المحاضرة السادسة: نظرية صفوف الانتظار (02)

3- تكاليف نظم صفوف الانتظار

تتكون التكلفة الكلية للخدمة (C_t) من تكلفتين أساسيتين وهما: تكلفة تقديم الخدمة (C_S) وتكلفة الانتظار (C_W)، فتكلفة تقديم الخدمة تتكون من التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تستخدمها المؤسسة عند تقديمها للخدمة، وترتبط بعلاقة طردية مع مستوى جودة الخدمة، أي كلما كان في هدف متخذ القرار تحسين مستوى جودة الخدمة ينبغي عليه تحمل تكاليف إضافية كدفع أجور لمقدمي الخدمة الجديدة؛ أما تكلفة الانتظار فهي أيضا مجموع التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تتحملها المؤسسة نتيجة الوقت الذي ينفقه طالب الخدمة في الانتظار، وكلما ارتفعت جودة الخدمة كلما انخفضت هذا التكلفة، أي أنها ترتبط بعلاقة عكسية مع مستوى جودة الخدمة.

ويمكن التعبير عنها بالعلاقة الرياضية التالية:

$$C_t = C_S + C_w$$

مثال:

قررت إحدى مراكز تصليح الثلاجات فتح ورشة جديدة، حيث تم الإعلان عنها بواسطة وسائل الإعلام المتاحة، حيث تم طلب الاستخدام لمصلح واحد يلتزم بتقديم هذه الخدمة ضمن الورشة الجديدة؛ تقدم للخدمة شخصان وهما فارس وأحمد، حيث طلب فارس أجرا مقداره 9 دينار لليوم وكانت لديه إمكانية تصليح 4 ثلاجات في الساعة، طلب أحمد أجرا مقداره 15 دينار لليوم، وكانت قدرته على التصليح هي 6 ثلاجات في الساعة.

إذا علمت أن معدل وصول الثلاجات إلى مراكز تقديم الخدمة هو ثلاجة واحدة كل 20 دقيقة، وإذا علمت أن عدد ساعات العمل اليومية في الورشة هي 6 ساعات، وأن كلفة انتظار الثلاجة هي 2,5 دينار.

المطلوب: باعتبارك مديرا لهذا المركز فما هو قرارك، هل هو تعيين فارس أم أحمد؟

4- تحقيق التوازن

4-1- الوصول إلى معدل تقديم الخدمة الأمثل

لدينا معادلة التكلفة الكلية:

$$C_t = C_w + C_s = C_1\mu + C_2 L$$

وبما أن الهدف هو إيجاد معدل خدمة أمثل (μ^*)، في من فيتحتم علينا اشتقاق المعادلة بالنسبة إلى (μ)، أي إيجاد قيمة التغير الذي من الممكن أن يدخل في تحديد وقت معدل تقديم الخدمة (μ).

لدينا:

$$C_T(\mu) = C_1\mu + C_2\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)$$

$$\frac{\partial(C_T)}{\partial\mu} = C_1 + C_2\frac{0-\lambda}{(\mu-\lambda)^2}$$

وعندما يؤول هذا التغير إلى الصفر، أي: $\frac{\partial(C_T)}{\partial\mu} \approx 0$

$$C_1 + C_2\frac{0-\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \cong 0$$

وتصبح المعادلة كما يأتي:

$$C_1 + \mathrm{C}_2 \frac{0 - \lambda}{(\mu - \lambda)^2} \cong 0$$

أي أن:

$$\mathrm{C}_2 \frac{0 - \lambda}{(\mu - \lambda)^2} = C_1$$

وبهذا يكون معدل الخدمة الأمثل على النحو التالي:

$$\mu^* = \lambda + \sqrt{\lambda \frac{C_2}{\mathrm{C}_1}}$$

مثال:

تكلفة الانتظار هي 10 دينار لكل وحدة زمنية، وتكلفة الخدمة هي 4 دينار، إذا افترضنا أن وصول الوحدات يتبع توزيع بواسون بمعدل 8 وحدات / الساعة.

المطلوب: أوجد معدل الخدمة الأمثل؟