CHAPITRE I : Généralités

1. Définition d'un fluide

Un fluide est un milieu matériel parfaitement déformable formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. C'est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler.
On peut classer les fluides en deux groupes : des liquides (fluide incompressible) et des gaz (fluide compressible).

- **Un fluide est dit incompressible** lorsque le volume occupé par une masse donné ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)
- **Un fluide est dit compressible** lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

2. Caractéristiques physiques

2.1 Masse volumique

La masse volumique est définie comme la masse par unité de volume. La masse volumique d'un gaz change avec la pression mais celle d'un liquide peut être considérée comme constante en général.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

où :

ρ : Masse volumique en (kg/m^3),

m : masse en (kg),

V : volume en (m^3).

2.2 Volume spécifique (ou volume massique)

L'inverse de la masse volumique par unité de masse est appelé volume spécifique (ou volume massique) et est défini par :

$$v = \frac{1}{\rho}\left[m^3 / kg\right]$$

2.4 poids spcifique (ou poids volumique)

Il représente la force d'attraction exercée par la terre sur l'unité de volume, c'est-à-dire le poids de l'unité de volume

$$\boxed{\varpi = \frac{m.g}{V} = \rho.g}$$

ϖ : Poids volumique en (N/m^3).

m : masse en (kg),

g : accélération de la pesanteur en (m/s^2),

V : volume en (m^3).

2.3 Densité

La densité (ou densité relative) d'un fluide est le rapport de sa masse volumique à la masse volumique d'un fluide pris comme référence :

$$d = \frac{\text{masse volumique du fluide}}{\text{masse volumique d'un fluide de référence}} = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

Dans le cas des liquides en prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

2.4 Viscosité

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement.

$$\text{viscosité cinématique} \quad \upsilon = \frac{\mu}{\rho} \qquad m^2/s$$

μ : Viscosité dynamique en (kg/m.s)

Pa.s : Pascal seconde

Pl : Poiseuille avec 1 Pa.s = 1 Pl =1kg /ms

Dans le système CGS l'unité est le Poise (Po) avec 1 Po = 10^{-1} Pl

Dans le système SI, l'unité de la viscosité cinématique, ν, est le (m^2/s) ; dans le système CGS l'unité est le stockes où 1 stokes = 1 cm^2/s = 10^{-4} m^2/s

Exercice 1

Soit un volume d'huile V= 6m^3 qui pèse G= 47KN. Calculer la masse volumique, le poids spécifique et la densité de cette huile sachant que g= 9.81 m/s^2. Calculer le poids G et la masse M d'un volume V= 3 litres d'huile de boite de vitesse ayant une densité égale à 0.9

Solution

- Masse volumique

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{G}{gV} = \frac{47.1000}{9.81*6} = \underline{798.5}\ \underline{kg/m^3}$$

- Poids volumique

$$\varpi = \rho g \Longrightarrow \varpi = 798.5*9.81 = \underline{7833.3\ N/m^3}$$

- Densité

$$d = \frac{\rho}{\rho_{réf}} \Longrightarrow d = \frac{798.5}{1000} = \underline{0.7985}$$

Exercice 2

Déterminer le poids volumique de l'essence sachant que sa densité d=0,7. On donne :

- l'accélération de la pesanteur g=9,81 m/s^2
- la masse volumique de l'eau ρ =1000 kg /m^3

Solution

$$\varpi = \rho g \Longrightarrow \varpi = 0.7*1000*9.81 = 6867\ \underline{N/m^3}$$

Exercice 3

Déterminer la viscosité dynamique d'une huile moteur de densité d = 0.9 et de viscosité cinématique ν= 1.1 St

Solution

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Longrightarrow \mu = \upsilon.\rho = 1.1*10^{-4}.900 = \underline{0.099 Pa.s}$$

Exercice 4

La viscosité de l'eau à 20°c est de 0.01008 Poise. Calculer

- La viscosité absolue (dynamique)
- Si la densité est de 0.988, calculer la valeur de la viscosité cinématique en m^2/s et en Stokes

Solution

1 Po = 10^{-1} Pl $\qquad \mu = \underline{0.001008 Pa.s}$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Longrightarrow \nu = \frac{0.001008}{988}$$

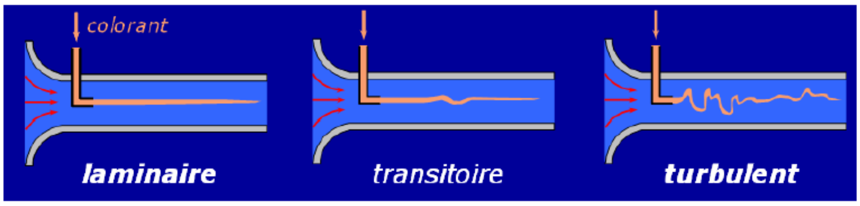
ν= 1.02 * 10^{-6} m^2/s = 1.02 10^{-2} St

3. Fluide parfait – fluide réel

Un fluide parfait est un fluide dont les molécules se déplacent sans aucun frottement les uns par rapport aux autres ; donc sans viscosité $\mu = 0$. (C'est théorique) Un fluide est réel lorsque $\mu \neq 0$

4. Régimes d'écoulement

Soit un courant d'eau qui circule dans une conduite à section circulaire. On introduit un filet de colorant dans l'axe de cette conduite. Suivant la vitesse d'écoulement de l'eau, on peut observer les phénomènes suivants :



a) Vitesse faible b)Vitesse plus élevée c) Vitesse très élevée

*Pour des vitesses faibles, le filet colorant traverse le long de la conduite en position centrale.

*Pour des vitesses plus élevées, le filet colorant se mélange brusquement dans l'eau après avoir parcouru une distance.

* Pour des vitesses très élevées, le colorant se mélange immédiatement dans l'eau.

a. Régime laminaire : (cas a) le fluide s'écoule en couches cylindriques coaxiales ayant pour axe le centre de la conduite.

b. Régime transitoire : (cas b) c'est une transition entre le régime laminaire et ce lui turbulent.
c. Régime turbulent : (cas c) formation de mouvement tourbillonnant dans le fluide. Cette expérience est faite par Reynolds.
La détermination du régime d'écoulement est par le calcul d'un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds (Re).

$$\boxed{Re = \frac{D.u.\rho}{\mu} = \frac{D.u}{\nu}}$$

Avec : D : diamètre de la conduite (en m)
u : vitesse moyenne d'écoulement (en m/s)
ρ : masse volumique du fluide (en kg/m3)
µ : coefficient de viscosité dynamique (en Pa.s)
ν : coefficient de viscosité cinématique (en m²/s)

Si Re < 2000 le régime est laminaire
Si Re > 3000 le régime est turbulent
Si 2000 < Re < 3000 le régime est transitoire

Remarque : si la section n'est pas circulaire, on définit le diamètre équivalent (D_h) par :

$$D_h = \frac{4 * \text{la section de la conduite}}{\text{le périmètre mouillé par le fluide}}$$

5. Théorème de BERNOULLI pour un fluide réel
Lorsque le fluide est réel, la viscosité est non nulle, alors au cours du déplacement du fluide, les différentes couches frottent les unes contre les autres et contre la paroi qui n'est pas parfaitement lisse d'où il y a une perte sous forme de dégagement d'énergie ; cette perte appelée **perte de charge ou perte de pression**. La relation de Bernoulli peut s'écrire sous la forme :

$$\boxed{z_1 + \frac{v_1{}^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho.g} = z_2 + \frac{v_2{}^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho.g} + \Delta H_{1,2}} \qquad \mathbf{m}$$

$\Delta H_{1,2}$: c'est l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimé en hauteur. Les pertes de charge peuvent être exprimées en pression / $\Delta P_{1,2} = \rho.g.\ \Delta H_{1,2}$

6. Pertes de charge
Les pertes de charge sont à l'origine :
* Des frottements entre les différentes couches de liquide et des frottements entre le liquide et la paroi interne de la conduite le long de l'écoulement : ce sont les ***pertes de charge régulières***.
* De la résistance à l'écoulement provoqués par les accidents de parcours (vannes, coudes, etc…) ; ce sont les ***pertes de charge singulières ou localisés.***

6.1 Pertes de charge régulières ou linéaires: ΔH_r

Soit un écoulement permanent d'un liquide dans une conduite de diamètre D. La perte de charge entre deux points séparés d'une longueur L est de la forme :

$$\boxed{\Delta H_r = \lambda \frac{L}{D} . \frac{v^2}{2g}}$$

Avec υ : vitesse moyenne du fluide

λ : coefficient de perte de charge régulière.

Pour déterminer le coefficient de perte de charge régulière λ, on fait souvent appel à des formules empiriques tel que:

Dans un régime d'écoulement laminaire : $Re < 2000$

$\boxed{\lambda = \frac{64}{R_e}}$ (Formule de Poiseuille)

Dans un régime d'écoulement turbulent lisse : $2000 < Re < 10^5$

$\boxed{\lambda = 0{,}316 . R_e^{-0{,}25}}$ (Formule de Blasius)

Dans un régime d'écoulement turbulent rugueux : $Re > 10^5$

$\boxed{\lambda = 0{,}79 . \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}}$ (Formule de Blench)

avec :

- ε : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)

- d : diamètre intérieur de la conduite (mm)

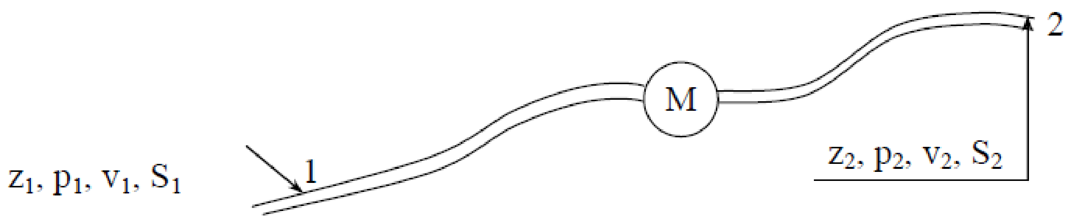
6.2 Pertes de charge singulières : ΔH_s

$$\Delta h = K . \frac{v^2}{2.g}$$

Avec k: coefficient de perte de charge singulière qui dépend de la forme géométrique de la conduite (rétrécissement de section, coude, vanne, etc…).

7. Fluide réel traversant une machine

Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, alors il y a un échange d'énergie entre le fluide et la machine.
Soit E l'énergie par unité de masse échangée entre le fluide et la machine.
On pose E > 0 si la machine est motrice (pompe)
E < 0 si la machine est réceptrice (turbine)



Le bilan énergétique appliqué entre (1) et (2) : E(1) + E = E(2) + E_{perdu} Le théorème de Bernoulli s'écrit alors **<u>(sous une forme brute)</u>** :

$$\boxed{\frac{1}{2}v_1^{\;2} + g.z_1 + \frac{p_1}{\rho} + E = \frac{1}{2}v_2^{\;2} + g.z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \Delta H_{1,2}} \qquad \textbf{J/kg}$$

ΔH : pertes en mètre d'hauteur <u>(m)</u>
ΔP : pertes sous forme de pression Pa (N/m²)
ΔE : ////////////////// **d'énergie (joule)= N *m**

La puissance échangée est une puissance hydraulique

$$\boxed{P_{hyd} = \rho.E.q_V} \boxed{= q_m\, E} \qquad \textbf{W}$$

Avec :

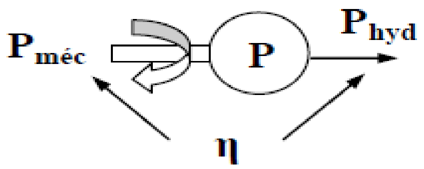
- **q_V : débit volumique (m^3/s)** : il quantifie alors la quantité de matière en volume qui traverse une surface, une section, par unité de temps
- **q_m: débit massique (kg/s)** : il quantifie alors la quantité de matière en masse qui traverse une surface, une section, par unité de temps

Les pertes d'énergie dans les machines sont traduites par un rendement. Ce dernier est le rapport de la puissance utile par la puissance absorbée :

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}}$$

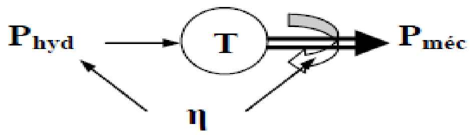
Donc, la puissance mécanique est :
* Dans le cas d'une pompe :

$$\eta = \frac{P_{hyd}}{P_{méc}} \qquad \text{d'où : } P_{méc} = \frac{P_{hyd}}{\eta}$$



* Dans le cas d'une turbine

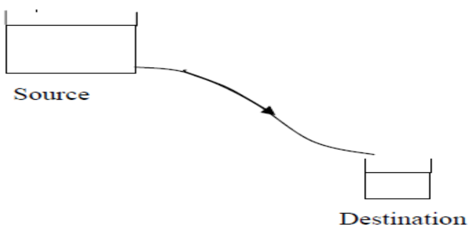
$$\eta = \frac{P_{méc}}{P_{hyd}} \qquad \text{d'où : } P_{méc} = \eta . P_{hyd}$$



8. Circuit de transport de liquide

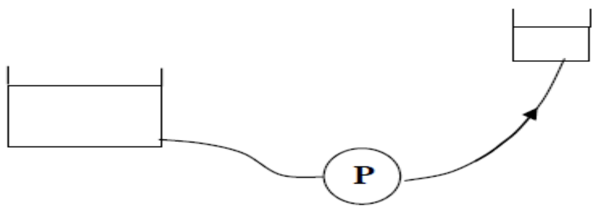
Pour transporter un liquide d'un lieu à un autre, on a deux possibilités :

<u>1-Soit par gravité</u> : voir la figure en dessous (à condition que , Le niveau dans la source est supérieur au niveau de destination)



<u>2- Soit par pompage</u>

Une pompe assure le transport du liquide. Pour le transport des liquides, les pompes les plus utilisées sont de type centrifuge qui sont caractérisées par des débits importants et des pressions faibles (quelques dizaines de bar).



Exercice N°1: Extrait de l'examen du 15-01-2007

1 ENONCE

Déterminer le régime d'écoulement dans une conduite de 3 cm de diamètre pour:

1) De l'eau circulant à la vitesse v=10,5 m/s et

de viscosité cinématique 1.10^{-6} m^2/s

2) Du fuel lourd à 50 °C circulant à la même vitesse

(Viscosité cinématique 110.10^{-6} m^2/s).

3) Du fuel lourd à 10 °C circulant à la même vitesse

(Viscosité cinématique 290.10^{-6} m^2/s).

2 REPONSE

1) On calcule le nombre de Reynolds : $\boxed{R = \frac{V.d}{\nu}}$

A.N. $\boxed{R = \frac{10{,}5.0{,}03}{1.10^{-6}} = 315000 \rangle 100000}$: donc l'écoulement est turbulent rugueux.

2) $\boxed{R = \frac{10{,}5.0{,}03}{110.10^{-6}} = 2863{,}63}$: $2000 \langle R \langle 100000$ l'écoulement est turbulent lisse

3) $\boxed{R = \frac{10{,}5.0{,}03}{290.10^{-6}} = 1086{,}2}$: $R \langle 2000$ donc l'écoulement est laminaire.

Exercice N°2: EXTRAIT DE L'EXAMEN DU 17-01-2005

1 ENONCE

Du fuel lourd de viscosité dynamique $\mu = 0{,}11 \quad Pa.s$ et de densité d=0,932 circule dans un tuyau de longueur L=1650 m et de diamètre D=25 cm à un débit volumique q_v=19,7 l/s.

On donne la masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1000 \quad kg/m^3$.

Travail demandé :

1) Déterminer la viscosité cinématique ν du fuel.

2) Calculer la vitesse d'écoulement V.

3) Calculer le nombre de Reynolds Re.

4) En déduire la nature de l'écoulement.

5) Déterminer le coefficient λ de pertes de charge linéaire.

6) Calculer la perte de charge J_L dans le tuyau.

2 REPONSE

1) Viscosité cinématique : $\boxed{\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d.\rho_{eau}}}$ A.N. $\boxed{\nu = \frac{0{,}11}{1000.0{,}932} = 118.10^{-6} \ m^2/s}$

2) Vitesse d'écoulement : $\boxed{V = \frac{4.q_V}{\pi.D^2}}$ A.N. $\boxed{V = \frac{4.19{,}7.10^{-3}}{\pi.0{,}25^2} = 0{,}4013 \ m/s}$

3) Nombre de Reynolds : $\boxed{Re = \frac{V.D}{\nu}}$ A.N. $\boxed{Re = \frac{0{,}4013.0{,}25}{118.10^{-6}} = 850{,}222}$

4) $Re < 2000$ donc l'écoulement est laminaire.

5) Formule de poiseuille : $\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$

A.N. $\boxed{\lambda = \frac{64}{850{,}211} = 0{,}07527}$

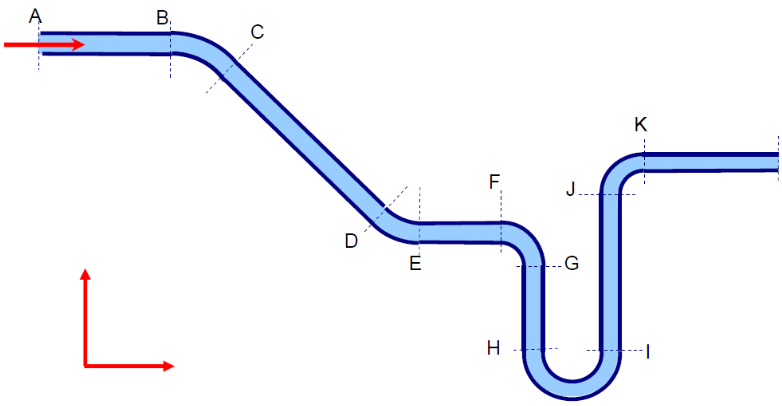
6) Perte de charge linéaire : $\boxed{J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}\left(\frac{L}{D}\right)}$

A.N. $\boxed{J_L = -0{,}07527.\frac{0{,}4013^2}{2}\left(\frac{1650}{0{,}25}\right) = 40 \ J/Kg}$

Exercice N°5: EXTRAIT DE L'EXAMEN DU 19-06-2002

1 ENONCE

De l'huile ayant une viscosité dynamique $\mu = 0{,}7\ Pa.s$ et une densité d=0,896 est pompée d'un point A vers un point L.



Elle circule dans une canalisation de diamètre d=100 mm formée des six tronçons rectilignes suivants:

- AB de longueur 6 m,
- CD de longueur 12 m,
- EF de longueur 5 m,
- GH de longueur 4 m,
- IJ de longueur 7 m,
- KI de longueur 8 m.

Le canalisation est équipée :

- de deux coudes à 45 ^{0}: BC, DE : ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_{coude\ 45}$=0,2,
- de deux coudes à 90^0 : FG et JK : ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_{coude\ 90}$=0,3,
- d'un coude à 180^0 HI: ayant un coefficient de perte de charge $K_{coude\ 180}$=0,4,

La pression d'entrée est P_A=3 bars.

La conduite est supposée horizontale et transporte un débit volumique qv=2.5 l/s.

Travail demandé :

1) Calculer la vitesse d'écoulement V en m/s.

2) Calculer le nombre de Reynolds.

3) Il s'agit d'un écoulement laminaire ou turbulent ?

4) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire λ .

5) Calculer les pertes de charges linéaires $\Delta P_{lineaire}$.

6) Calculer les pertes de charges singulières $\Delta P_{\sin gulier e}$.

7) Déterminer la pression de sortie P_L.

8) Quelle sera la pression de sortie P_L' si le débit volumique Q_v atteint 5 L/s.

REPONSE

1) Vitesse d'écoulement V : $\boxed{V = \frac{4.Q_V}{\pi.d^2}}$ A.N. $\boxed{V = \frac{4.2{,}5.10^{-3}}{\pi.0{,}1^2} = 0{,}318\ m/s}$

2) Nombre de Reynolds : $\boxed{R_e = \frac{V.d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}}$ A.N. $\boxed{R_e = \frac{0{,}318.0{,}1}{\left(\frac{0{,}7}{896}\right)} = 40{,}7}$

3) $R_e < 2000$: il s'agit d'un écoulement laminaire.

4) Formule de Poiseuille : $\boxed{\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}}$ A.N. $\boxed{\lambda = \frac{64}{40{,}7} = 1{,}57}$

5) $\boxed{\Delta P_{linéaire} = -\lambda.\rho.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)}$ A.N. $\boxed{\Delta P_{linéaire} = -1{,}57.896.\frac{0{,}318^2}{2}.\left(\frac{42}{0{,}1}\right) = -29873{,}16\ Pa}$

6) $\boxed{\Delta P_{singulière} = -K_S.\rho.\frac{V^2}{2}}$ A.N. $\boxed{\Delta P_{singulière} = -(2.0{,}2 + 2.0{,}3 + 0{,}4).896.\frac{0{,}318^2}{2} = -63{,}42\ Pa}$

7) Pression de sortie P_L :

$\boxed{P_L = P_A + \Delta P_{linéaire} + \Delta P_{singulière}}$ A.N. $\boxed{P_L = 8 - 0{,}29873 - 0{,}00063 = 7{,}7\ bar}$

8) $\boxed{P_L' = P_A - 4.(0{,}29873 + 0{,}00063)}$ A.N. $\boxed{P_L = 8 - 4.(0{,}29873 - 0{,}00063) = 6{,}8\ bar}$

Commentaire : *Dans cet exercice, la perte de charge singulière ne dépasse même pas 1 % par rapport à la perte de charge linéaire. Son effet est négligeable sur le résultat de la pression de sortie.*

Exercice 6 : Un jet d'eau est alimenté à parti d'un réservoir de grandes dimensions au moyen d'une pompe centrifuge de débit volumique de 2 litres par seconde, à travers une conduite de longueur 15m et de diamètre intérieur de 3cm. La conduite présente un coude de 90° (Kc=0.3), μ eau = 10^{-3} Pas

1) Calculer la vitesse de l'écoulement
2) Calculer le nombre de Reynolds et préciser la nature de l'écoulement
3) Calculer le coefficient de perte de charge
4) Calculer la perte de charge totale dans le circuit
5) Calculer la puissance nette de la pompe
6) En déduire la puissance absorbée (Pa) par la pompe sachant que son rendement est de 75%

Solution

1) Calcul de la vitesse : V

$$V = \frac{4qv}{\pi D^2} = \frac{4*2*10^{-3}}{\pi(0.03)^2} = 2.83 m/s$$

2) Calcul du nombre de Reynolds : Re

$$\mathrm{Re} = \frac{VD\rho}{\mu} = \frac{2.83*0.03*10^3}{10^{-3}} = 84900$$

$2000 < \mathrm{Re} < 10^5$ régime turbulent lisse

3) Coefficient de perte de charge : λ

Formule de Blasius : $\lambda = 0{,}316.(\mathrm{Re})^{-1/4}$ $\quad \lambda = 0{,}316.(84900)^{-1/4}$ =0.018

4) Perte de charge linéaire :

$$J_L = \lambda\frac{LV^2}{2D} = 0.08\frac{15*(2.83)^2}{2*0.03} = 36 J/kg$$

Perte de charge singulière :

$$J_S = Kc\frac{V^2}{2} = 0.3\frac{(2.83)^2}{2} = 1.2 J/kg$$

$J_T = J_L + J_S = 37.2$ J/kg

5) Calcule de la puissance nette : P_n

$$\cancel{\frac{p_2 - p_1}{\rho}} + \cancel{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}} + g(z_2 - z_1) = \frac{P_n}{\rho q_v} - J_T$$

Puisque $V_1 = V_2$ et $p_1 = p_2 = p_{atm}$

$$P_n = \rho q_v[\ g(z_2 - z_1) - J_T\ ] = 10^3.2.10^{-3}[9.81(10-3) + 37.2] = 211.74W$$

6) Calcul de la puissance absorbée : P_a

$$P_a = \frac{P_n}{\eta} = \frac{211.74}{0.75} = 282.3W$$