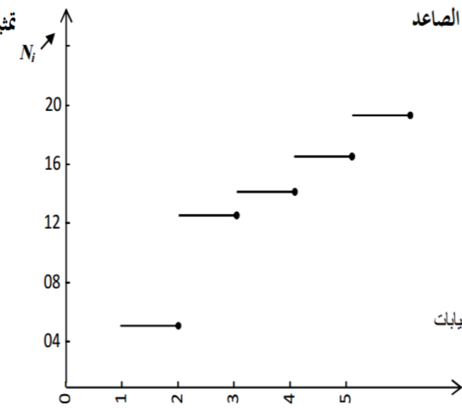
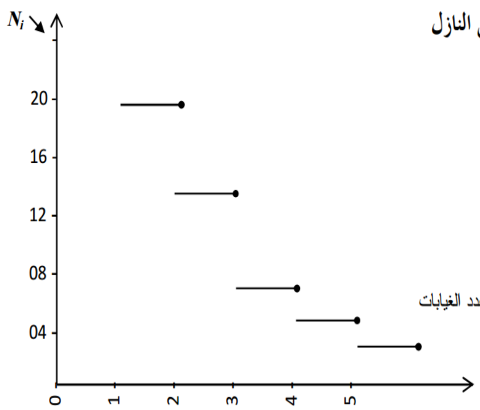
الغيابات (X_i)	عدد الطلبة (n_i)	$N_i\uparrow$	$N_i\downarrow$
01	6	6	20
02	7	13	14
03	2	15	7
04	2	17	5
05	3	20	3

تمثيل التكرار التجميعي الصاعد



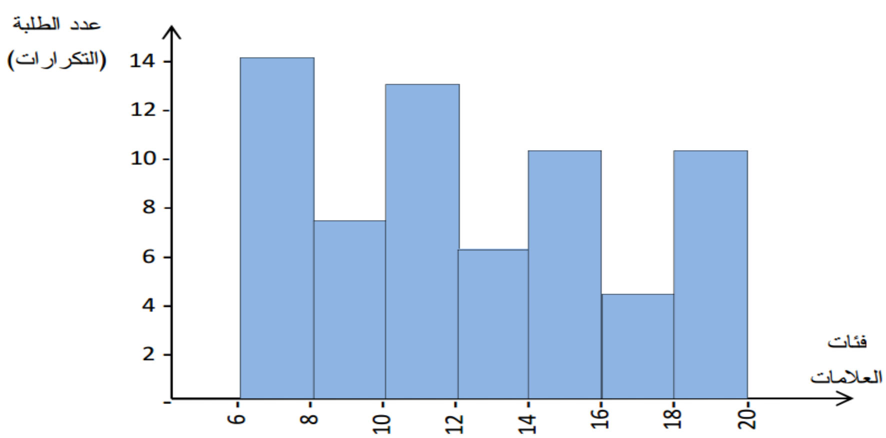
تمثيل التكرار التجميعي النازل



ب– في حالة متغير كمي مستمر

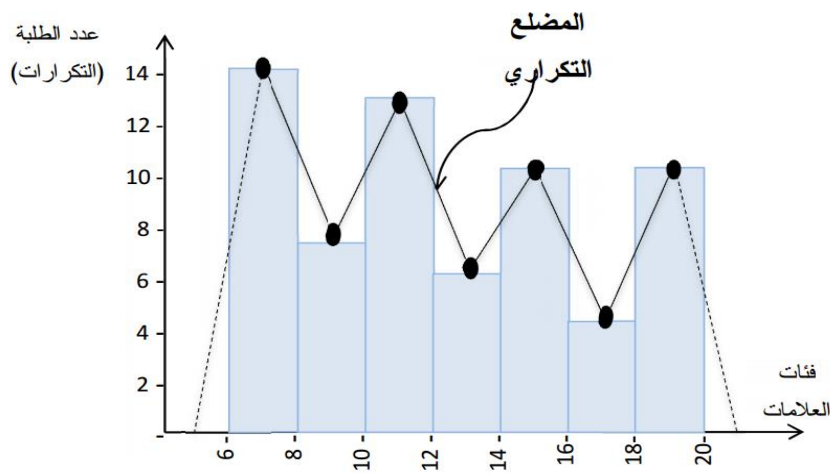
– **المدرج التكراري**: هذا مناسب بشكل خاص للمتغيرات المستمرة عندما يتم تجميعها في فئات، وهو عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتجاورة متلاصقة جنبا إلى جنب حيث تتوافق قواعدها مع طول الفئات وتتناسب أطوالها مع التكرارات المطلقة (أو النسبية) للفئات.

بالرجوع **للمثال 02**، يكون المدرج التكراري كما يلي:



– **مضلع التكرارت**: يسمح بتمثيل توزيع التكرارات المطلقة (أو النسبية) على شكل مضلع، و يتم الحصول على هذا الأخير من مخطط المدرج التكراري عن طريق ربط نقاط منتصف الجوانب العلوية لكل مستطيل بواسطة خطوط **مستقيمة**.

بالرجوع **للمثال 02**، يكون المضلع التكراري كما يلي:



–التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد والتكرار التجميعي النازل: يأخذ المخطط البياني للتكرار التجميعي الصاعد أوالتكرار التجميعي النازل للمتغير المستمر شكل منحنى يسمى مضلع التكرارات التجميعية .

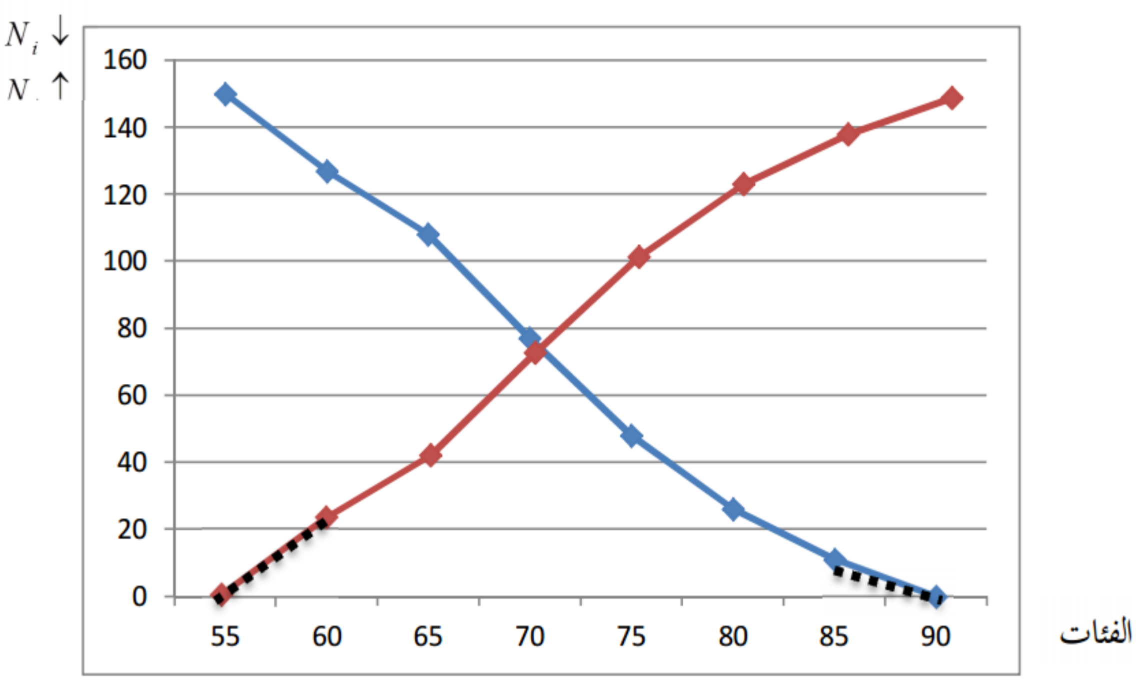
- **التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد**: يتم إنشاء مضلع التكرار التجميعي الصاعد من خلال ربط النقاط التي إحداثياتها الحدود العليا للفئات (على محور الفواصل) والتكرارات التجميعية الصاعدة المقابلة (على محور التراتيب)، بوسطة قطع مستقيمة. ونضيف إلى هذه النقاط أن إحداثيات نقطة البداية هي الحد الأدنى للفئة الأولى والصفر.
- **التمثيل البياني للتكرار التجميعي النازل**: يتم إنشاء مضلع التكرار التجميعي النازل من خلال ربط النقاط التي إحداثياتها الحدود االدنيا للفئات (على محور الفواصل) والتكرارات التجميعية النازلة المقابلة (على محور التراتيب)، بوسطة قطع مستقيمة. ونضيف إلى هذه النقاط أن إحداثيات نقطة النهاية هي الحد الأعلى للفئة الأخيرة والصفر.

مثال 04: تمثل البيانات الموضحة في الجدول أدناه أوزان مجموعة من الشباب المشاركين في مسابقة العدو الريفي في إحدى القرى.

أرسم كل من مضلع التكرار التجميعي الصاعد و مضلع التكرار التجميعي النازل على نفس المعلم.

الوزن	التكرار n_i	$N_i\uparrow$	$N_i\downarrow$
]60 ،55]	23	23	150
]65 ،60]	19	42	127
]70 ،65]	31	73	108
]80 ،75]	29	102	77

48	124	22	]80، 85]
26	139	15	]85، 90]
11	150	11	]90، 95]
/	/	150	المجموع



ملاحظة:

العرض البياني بواسطة الدائرة النسبية "Circular representation":

هذا مناسب بشكل خاص للمتغيرات الكيفية الغير قابلة للترتيب، وهي عبارة عن دائرة مقسمة إلى عدة أجزاء كل جزء يقابل زاوية مركزية تتناسب مع التكرار المطلق (او النسبي) المقابل لكل خاصية أو صفة من الصفات المدروسة.

لحساب زاوية كل صفة أو جزء نستخدم العلاقة التالية: $\text{الزاوية} = \frac{\text{تكرار الخاصية}}{\text{مجموع التكرارت}} \times 360^{\circ}$

I.4.2- مقاييس النزعة المركزية:

عبارة عن قيم متوسّطة تتمركز حولها البيانات، توفر لنا فكرة عامة عن الظاهرة المدروسة بشكل مختصر ومفيد و تمكننا من المقارنة بين ظاهرة وأخرى.

هناك عدة مقاييس (متوسطات) للتعبير عن الظاهرة المدروسة، تختلف من حيث الدقة والمدلول نذكر منها:

- **المتوسط الحسابي $\bar{X}$** (Mean):

أ- بيانات غير مبوبة

المتوسط الحسابي $\bar{X}$ لسلسلة إحصائية $(X_i, n_i)_{i=1,2\ldots k}$ توافق متغير إحصائي كمي متقطع يحسب بالعلاقة التالية:

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_i$ ، بالنسبة للبيانات الغير مبوبة.

ب- بيانات مبوبة في شكل فئات

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i$ ، بالنسبة للبيانات المنفردة المبوبة (او المكرّرة).

ملاحظة: يمكن حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي حسب العلاقة التالية: $\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} f_i X_i$

مثال: بالرجوع **للمثال 01** ، أحسب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق ثم باستخدام التكرار النسبي.

الحل:

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i = \frac{(2\times1+16\times2+26\times3+26\times4+12\times5+8\times6+6\times7+4\times8)}{100} = \frac{398}{100} = 3.98 \approx 4$$

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} f_i X_i = (0.02\times1 + 0.16\times2 + 0.26\times3 + 0.26\times4 + 0.12\times5 + 0.08\times6 + 0.06\times7 + 0.04\times8) = 3.98 \approx 4$$

يقدر متوسط عدد الغرف في المسكن بالعينة المدروسة بـ 4 غرف.

❖ في حالة بيانات مجمّعة في شكل فئات، فإننا نأخذ مراكز الفئات x_i بدلا من قيم X_i . وبذلك يتم كتابة الوسط الحسابي $\bar{X}$ كمايلي:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i .$$

ملاحظة: يمكن حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي حسب العلاقة التالية: $\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i$.

مثال: بالرجوع **للمثال 02**، أحسب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق ثم باستخدام التكرار النسبي.

الحل: أولا حساب مراكز الفئات

الفئات	]8 ،6]	]10 ،8]	] 12،10]	]14 ،12]	]16 ،14]	]18 ،16]	]20 ،18]
المراكز x_i	7	9	11	13	15	17	19
n_i	14	7	13	6	10	4	10

حساب المتوسط الحسابي باستخدام باستخدام التكرار المطلق:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{(14\times7+7\times9+13\times11+6\times13+10\times15+4\times17+10\times19)}{64} = \frac{790}{64} = 12.34$$

يقدر متوسط علامات الطلبة في العينة المدروسة بـ **12.34**.

حساب المتوسط الحسابي باستخدام باستخدام التكرار النسبي:

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i = (0.22\times7 + 0.11\times9 + 0.2\times11 + 0.09\times13 + 0.16\times15 + 0.06\times17 + 0.16\times19) = 12.34$$

ملاحظة: هناك متوسطات أخرى (تربيعية، هندسية، توافقية) لن نتطرق إليها في هذا الدرس.

المنوال M_0 (Mode):

هو القيمة الأكثر تكرارا من بين قيم البيانات، وقد يكون لبيانات في سلسلة احصائية (او توزيع تكراري) منوال واحد أو أكثر، كما قد لايكون لها منوال في حالة ما لم تتكرر أي قيمة.

مثال: بالرجوع **للمثال 01**، أوجد قيمة المنوال.

الحل: من خلال جدول التوزيع التكراري نلاحظ أن أكبر تكرار هو 26 وبالتالي فإن المنوال هو قيمة المتغير المقابلة لهذا التكرار، وعليه نلاحظ أن هناك منوالين هما: $M_0 = 3$ و $M'_0 = 4$ هذا يعني ان أغلبية المساكن عدد غرفها هو 3 أو 4.

❖ في حالة بيانات مجمّعة في شكل فئات متساوية الطول، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة المنوال M_0:

– تحديد الفئة المنوالية: وهي الفئة الموافقة لأكبر تكرار؛

– حساب المنوال بالاعتماد على الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئتين التي قبلها والتي بعدها بالعلاقة التالية:

$$M_0 = M_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} \cdot a$$

حيث: a : طول الفئة Δ_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي قبلها

M_1 : الحد الأدنى للفئة المنوالية Δ_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة التي بعدها

مثال: بالرجوع **للمثال 02**، أوجد قيمة المنوال.

الحل: – تحديد الفئة المنوالية:

من خلال جدول التوزيع التكراري نلاحظ أن أكبر تكرارهو14 وبالتالي الفئة المنوالية هي [6، 8[

– حساب المنوال: لدينا $M_0 = M_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} \cdot a$

$$M_0 = 6 + \frac{(14-0)}{((14-0)+(14-7))} \times 2 = 7.33$$

الشرح: أغلبية الطلبة لهم علامة 7.33 في ميقياس الفيزياء.

ملاحظة: يمكن تحديد **المنوال بيانيا** من خلال رسم المدرج التكراي واتباع الخطوات التالية:

– ربط رأس الحد الأعلى للفئة المنوالية برأس الحد الأعلى للفئة السابقة لها بواسطة خط مستقيم،

– ربط رأس الحد الأدنى للفئة المنوالية برأس الحد الأدنى للفئة الموالية لها مباشرة بواسطة خط مستقيم،

– فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين تمثل قيمة المنوال.

الوسيط M_e (Median):

هو قيمة المتغير الإحصائي (أو المشاهدة) التي تقسم سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا إلى قسمين متساويين، أي أن 50% من أفراد المجتمع لديهم قيمة أكبر من الوسيط و 50% لديهم قيمة أقل منه.