

Statique des fluides

La pression est définie comme une force normale exercée par un fluide par unité de surface. Nous parlons de pression lorsque nous traitons avec un gaz ou un liquide. Dans le cas des solides on parle de contrainte normale. Étant donné que la pression est définie comme une force par unité de surface, son unité est Newtons par mètre carré (N/m^2), appelée aussi pascal (Pa). Autrement dit : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

$$P = F/S$$

Le pascal est trop petit pour les pressions rencontrées dans la pratique. Par conséquent, ses multiples kilo Pascal ($1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$) et méga Pascal ($1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$) sont couramment utilisés. Trois autres unités de pression sont aussi utilisées : le bar, l'atmosphère standard et le kilogramme-force par centimètre carré.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 0.1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa} = 101.325 \text{ kPa} = 1.01325 \text{ bars}$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.807 \text{ N/cm}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ N/m}^2 = 9.807 \times 10^4 \text{ Pa} = 0.9807 \text{ bar} = 0.9679 \text{ atm}$$

Dans le système anglais l'unité de pression est le psi « **P**ound-**f**orce per **S**quare **I**nch »

$$1 \text{ bar} = 14.504 \text{ psi}$$

1.1 Pression absolue et relative

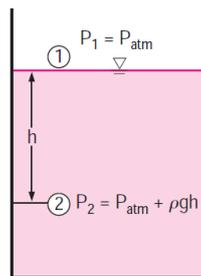
La pression réelle à une position donnée est appelée **pression absolue**, elle est mesurée par rapport au vide absolu (vide = pas de matière). Cependant la plupart des appareils de mesure de pression sont calibrés pour indiquer zéro lorsqu'ils ne sont pas branchés et sont à l'air libre (Fig. 2-1), donc ces appareils indiquent la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique locale. Cette différence est appelée **pression relative** (appelée aussi **pression effective**) et on a la relation suivante :

$$P_{relative} = P_{absolue} - P_{atmosphérique\ locale}$$

2. Loi fondamentale de la statique des fluides

Il est évident que la pression dans un fluide au repos ne change pas dans la direction horizontale. Cela peut être démontré facilement en considérant une couche mince horizontale de fluide et faire l'équilibre des forces dans les directions horizontales. Cependant, ce n'est pas le cas dans la direction verticale dans un champ gravitationnel, la pression dans un fluide au repos augmente avec la profondeur. Lorsqu'on plonge par exemple dans une piscine et on descend vers le bas il y a de plus en plus d'eau au-dessus de nous, ceci se traduit par une augmentation de pression, la relation de la variation de la pression avec la profondeur est donnée par :

$$P_2 = P_{atm} + \rho gh \quad \text{Où} \quad P_{relative} = \rho gh$$



La forme différentielle pour la variation de la pression avec l'élévation est donnée par :

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Le signe négatif dans l'équation vient de la direction de l'axe z qui pointe vers le haut de telle sorte que dP est négative lorsque dz est positif, puisque la pression diminue en montant vers le haut.

3. Calcul de la pression pour des fluides non miscibles superposés

Beaucoup de problèmes d'ingénierie impliquent l'utilisation de multiples fluides non miscibles empilés les uns sur les autres avec des masses volumiques différentes. Ces systèmes peuvent être facilement analysés

Prenons l'exemple montré sur la figure 4 d'un réservoir rempli de trois liquides non miscibles avec des masses volumiques différentes ρ_1 , ρ_2 et ρ_3 . Les surfaces de séparation entre ces liquides sont horizontales et les liquides se superposent par ordre de masse volumique décroissante $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$. La pression au fond du réservoir peut être déterminée en démarrant de la surface libre en haut où la pression est P_{atm} , se déplaçant ensuite vers le bas on obtient :

$$P_A = P_{atm} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

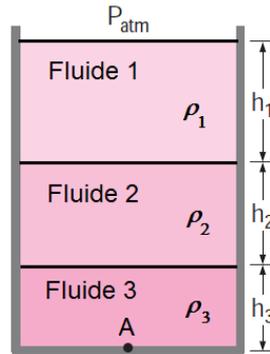


Figure.4

Surface de niveau

On appelle **surface de niveau** le lieu des points du fluide soumis à la même pression.

L'intégration de l'équation $\frac{dP}{dz} = -\rho g$ par rapport à z en considérant ρ et g comme des constantes donne ce qui suit:

$$P = -\rho g z + cst$$

Si $P = C^{st}$ alors z est C^{st} . Les surfaces de niveau sont donc des plans horizontaux.

5. Théorème de Pascal

La pression dans un fluide reste donc constante dans la direction horizontale, ce qui fait que lorsqu'on augmente la pression dans un point d'un fluide cela engendre une augmentation de pression de la même quantité tout au long du plan horizontal qui contient ce point, et en conséquence fait augmenter la pression à tous les points du fluide, c'est le théorème de Pascal :

« Dans un fluide incompressible en équilibre, toute augmentation de pression produite en un point se transmet intégralement à tous les points du fluide »

Ce principe est très important puisqu'il est à la base du fonctionnement des vérins hydrauliques (Fig5), des ascenseurs, des presses, ainsi que les contrôles hydrauliques des avions et autres types de machinerie lourde. L'idée fondamentale derrière ces dispositifs et systèmes est montrée sur la figure 5. Un piston situé à une extrémité d'un système fermé rempli avec un liquide, tel que l'huile, peut être utilisé pour modifier la pression dans tout le système, une force F_1 appliquée sur le premier piston et ainsi transmise à un second piston où la force résultante est F_2 . Puisque la pression P agissant sur les surfaces des deux pistons est la même, on peut écrire que :

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Si la surface S_2 est beaucoup plus grande que la surface S_1 , une petite force F_1 appliquée sur le petit piston peut être utilisée pour développer une force F_2 plus importante à l'autre côté sur le plus grand piston.

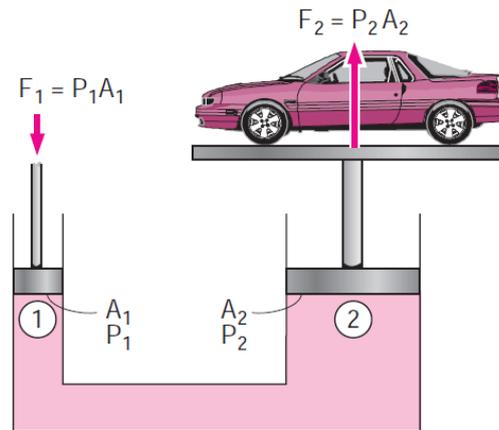


Figure.5

6. Instruments de mesure de la pression

Étant donné que la pression est une caractéristique très importante dans un fluide, il y a de nombreux dispositifs et techniques qui sont utilisées pour sa mesure. Comme déjà indiqué précédemment, la pression en un point dans un fluide peut être définie comme étant une pression absolue ou une pression relative. La pression absolue est mesurée par rapport au zéro absolu (vide totale), alors que la pression relative est mesurée par rapport à la pression atmosphérique locale. Ainsi, une pression relative égale à zéro correspond à une pression absolue égale à la pression atmosphérique locale.

6.1 Baromètre à mercure

La mesure de la pression atmosphérique est habituellement réalisée avec un baromètre à mercure qui a été inventé par Torricelli en 1643 (Figure 6)

$$P_B = P_{atm} = P_A + \rho_{Mercure}gh$$

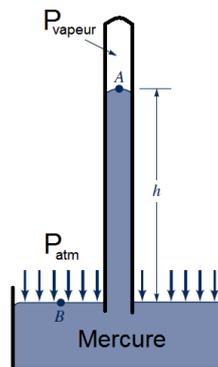


Fig.6. Baromètre à mercure de Torricelli

6.2 Manomètres

Une technique classique de mesure de pression comprend l'utilisation de colonne de liquide dans un tube vertical ou incliné. Les dispositifs de mesure basés sur cette technique sont appelés manomètres. Trois types communs de manomètres incluent le piézomètre, le manomètre en U et le manomètre à tube incliné.

Piézomètre

C'est un tube mince transparent qui est d'un côté ouvert à l'atmosphère et de l'autre côté branché sur un récipient qui contient un liquide pour lequel on veut mesurer la pression (Figure 7)

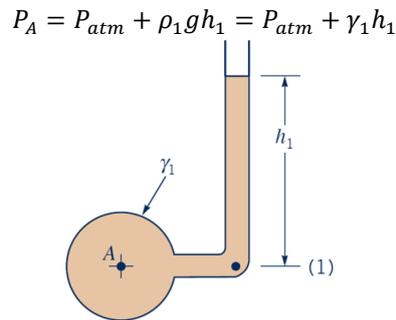


Fig.7. Piézomètre

Bien que le piézomètre est un dispositif de mesure de pression très simple et précis, il présente plusieurs inconvénients. Il peut être utilisé uniquement si la pression dans le récipient est supérieure à la pression atmosphérique, dans le cas contraire l'air serait aspiré à l'intérieur du système. L'autre inconvénient est que la pression à mesurer doit être relativement faible de sorte que la hauteur h_1 de la colonne sera raisonnable. De plus le fluide dans le récipient doit être un liquide et non un gaz.

Manomètre

Pour surmonter les inconvénients mentionnés précédemment un autre type de manomètre est largement utilisé c'est le manomètre en U. C'est un tube transparent en forme de U qui contient généralement deux fluides différents (Figure 8)

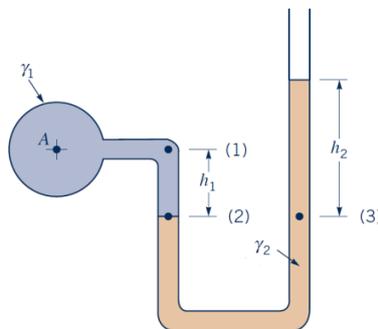


Fig.8. Manomètre en U

D'après la figure on a :

$$P_3 = P_{atm} + \rho_2 g h_2 = P_{atm} + \gamma_2 h_2 \text{ avec } P_3 = P_2$$

Et

$$P_2 = P_1 + \rho_1 g h_1 = P_1 + \gamma_1 h_1 = P_A + \gamma_1 h_1 \text{ puisque } P_A = P_1$$

Alors

$$P_3 = P_2 = P_{atm} + \gamma_2 h_2 = P_2 = P_A + \gamma_1 h_1$$

Finalement on obtient :

$$P_A = P_{atm} + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

Si le fluide (1) en est un gaz alors on peut négliger $\gamma_1 h_1$ ce qui donne:

$$P_A = P_{atm} + \gamma_2 h_2$$

Le manomètre à tube en U est également largement utilisé pour mesurer la différence de pression entre deux récipients ou entre deux points dans un système donné (Fig.9).

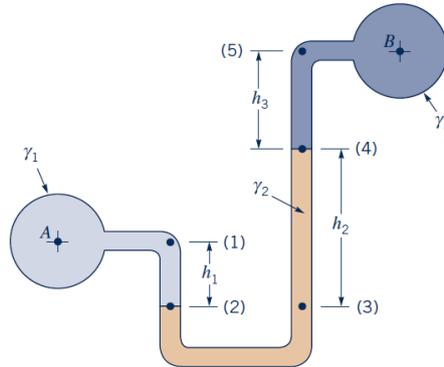


Fig. 9. Manomètre en U entre deux récipients

On a :

$$P_A = P_1 \quad \text{et} \quad P_2 = P_3 \quad \text{et} \quad P_5 = P_B$$

Et puisque $P_4 = P_5 + \gamma_3 h_3$ et $P_3 = P_4 + \gamma_2 h_2$ et $P_2 = P_1 + \gamma_1 h_1$

Alors :

$$P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$

EXERCICE 1 (Figure.1)

Un réservoir fermé contient 1.5 m d'huile ($\gamma_{\text{Huile}} = 8720 \text{ N/m}^3$), 1 m d'eau ($\gamma_{\text{Eau}} = 9790 \text{ N/m}^3$) et 20 cm de mercure ($\gamma_{\text{Mercure}} = 133100 \text{ N/m}^3$), et en haut un espace qui contient de l'air.

Si la pression en bas du réservoir est $P_{\text{Bas}} = 60 \text{ kPa}$, qu'elle est la pression de l'air en haut du réservoir ?

Réponse : $P_{\text{Air}} = 10500 \text{ Pa}$

EXERCICE 2 (Figure.2)

De l'air est pressurisée dans un dispositif cylindre-piston par un ressort et le poids du piston comme le montre la figure. La surface du piston est égale à $35 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ avec une masse de 4 kg et la pression atmosphérique est égale à 95 kPa. Si la force exercée par le ressort sur le piston est égale à 60N, déterminer la pression de l'air à l'intérieur du cylindre.

Réponse : $P = 123.4 \text{ kPa}$

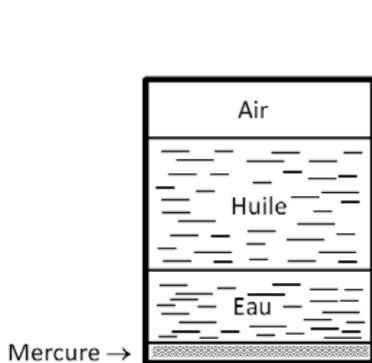


Figure.1

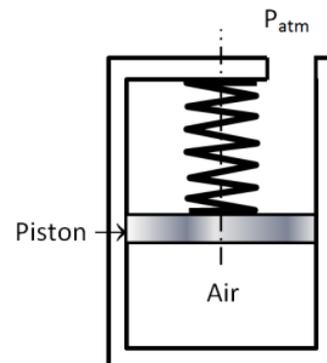


Figure.2