Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Module : Logique Mathématique

Série 3 théorie des ensembles

<u>Exercice 1.</u>
Soient A et B deux parties d'un ensemble E. Démontrer les égalités suivantes :
$\complement_E^{(A\cap B)} = \complement_E^A \cup \complement_E^B$
$\complement_E^{(A\cup B)} = \complement_E^A \cap \complement_E^B$
$A \subset B \Rightarrow \complement_E^B \subset \complement_E^A$.
<u>Exercice 2.</u>
Soient A, B et C trois ensembles de E. Montrer que
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Soit E un ensemble et soit $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E. Pour A, B et C dans $\mathcal{P}(E)$, on appelle différence symétrique de A par B l'ensemble $A \triangle B$ défini par :
$A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Montrer que
$A \triangle B = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
$(A \triangle B) \triangle C = (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap \bar{A} \cap \bar{c}) \cup (C \cap \bar{A} \cap \bar{B}) \cup (C \cap B \cap A)$
<u>Exercice 3.</u>
Soient $f : E \to F$ une application $A,\ B \subset E$ et $M, N \subset F$. Montrer que
$A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$
$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
$M \subset N \Rightarrow f^{-1}(M) \subset f^{-1}(N)$
$f^{-1}(M \cup N) = f^{-1}(M) \cup f^{-1}(N)$
$f^{-1}(M \cap N) = f^{-1}(M) \cap f^{-1}(N)$