

## Série d'exercices N 02

### Exercice 1

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule, si la boule est rouge, il gagne 10 points, si elle est jaune, il perd 5 points, si elle est verte, il tire sans remise une deuxième boule de l'urne, si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 points, sinon il perd 4 points. Soit  $X$  la v.a. associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur.

- Déterminer la loi de probabilité de la v.a.  $X$ .
- Calculer l'espérance et la variance de la v.a.  $X$ .
- Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de la v.a.  $X$  soit nulle.

### Exercice 2

On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée et on note  $X$  la v.a. représentant le nombre de faces obtenues.

- Déterminer la loi de probabilité de la v.a.  $X$ .
- Soit la v.a.  $Y = X^2 - 1$ . Déterminer la loi de probabilité de la v.a.  $Y$  et donner sa fonction de répartition.

### Exercice 3

Soit la fonction de répartition définie par :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ 1 - e^{-x} & \text{pour } x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

1) Donner l'expression de densité de probabilité  $f$  correspondante.

Soit  $X$  une V.A. de densité de probabilité  $f$ .

2) Calculer l'espérance mathématique.

3) Calculer la probabilité  $P(2 < X \leq 4)$ .

#### Exercice 4

La durée de vie d'une ampoule électrique, mesurée en heures, est une variable aléatoire positive  $X$ , dont la fonction densité de probabilité est

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \text{ pour } \lambda > 0$$

- 1) Vérifier qu'il s'agit bien d'une densité de probabilité et calculer sa fonction de répartition.
- 2) Déterminer sachant que la durée de vie moyenne d'une ampoule est de 2000 heures.
- 3) Calculer la probabilité pour qu'une lampe dure moins de 2000 heures.