(/08)

امتحان التقييم المستمر رقم 01

لتكن F فئة من $\mathbb{R}^3$ حيث،

$$F=\{(x-y,\ 2x+y+4z,\ 3y+2z)\ x,y,z\in\mathbb{R}\}$$

1) أوجد أساس لـ F، ما هو بعده؟

2) هل F مساوي لـ $\mathbb{R}^3$؟

الحل

$$F=\{(x-y,\ 2x+y+4z,\ 3y+2z)\ x,y,z\in\mathbb{R}\}$$

$$X=(x-y,\ 2x+y+4z,\ 3y+2z)=x\underbrace{(1,2,0)}_{e_1}+y\underbrace{(-1,1,3)}_{e_2}+z\underbrace{(0,4,2)}_{e_3}$$

(0,25) عبارة عن مزج خطي إذن العائلة $\{e_1,e_2,e_3\}$ هي عائلة مولدة.

هل هي حرة؟

$$\forall \lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\in\mathbb{R}:\ \lambda_1e_1+\lambda_2e_2+\lambda_3e_3=0$$

$$\Rightarrow \lambda_1\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+\lambda_2\begin{pmatrix}-1\\1\\3\end{pmatrix}+\lambda_3\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}\lambda_1-\lambda_2=0\\2\lambda_1+\lambda_2+4\lambda_3=0\\3\lambda_2+2\lambda_3=0\end{cases}\Rightarrow 2\lambda_2+\lambda_2-6\lambda_2=0$$

$$\Rightarrow \lambda_2=0$$

$$\Rightarrow \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$$

العائلة حرة (0,5)

- $\dim\{e_1,e_2,e_3\}=3$ (02)
- $\dim F=\dim(\mathbb{R}^3)=3\Rightarrow \boxed{F=\mathbb{R}^3}$ (01)