الفصل 2: سلاسل إحصائية بمتغير واحد

I.2.1- التكرار المطلق، التكرار النسبي، التكرار النسبي المئوي

نأخذ بعين الإعتبار مجتمعًا إحصائيًا يتكون من N من الأفراد، نرمز لقيم المتغير الإحصائي الموافقة لأفراد المجتمع بالرمز X_i، حيث i يشير الى رتبة المتغير الاحصائي في سلسلة احصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا و ($i= 1, 2, 3, \ldots, k$).

-التكرار المطلق ("Frequency"): هو عدد مرات ظهور نفس قيمة المتغير الإحصائي ونرمز له بالرمز n_i، حيث ($i= 1, 2, 3, \ldots, k$).

ملاحظة: التكرار المطلق الكلي N للمجتمع الإحصائي هو: $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$.

- التكرار النسبي (Relative Frequency): هو حاصل قسمة التكرار المطلق n_i لكل متغير إحصائي X_i على مجموع التكرارت أي: $f_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$

نلاحظ أن: $\sum f_i = 1$.

- التكرار النسبي المئوي: عبارة عن التكرار النسبي مضروبا في مائة: $f_i\% = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} \times 100$

- **في حالة بيانات مبوبة في شكل مجالات**

في هذه الحالة يتم تجميع القيم المختلفة للمتغير في مجالات أو فئات $[L_i ، L_{i+1}]$ ، حيث L_i هو الحد الأدنى للفئة و L_{i+1} هو الحد الأعلى للفئة، وتتميز كل فئة بمقدارين آخرين هما: السعة a_i (طول الفئة) ومركز الفئة x_i حيث: $a_i = L_{i+1} - L_i$ ، $x_i = \frac{L_{i+1}+L_i}{2}$.

ملاحظة: نعتمد في هذا الدرس الفئات التي لها نفس الطول فقط من أجل التبسيط.

-التكرار المطلق : التكرار المطلق للفئة $[L_i ، L_{i+1}]$ هو عدد القيم الموجودة داخل الفئة $[L_i ، L_{i+1}]$ ، ونرمز له بالرمز n_i ، حيث ($i= 1, 2, 3, \ldots, k$).

ملاحظة: التكرار المطلق الكلي n هو: $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$.

- التكرار النسبي: هو حاصل قسمة التكرار المطلق n_i لكل فئة $[L_i ، L_{i+1}]$ على مجموع التكرارت أي: $f_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$

نلاحظ أن: $\sum f_i = 1$.

– **التكرار النسبي المئوي**: عبارة عن التكرار النسبي مضروبا في مائة: $\mathbf{100} \times \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = f_i\%$

I.2.2– التكرارات التجميعية المطلقة، التكرارات التجميعية النسبية

أ– التكرارت التجميعية المطلقة (Absolute Cumulative Frequencies): هناك نوعين من التكرارات التجميعية المطلقة:

–التكرارت التجميعية الصاعدة المطلقة: يرمز لها بالرمز $N_i \uparrow$ وهي عبارة عن تراكم للتكرارات حسب الفئة المراد حسابها لها، وتحسب بالعلاقة التالية: $N_i \uparrow = \sum_{i=1}^{k} n_i$ أو $N_i \uparrow = N_{i-1} \uparrow + n_i$

ملاحظة: التكرار التجميعي الصاعد المطلق للفئة الأخيرة يكون مساويا لمجموع التكرارات.

–التكرارت التجميعية النازلة المطلقة: يرمز لها بالرمز $N_i\downarrow$ وهي عبارة عن تراكم للتكرارات من الأسفل إلى الأعلى (أي صعودا من الفئة الأخيرة إلى الفئة الأولى) حسب الفئة المراد حسابها لها، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{N_i} \downarrow = \mathrm{N_{i-1}} \downarrow - \boldsymbol{n_{i-1}}$$ حيث $i > 1$

ملاحظة: التكرار التجميعي النازل المطلق للفئة الأولي يكون مساويا لمجموع التكرارات.

ب– التكرارت التجميعية النسبية (Relative Cumulative Frequencies): هناك نوعين من التكرارات التجميعية النسبية:

–التكرارت التجميعية الصاعدة النسبية: يرمز لها بالرمز $F_i \uparrow$ وهي عبارة عن تراكم للتكرارات النسبية حسب الفئة المراد حسابها لها، وتحسب بالعلاقة التالية: $F_i \uparrow = \sum_{i=1}^{k} f_i$ أو $F_i \uparrow = F_{i-1} \uparrow + f_i$

ملاحظة: يمكن حساب التكرارات التجميعية الصاعدة النسبية مباشرة بقسمة التكرارات التجميعية المطلقة الصاعدة على مجموع $\boldsymbol{n}$ التكرارات كمايلي: $\boldsymbol{F_i} \uparrow = \frac{N_i\uparrow}{n}$

–التكرارت التجميعية النازلة النسبية: يرمز لها بالرمز $F_i\downarrow$ وهي عبارة عن تراكم للتكرارات النسبية من الأسفل إلى الأعلى (أي صعودا من الفئة الأخيرة إلى الفئة الأولى) حسب الفئة المراد حسانها لها، وتحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathrm{F_i} \downarrow = \mathrm{F_{i-1}} \downarrow - \boldsymbol{f_{i-1}}$$ حيث $i > 1$

ملاحظة: التكرار التجميعي النازل النسبي للفئة الأولي يكون مساويا للقيمة 1.

مثال01 (**بيانات متقطعة**): تمثل البيانات الموضحة في الجدول ادناه توزيع 100 مسكن حسب عدد الغرف ببلدية ميلة،

-أحسب كلا من : $\boldsymbol{f_i}$, $\boldsymbol{f_i}\%$, $N_i\uparrow$, $N_i\downarrow$, $F_i\downarrow$, $F_i\uparrow$.

-إشرح كلا من: $\boldsymbol{n_2}$, $\boldsymbol{f_3}$, $\boldsymbol{f_4}\%$, $N_2\uparrow$, $N_4\downarrow$, $F_4\downarrow$, $F_6\uparrow$

عدد الغرف $\boldsymbol{X_i}$	عدد المساكن $\boldsymbol{n_i}$	$\boldsymbol{f_i}$	$\boldsymbol{f_i}\%$	$N_i\uparrow$	$N_i\downarrow$	$F_i\uparrow$	$F_i\downarrow$
1	2						
2	16						
3	26						
4	26						
5	12						
6	8						
7	6						
8	4						
المجموع	$\sum \boldsymbol{n_i} = 100$						

ملاحظة: الجدول أعلاه يمثل جدول التوزيع التكراري الشامل في حالة متغير كمي متقطع.

مثال02 (**بيانات مستمرة**): تمثل البيانات الموضحة في الجدول أدناه علامات 64 طالبا من طلبة السنة الأولى علوم وتكنولوجيا لجامعة ميلة في ميقياس الفيزياء 1،

-أحسب كلا من : $\boldsymbol{f_i}$, $\boldsymbol{f_i}\%$, $N_i\uparrow$, $N_i\downarrow$, $F_i\downarrow$, $F_i\uparrow$.

-إشرح كلا من: $\boldsymbol{n_2}$, $\boldsymbol{f_4}$, $\boldsymbol{f_5}\%$, $N_3\uparrow$, $N_6\downarrow$, $F_7\downarrow$, $F_5\uparrow$

الفيئات	عدد الطلبة $\boldsymbol{n_i}$	$\boldsymbol{f_i}$	$\boldsymbol{f_i}\%$	$N_i\uparrow$	$N_i\downarrow$	$F_i\uparrow$	$F_i\downarrow$
]8 ،6]	14						
]10 ،8]	7						
]12 ،10]	13						
]14 ،12]	6						

]14، 16]	10						
]16، 18]	4						
]18، 20]	10						
المجموع	$\sum n_i = 64$						

ملاحظة: الجدول أعلاه يمثل جدول التوزيع التكراري الشامل في حالة متغير كمي مستمر.

I.3.2– التمثيلات البيانية (Graphical Representations)

العرض البياني للبيانات الإحصائية من أبسط الطرق لعرض البيانات حيث تمكّن من التحليل والتفسير السريع، وهذه الطرق تعتمد على التمثيلات والخطوط البيانية و تصنّف حسب نوع المتغيرات.

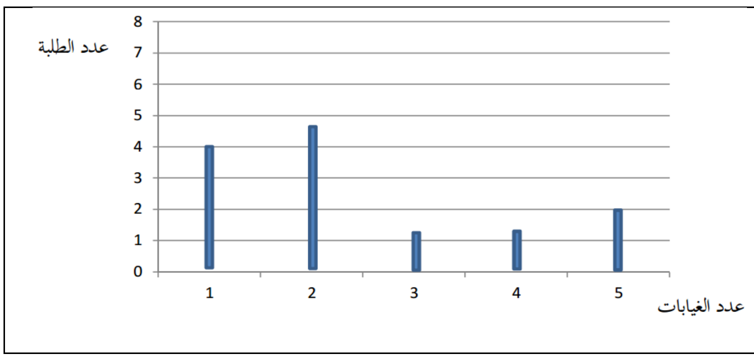
أ– في حالة بيانات متقطعة

– **الأعمدة البسيطة:** عبارة عن أعمدة غير متلاصقة عمودية على محور الفواصل في نقاط توافق قيم المتغير الإحصائي ويتناسب طولها مع التكرارات المطلقة (أو التكرارات النسبية) المناظرة على محور التراتيب.

مثال 03: تمثل البيانات الموضحة في الجدول أدناه غيابات 20 طالب في مقياس الرياضيات. –

المطلوب تمثيل البيانات بأعمدة بسيطة.

الغيابات (X_i)	عدد الطلبة (n_i)
01	6
02	7
03	2
04	2
05	3



–التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد والتكرار التجميعي النازل: يظهر التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد والتكرار التجميعي النازل للمتغير المتقطع على شكل منحنى سلم، وتكون قطع أفقية مستقيمة (لها نفس الطول) متزايدة ومتصاعدة في حالة التكرار التجميعي الصاعد، ومتناقصة ونازلة في حالة التكرار التجميعي النازل.

بالرجوع **للمثال 03**: من أجل التمثيل البياني للتكرار التجميعي الصاعد والتكرار التجميعي النازل يجب أولا حساب كل من التكرارين التجمعيين الصاعد والنازل.