSSOUF MILA
DÉPARTEMENT DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Résistance des Matériaux 2



Unité d'enseignement : UEF 5.1.1

Matière : Résistance des matériaux 2

VHS: 45h00 (cours: 1h30, TD: 1h30)

Crédits : 4

Coefficient : 2



Objectifs de l'enseignement : Ce cours doit permettre à l'étudiant d'approfondir ses connaissances en résistance des matériaux.

Connaissances préalables recommandées : Bases de la RDM1 à savoir: Statiques, Caractéristiques géométriques des sections planes ; sollicitations simples : Traction, compression, flexion, cisaillement et torsion ; diagrammes des moments fléchissant et efforts tranchants.

Contenu de la matière

Chapitre 1: Sollicitations composées

Flexion composée, Flexion déviée (3 semaines)

Chapitre 2: Treillis isostatiques et hyperstatiques

Généralités ; calcul des efforts dans les barres ; méthode analytique – Méthode des nœuds; Méthode des sections.

(4 semaines)

Chapitre 3: Lignes d'influence

Généralités, Lignes d'influence isostatique Moment et efforts tranchant: poutres à âme pleine et en treillis

(2 semaines)



Contenu de la matière

Chapitre 4: Méthodes énergétiques

Energie de déformation : hypothèses et définition ; énergie de déformation d'une poutre : effort normal, effort tranchant, moment de flexion, à un moment de torsion ; expression générale de l'énergie de déformation ; Théorèmes 1 et 2 de Castigliano ; application des théorèmes de Castigliano aux calculs des déplacements et de rotations des poutres. (3 semaines)

Chapitre 5: Déformation des structures élastiques

Théorème de Betti ; Théorème de Maxwell ; Calcul général des déplacements ; Méthode de Maxwell-Mohr ; Méthode de Verescheaguine. (3 semaines)

Mode d'évaluation :

Contrôle Continu : 40% ; Examen : 60%

Références bibliographiques

1. M. Kerguignas & G. Caignaert, Résistance des matériaux, Ed. Dunod Université.
2. S. Timoshenko, Résistance des matériaux, Ed. Dunod, 1986.
3. L. Aleinik & J. Durler, Résistance des matériaux, Ed. SpesDunod.
4. W. Nash, Résistance des matériaux 1, Ed. McGraw-Hill, 1974.
5. I. Miroloubov et coll. Problèmes de résistance des matériaux, Editions de Moscou.
6. F. Beer, Mécanique à l'usage des ingénieurs – statique, McGraw-Hill, 1981.



Rappels RDM

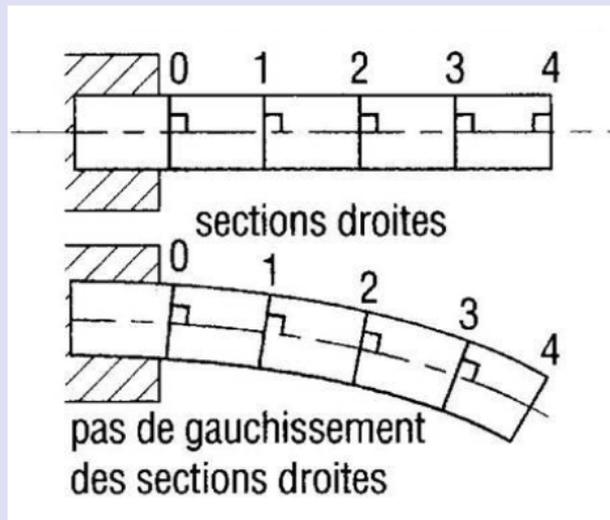
Objet de la RDM:

La résistance des matériaux est l'étude de la résistance et de la déformation des solides dans le but de déterminer ou vérifier leurs dimensions afin qu'ils supportent les charges qu'ils subissent, dans des conditions de sécurité satisfaisantes et au meilleur coût (optimisation des formes, des dimensions, des matériaux...).

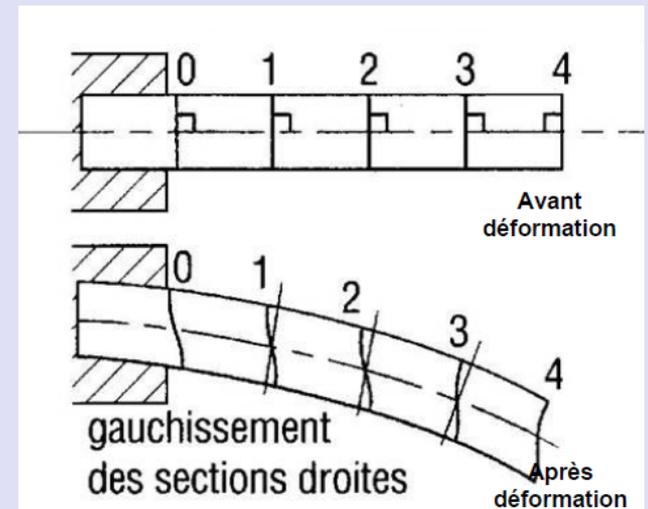
Hypothèses fondamentales

- Les déformations sont élastiques, cela veut dire que si l'on supprime les sollicitations, la pièce reprend sa forme initiale.
- Les matériaux envisagés sont supposés homogènes, continus et isotropes.
- Hypothèse de Navier-Bernoulli (hypothèse des petites déformations)

Avec hypothèse de petites déformations

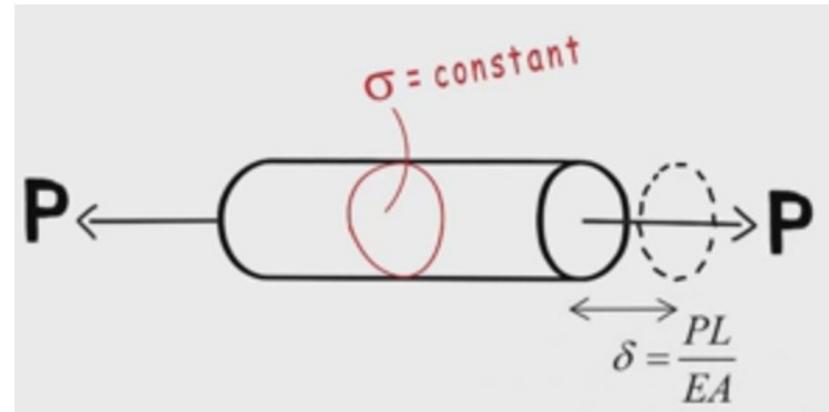
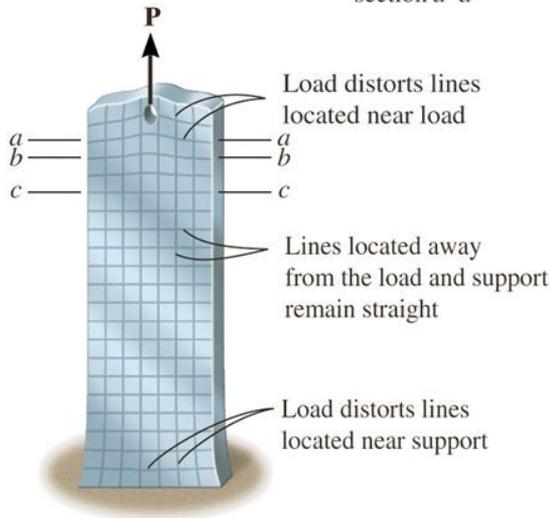
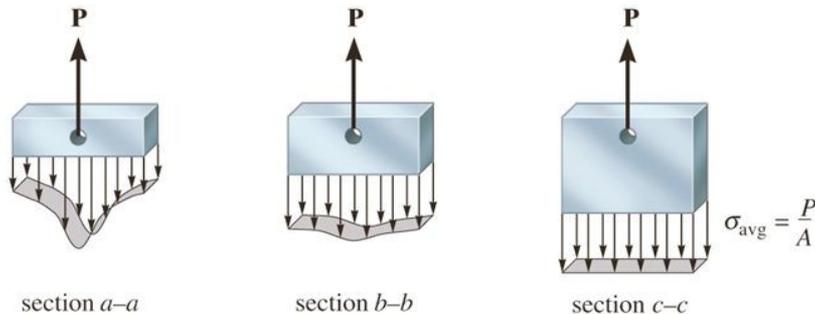


Sans hypothèse de petites déformations



Principe de Saint-Venant

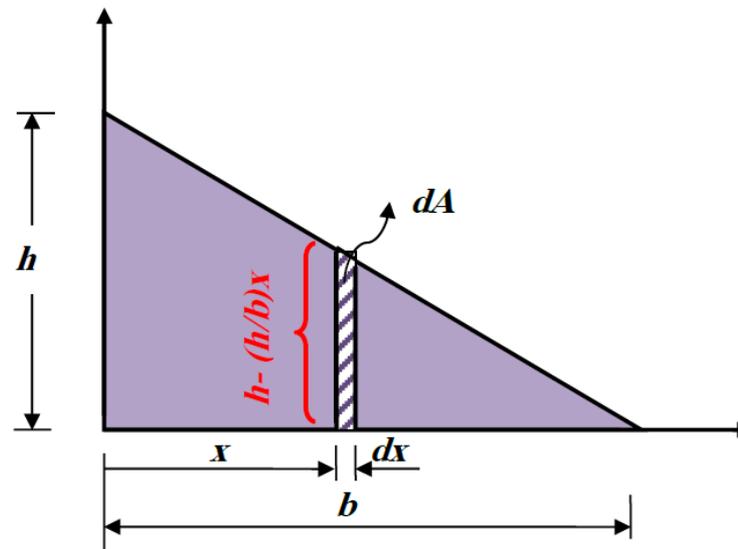
Les résultats obtenus en RDM ne s'appliquent qu'à une distance suffisamment éloignée de la région d'application des efforts concentrés en un point.



Caractéristiques Géométriques des Sections Planes

Aire d'une section

$$A = \int_A dA$$



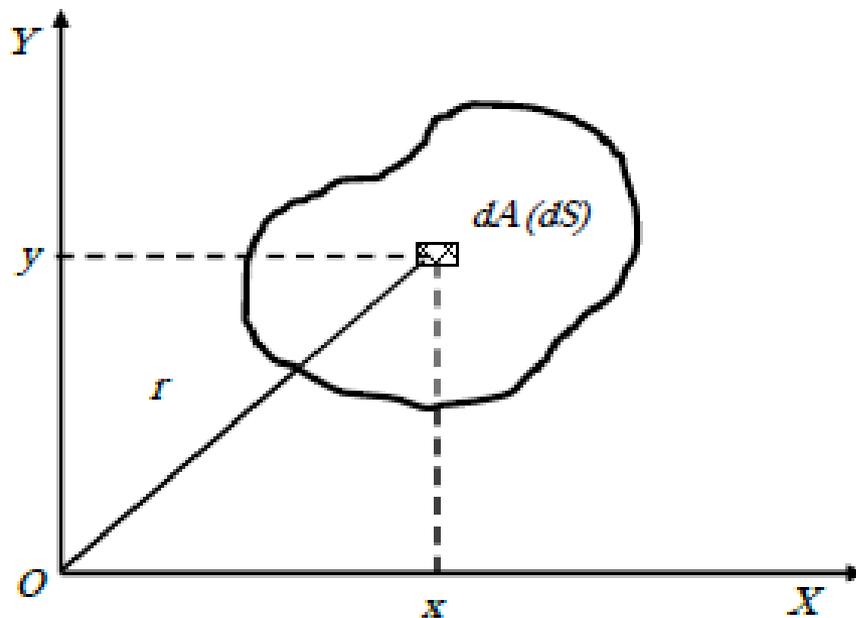
$$A = \int_A dA = \int_0^b h \left(1 - \frac{x}{b} \right) dx = \frac{bh}{2}$$



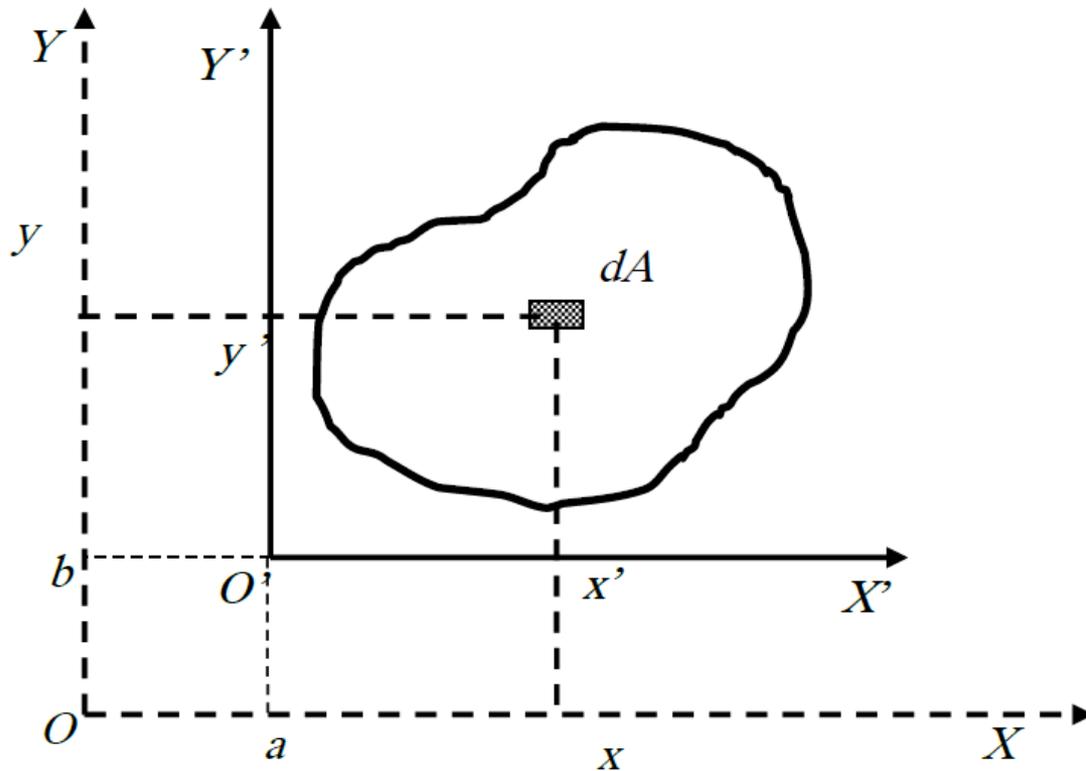
Moment statique

$$S_X = \int_A y dA$$

$$S_Y = \int_A x dA$$



Si on procède à des translations parallèlement aux axes ox et oy , les moments statiques changent.



$$S_{X'} = S_X - b.A$$

$$S_{Y'} = S_Y - a.A$$

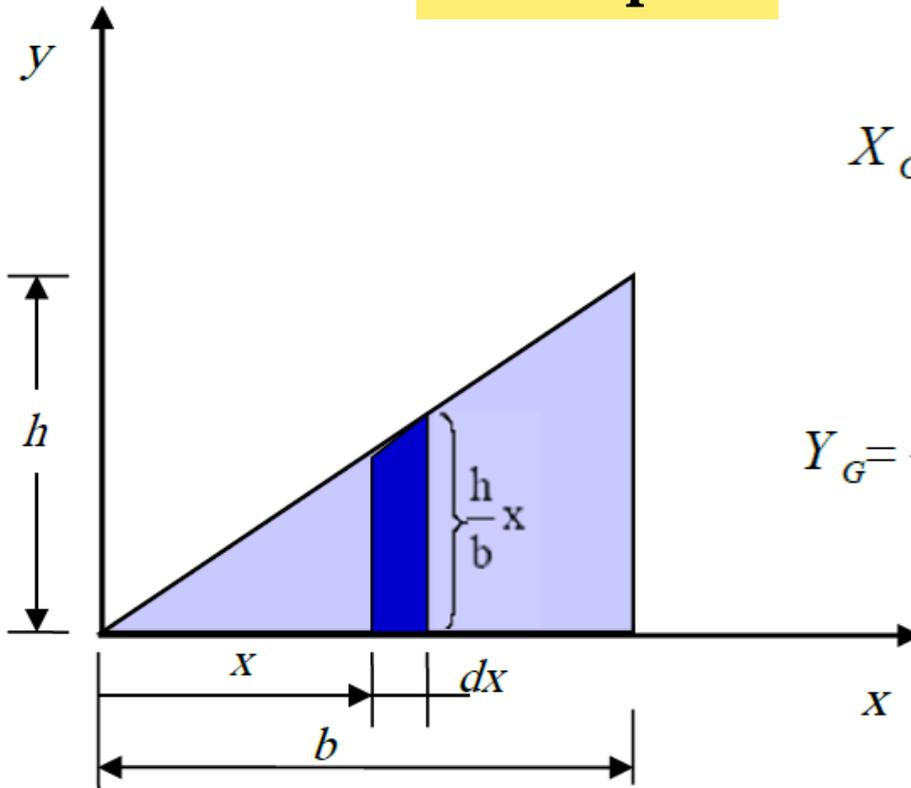


Centre de gravité

$$X_G = \frac{\int x dA}{\int_A dA}$$

$$Y_G = \frac{\int y dA}{\int_A dA}$$

Exemple:



$$X_G = \frac{\int x dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^b x \left(\frac{h}{b} x dx \right)}{\int_0^b \frac{h}{b} x dx} = \frac{2}{3} b$$

$$Y_G = \frac{\int y dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^b \frac{1}{2} \left(\frac{h}{b} x \right) \left(\frac{h}{b} x dx \right)}{\int_0^b \frac{h}{b} x dx} = \frac{1}{3} h$$



Moment d'inertie

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad I_{xy} = \int_A xy dA$$

Exemple:

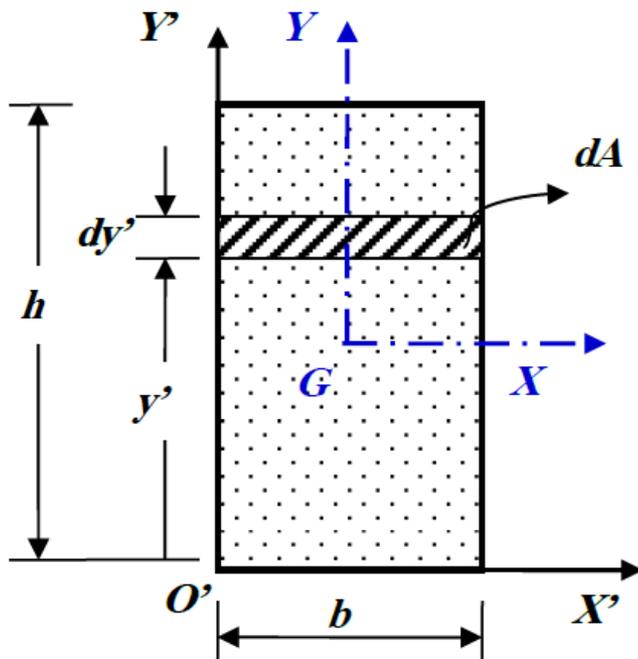
$$I_{x'} = \int_A y'^2 dA$$

$$I_{x'} = \int_0^H y'^2 \cdot b \cdot dy' = \frac{bh^3}{3}$$

$$I_{y'} = \int_A x'^2 dA = \frac{b^3 h}{3}$$

$$I_{x'y'} = \int_A x' \cdot y'^2 dA$$

$$I_{x'y'} = \int_0^H \int_0^B x' \cdot y' \cdot dx' \cdot dy' = \frac{b^2 h^2}{4}$$



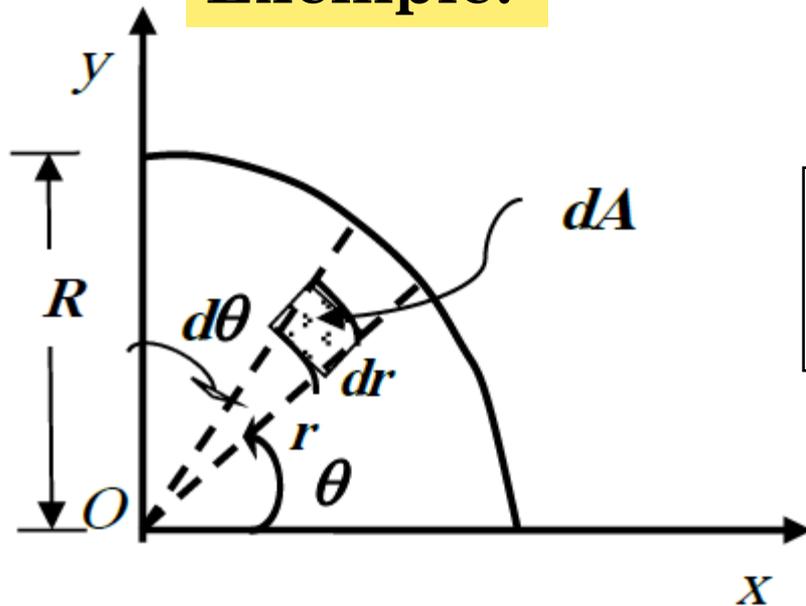
Moment d'inertie polaire

$$I_P = \int_A r^2 dA$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$I_P = I_x + I_y$$

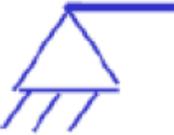
Exemple:



$$I_O = \int_A r^2 dA = \int_A r^2 (r dr d\theta)$$

$$= \left(\int_0^R r^3 dr \right) \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \right) = \frac{\pi R^4}{8}$$

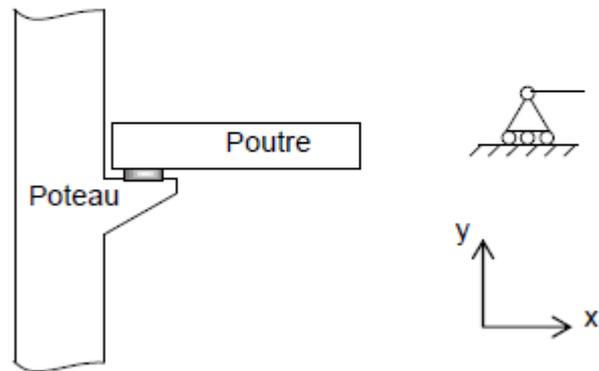
Modélisation des liaisons

Type de liaison	Modélisation	Inconnue de liaison
Appui simple (ou mobile)		1 inconnue $R_Y \uparrow$
Appui double (ou fixe, ou articulation)		2 inconnues $R_Y \uparrow$ $R_X \rightarrow$
Encastrement		3 inconnues $R_Y \uparrow$ $R_X \rightarrow$ $M \curvearrowright$



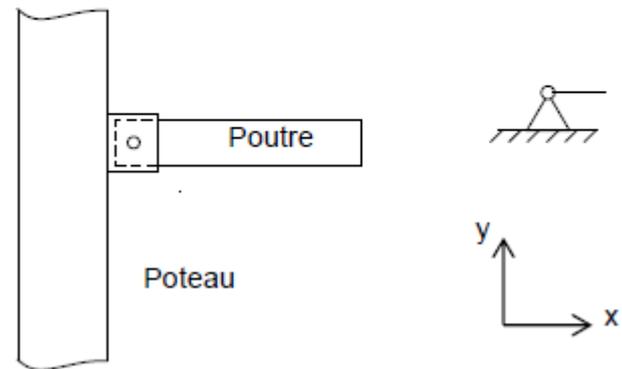
Appui simple

Action de liaison : R_y



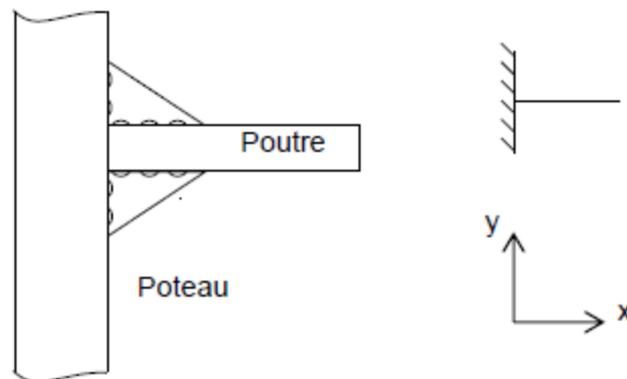
Articulation ou rotule

Action de liaison : R_x, R_y

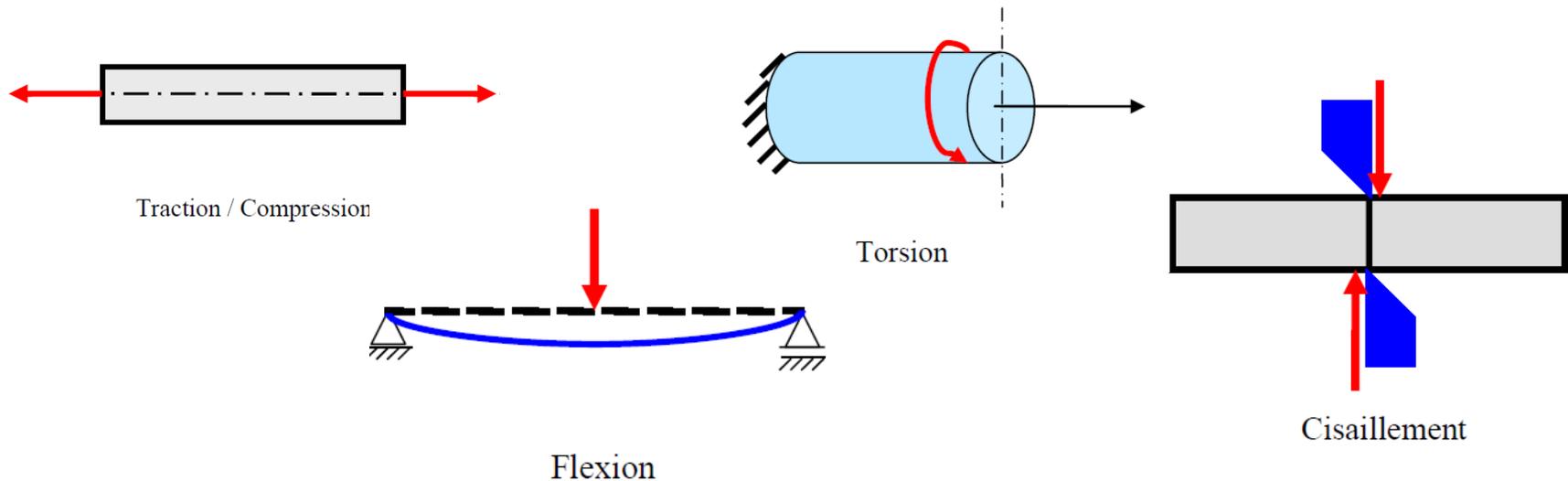


Encastrement

Action de liaison : R_x, R_y, M_z

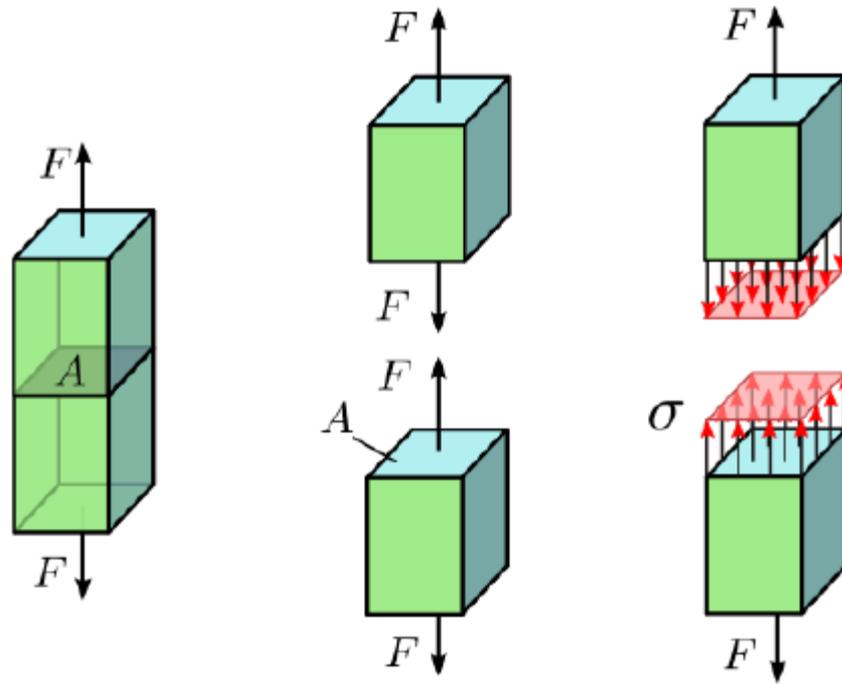


Quelques types de sollicitations



Sollicitations	Effort Normal	Effort Tranchant	Moment de Torsion	Moment de Flexion
Traction/compression	$N \neq 0$	$T = 0$	$M_t = 0$	$M_f = 0$
Cisaillement pur	$N = 0$	T_y (ou T_z) $\neq 0$	$M_t = 0$	$M_f = 0$
Torsion pure	$N = 0$	$T = 0$	$M_t \neq 0$	$M_f = 0$
Flexion pure	$N = 0$	$T = 0$	$M_t = 0$	M_z (ou M_y) $\neq 0$
Flexion simple	$N = 0$	T_y (ou T_z) $\neq 0$	$M_t = 0$	M_z (ou M_y) $\neq 0$

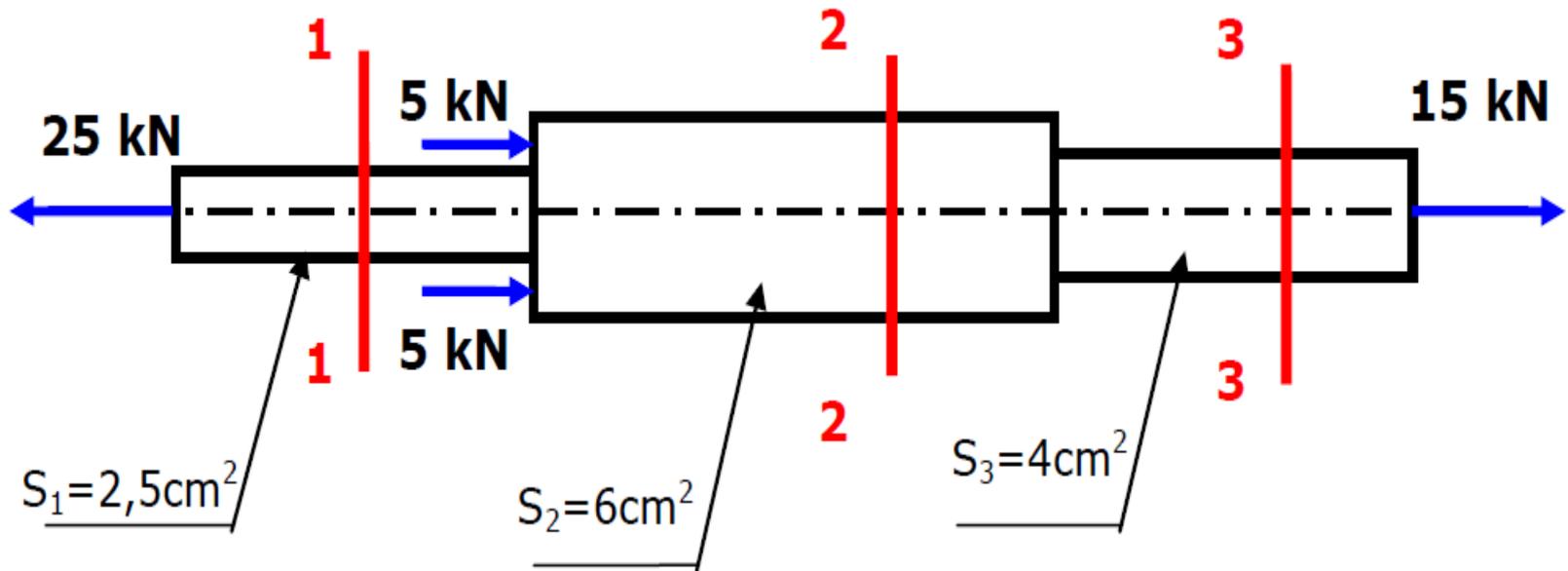
Traction et Compression Simples



Contrainte maximale ($\sigma_{adm.}$): $\sigma = \frac{F}{A}$



Exemple:

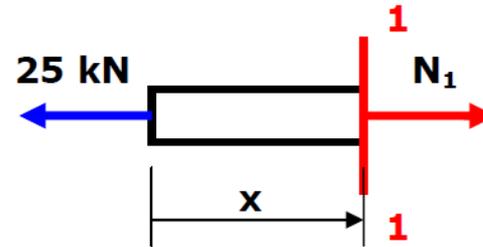


Solution de l'exemple

Section 1-1

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 = 25 \text{ kN}$$

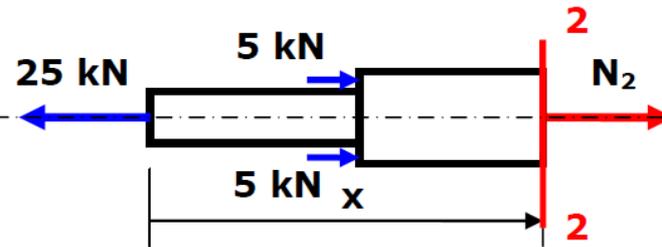
$$\sigma_{1-1} = \frac{N_1}{S_1} = \frac{25}{2,5} = 10 \text{ kN/cm}^2 = 100 \text{ MPa}$$



Section 2-2

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = 15 \text{ kN}$$

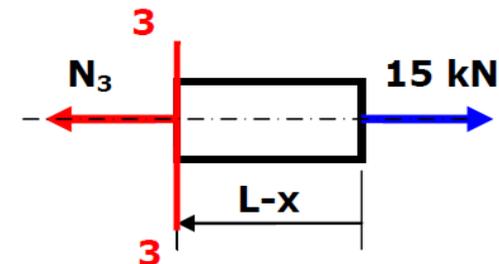
$$\sigma_{2-2} = \frac{N_2}{S_2} = \frac{15}{6} = 2,5 \text{ kN/cm}^2 = 25 \text{ MPa}$$



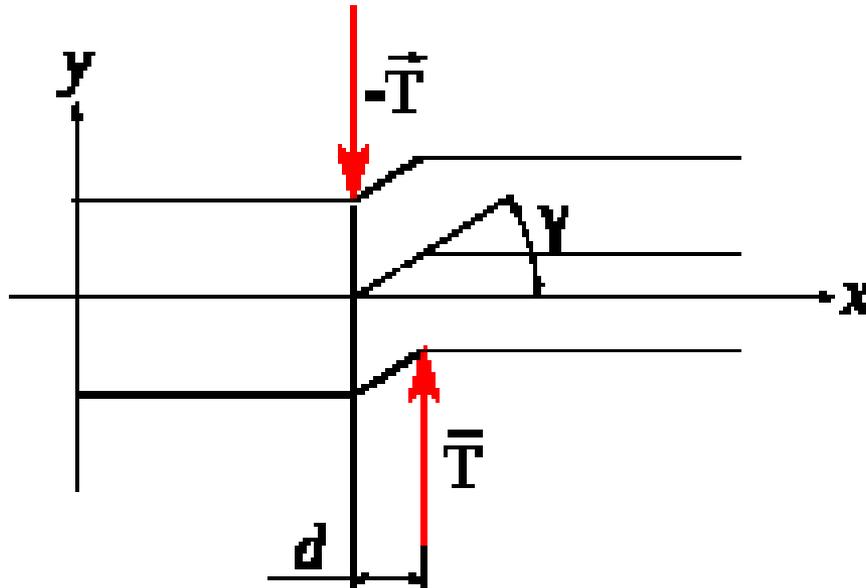
Section 3-3

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_3 = 15 \text{ kN}$$

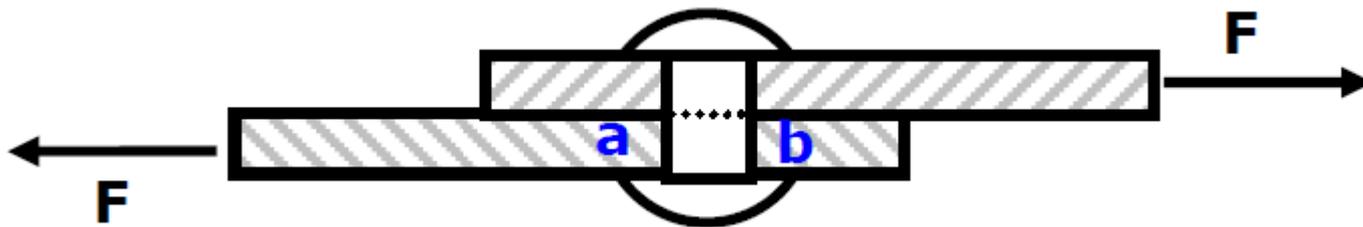
$$\sigma_{3-3} = \frac{N_3}{S_3} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ kN/cm}^2 = 37,5 \text{ MPa}$$



Cisaillement Pur



$$\tau = \frac{T}{S}$$

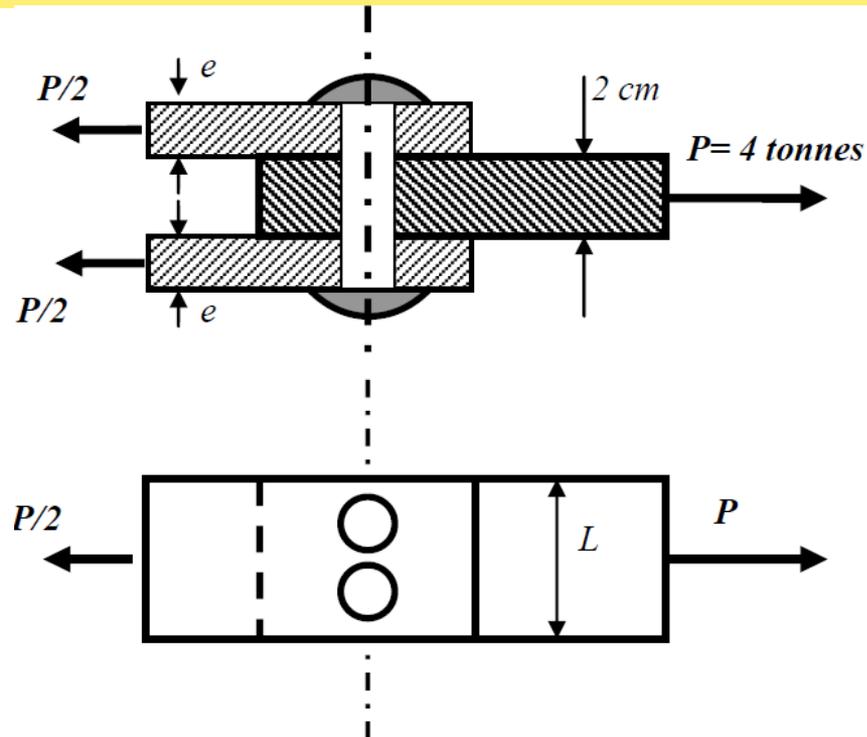


Exemple:

Trois tôles en acier sont assemblées entre elles par deux rivets de diamètre chacun égale à 17 mm.

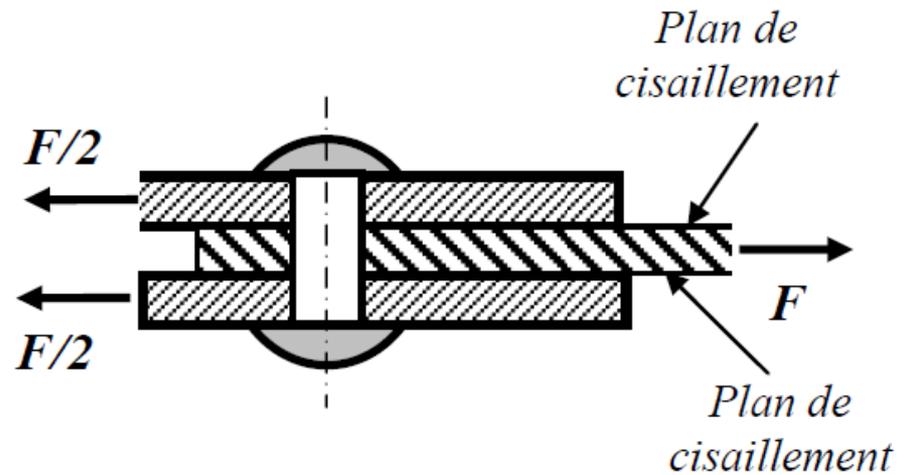
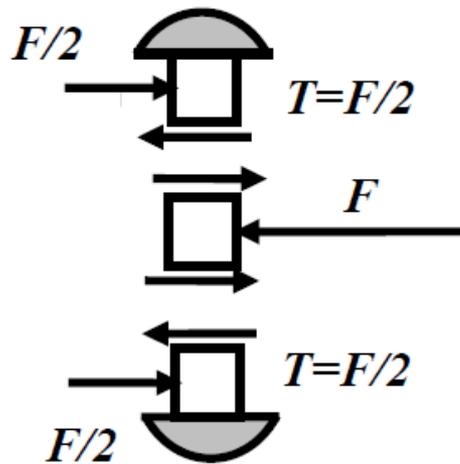
1- Vérifier la résistance des rivets si la contrainte admissible de cisaillement $[\tau] = 900 \text{ kg/cm}^2$.

2- Déterminer l'épaisseur minimale de chacune des deux tôles si $[\sigma] = 1200 \text{ kg/cm}^2$.



1- Nous avons ici deux plans de cisaillement. La force de cisaillement (effort tranchant) appliquée à la section cisailée, au niveau d'un **seul plan** de cisaillement est

$$T_1 = \frac{F}{2}$$



S'il y a n est rivets.

$$T_1 = \frac{F/n}{2}$$

La contrainte de cisaillement sur la section cisailée (revenant à chaque rivet) est

$$\tau_1 = \frac{F/2n}{A_1}; \quad A_1 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Avec la condition de résistance

$$\tau_1 \leq [\tau]$$

on écrit

$$\tau_1 = \frac{2F}{n\pi(d)^2} \leq [\tau]$$

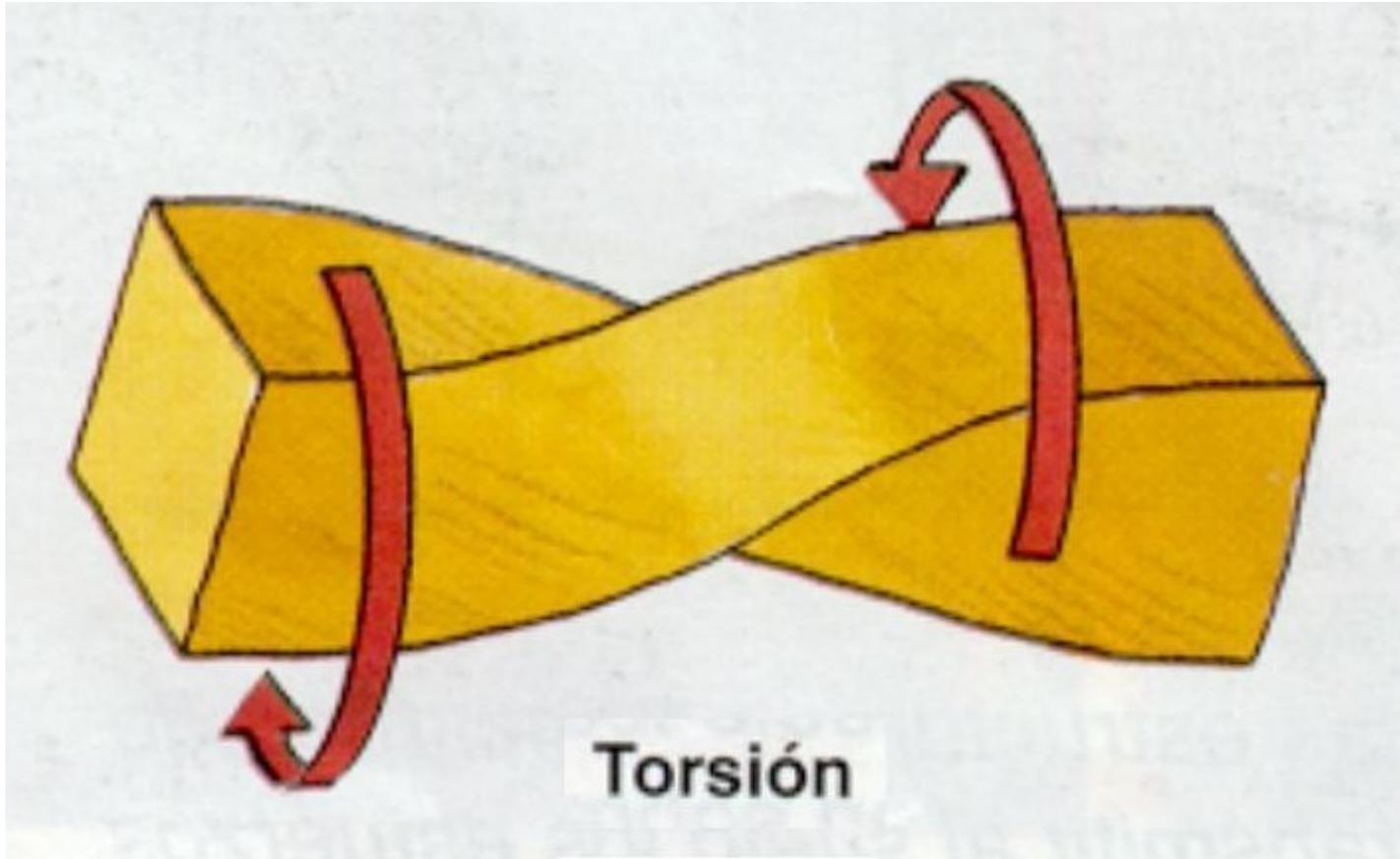
$$\tau_1 = \frac{2 \times 4.10^3}{2\pi(17)^2} = 440,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_1 = 440,6 \text{ kg/cm}^2 \leq [\tau] = 900 \text{ kg/cm}^2$$

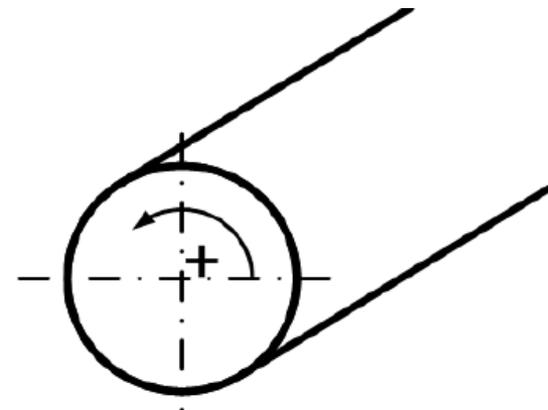
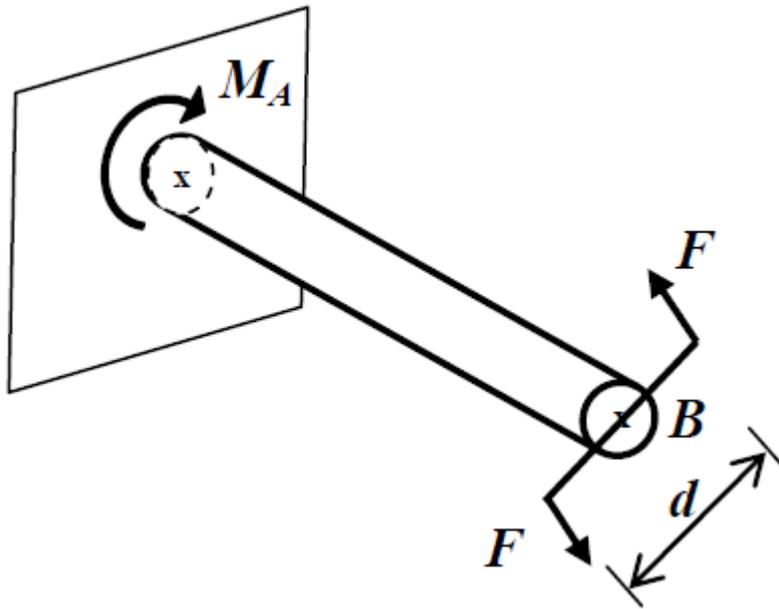
*Alors la
résistance
des rivets
est
vérifiée.*



Torsion



Une barre soumise principalement à la torsion porte le nom d'*arbre*

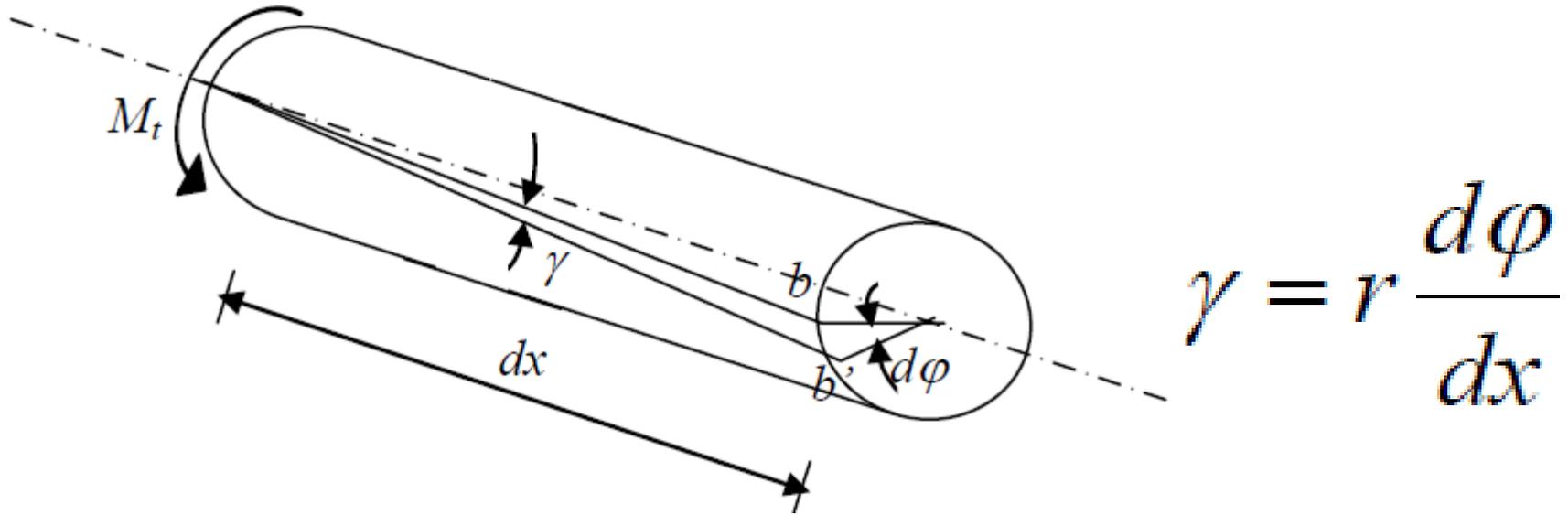


Convention de signe

$$M_A = M_B = F \cdot d$$



Angle de torsion



$\frac{d\varphi}{dx}$ est l'angle de torsion par unité de longueur qui est constante et on la note par θ de sorte:

$$\gamma = r \cdot \theta$$



Contraintes de cisaillement

La loi de Hooke pour le cisaillement est :

$$\tau = \gamma.G$$

En remplaçant la déformation de cisaillement par son expression, on obtient :

$$\tau = r.G.\theta$$

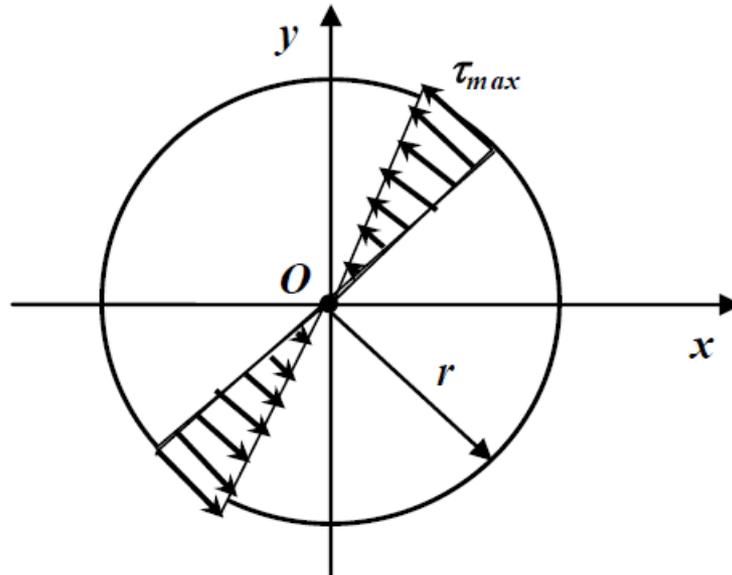
Pour calculer les contraintes de cisaillement dans la barre on utilise, au lieu du rayon r , la coordonnée polaire ρ au point considéré:

$$\tau = \frac{M_t}{I_P} \rho$$



La contrainte de cisaillement maximale est :

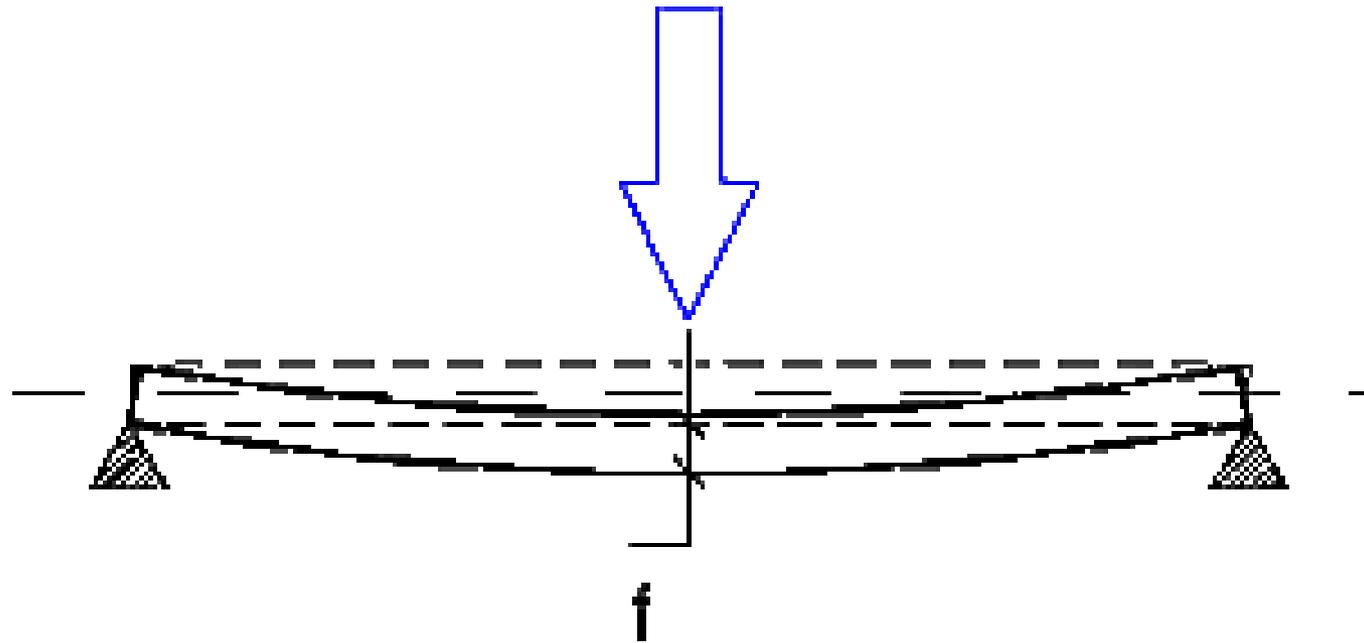
$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_P} r = \frac{M_t}{W_P}$$



$W_P = \frac{I_P}{r}$ est le module de résistance polaire de la section.

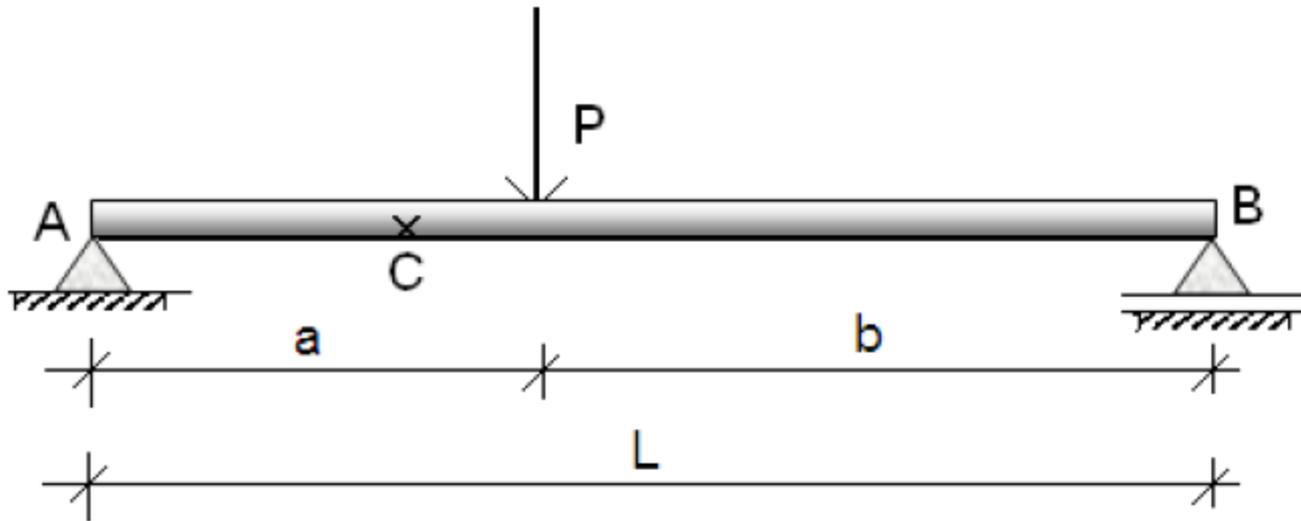


Flexion simple



Exemple:

Exprimer et tracer la variation de l'effort tranchant et le moment fléchissant le long de la poutre schématisée par la figure ci-dessous



1^{ère} partie : $0 \leq x \leq a$

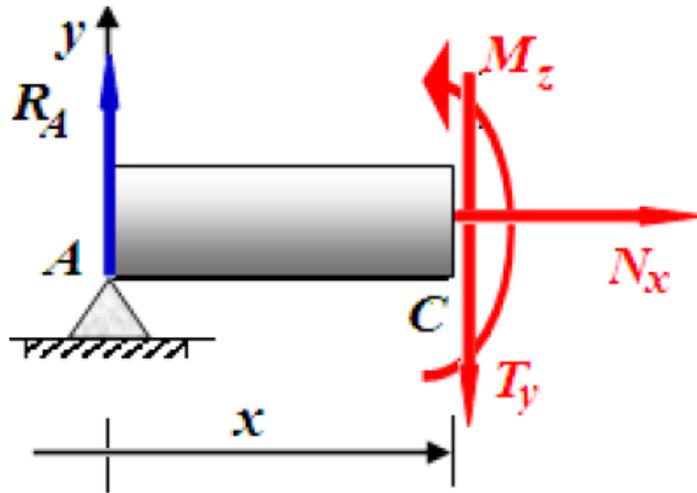


Fig. E6.1-b

- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_Y = Pb/L$
- $\sum M/c = 0 \Rightarrow M_Z = (Pb/L) \cdot x$
 $M_Z(x=0) = 0$
 $M_Z(x=a) = Pab/L$

2^{ème} partie : $a \leq x \leq L$

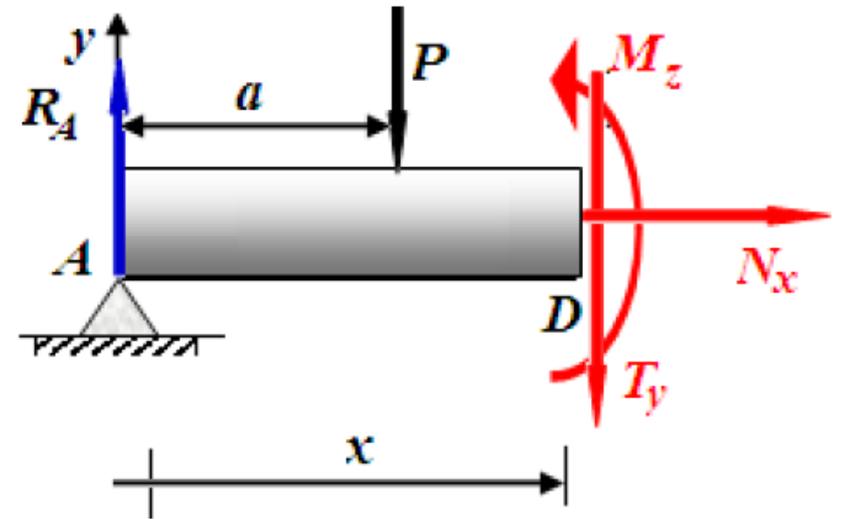


Fig. E6.1-c

- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_Y = -Pa/L$
- $\sum M/c = 0 \Rightarrow M_Z = (Pa/L) \cdot (L-x)$
 $M_Z(x=a) = Pab/L$
 $M_Z(x=L) = 0$

