

Interrogation 2023/2024 MDF2

Soit l'écoulement défini par le champ de vitesse suivant :

$$\vec{v} = x\vec{i} - y\vec{j}$$

- 1) L'écoulement est-il compressible ?
- 2) L'écoulement est-il irrotationnel ? Si oui, calculer la fonction potentielle.
- 3) Déterminer les lignes de courant et tracer les trajectoires

1) $u = x$, $v = -y$

$$\text{div } \vec{v} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Rightarrow 1 - 1 = 0$$

l'écoulement est incompressible.

2°/ $\text{rot } \vec{v} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ x & -y \end{vmatrix} = \frac{\partial(-y)}{\partial x} - \frac{\partial(x)}{\partial y} = 0$

L'écoulement est irrotationnel.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Rightarrow d\phi = u dx \Rightarrow \int d\phi = \int x dx$$

$$\phi(x, y) = \frac{x^2}{2} + F(y)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{dF(y)}{dy}$$

$$\frac{dF(y)}{dy} = -y \Rightarrow dF(y) = -y dy \Rightarrow F(y) = -\frac{y^2}{2} + K$$

$$\phi(x, y) = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + K$$

3°/ $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{-y} \Rightarrow \ln|x| = -\ln|y| + K$

$$\Rightarrow \ln|x| = \ln\left|\frac{1}{y}\right| + K$$

$$\Rightarrow x = K \cdot \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{K}{x}$$

