Université Abdelhafid Boussouf - Mila
Institut des Mathématiques et informatique
Département des Mathématiques

$2023 - 2024$

L3 :Mathématiques Appliquées 3

Série TD3 : Optimisation Sous contraintes

Exercice 1. *Soient Soit $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ deux fonctions differentiables définies par,*

$$\begin{cases} f(x,y) = y & \to Min \\ s.c. & h : y^3 - x^2 = 0. \end{cases}$$

1. *Calculer le minimum de f et le point (x^*, y^*) où ce minimum est atteint.*
2. *Existe-t-il λ tel que $\nabla f(x^*, y^*) = \lambda \nabla h(x^*, y^*)$?*
3. *Pourquoi ne peut-on pas appliquer le théorème des multiplicateurs de Lagrange ?*

Exercice 2. *Quels sont les points de la sphère S les plus proches et les plus éloignés du point $A = (3, 1, -1)$ Tel que :*

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid \ x^2 + y^2 + z^2 = 4\}.$$

Exercice 3. *Soit le problème dans $\mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\}$,*

$$\begin{cases} f(x,y) = ln(x^2 + y^2) - x^2 - x & \to Min \\ s.c. & h : x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

1. *Vérifier la condition de qualification des contraintes.*
2. *Montrer que le problème admet des solutions.*
3. *Déterminer les points critiques.*

Exercice 4. *Soit le problème (P) dans $\mathbb{R}^3$,*

$$\begin{cases} f(x,y) = y & \to Min \\ s.c. & h : x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ & g : x + y + z \leq 0. \end{cases}$$

1. *Vérifier la condition de qualification des contraintes.*
2. *Résoudre le système de Lagrange.*
3. *Déterminer la nature de cet extremum.*

Exercice 5. *Soit le problème (P) dans $\mathbb{R}^3$,*

$$\begin{cases} f(x,y) = -x & \to Min \\ s.c. & g_1 : x + y \leq 1 \\ & g_2 : x^2 \leq y. \end{cases}$$

1. *Vérifier la condition de qualification des contraintes.*
2. *Résoudre le système de Lagrange.*
3. *Déterminer la nature de ces points critiques.*