Centre universitaire de Mila
Institut de Mathématiques et informatique
3ème année licence mathématiques appliquées 2024/2025
Matière : Analyse numérique matricielle

Série 01

Exercice 01 :

Etudier la diagonalisation de la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & b \\ a & b & 0 \end{pmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Exercice 02 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; trouver une matrice orthogonale O telle que :
$O^{-1}AO = T$ soit triangulaire.

Exercice 03 :

Soit A une matrice carrée.
a) Montrer que $Sp(A) \subset \cup_{i=1}^{n} D(a_{ii}, \rho_i)$ avec $\rho_i = \sum_{j \neq i} |a_{ii}|$.
b) Montrer que $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & \ldots & 1 \\ 1 & 3 & & \\ & & & 2 \\ (0) & & 1 & 3 \end{pmatrix}$ est inversible.
c) Trouver D diagonale telle que DAD^{-1} soit symétrique.
d) Déterminer $Sp(A)$.

Exercice 04 :

Montrer que :
· S'il existe une matrice unitaire U telle que : $A = UDU^*$ alors A est une matrice normale.
· Si A est une matrice unitaire, alors A est diagonalisable et les vecteurs propres sont orthogonaux.
· Si A est une matrice hermitienne définie positive, alors on peut définir une matrice hermitienne, noté $A^{\frac{1}{2}}$ telle que : $(A^{\frac{1}{2}}) = A$.