

---

---

## TD 4 : INTRODUCTION AUX NOTIONS DE STABILITÉ

---

---

### Exercice 1

1) On considère le système  $Y' = AY$  avec

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

On suppose que  $\det A \neq 0$ . Etudier la classification de l'origine en utilisant  $\det A$ ,  $\text{tr}A$  et  $\Delta_A = \Delta(P_\lambda(A))$ .

2) Classifier l'origine pour le système  $Y' = AY$  avec

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.

### Exercice 2

Soit le système non linéaire suivant :

$$(1) \begin{cases} x' = x + \sin(3x - y) \\ y' = e^x - 1 \end{cases} .$$

1) Justifier l'existence d'une unique solution maximale, prenant la valeur  $Y(0) = (x(0), y(0)) = (x_0, y_0)$  à l'instant  $t = 0$ .

2) Montrer que  $(0, 0)$  est un point d'équilibre.

3) Linéariser le système et étudier la stabilité de son point d'équilibre et dire ce qu'on peut déduire sur la stabilité de  $(0, 0)$  pour le système (1).

### Exercice 3

Utiliser la méthode de linéarisation pour étudier la stabilité des points d'équilibre du système non linéaire suivant :

$$(2) \begin{cases} x' = y(x + 1) \\ y' = x(y^3 + 1) \end{cases} .$$

R de la matière : S. Bourourou