TD N° 03

Exercice N° 01:

soit une MSAP 3ϕ au stator (abc) tel que : $v_s = R_s i_s + \frac{d\Phi_s}{dt}$, avec $\Phi_s = Li_s + \Phi_r$

avec $\Phi_r = f(\theta)$ et $\theta = \omega.t = p\Omega.t$

$$Rs = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 \\ 0 & Rs & 0 \\ 0 & 0 & Rs \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} Ls & Ms & Ms \\ Ms & Ls & Ms \\ Ms & Ms & Ls \end{bmatrix},$$

1. Donner les équations v_o, v_α et v_β par le passage : $[\,x_{abc}] = [Co^{-1}][\,x_{\alpha\beta o}]$

$$Co^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, [x_{\alpha\beta 0}] = [Co][x_{abc}] \quad ,avec \quad Co = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

2. Donner l'équation du couple électromagnétique en déduire celui d'une machine biphasé à distribution des flux sinusoïdale.

3. Si les flux des aimants rotoriques sont :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \Phi_m \begin{bmatrix} \cos(p\theta) \\ \cos(p\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(p\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

donner leurs composantes en biphasé et en déduire la formule finale du couple électromagnétique.

<u>Solution :</u>

1. $\quad v_{sabc} = R_s i_{sabc} + \frac{d\Phi_{sabc}}{dt}$,

$\Phi_{sabc} = Li_{sabc} + \Phi_{rabc} \Rightarrow \frac{d\Phi_{sabc}}{dt} = L\frac{di_{sabc}}{dt} + \frac{d\Phi_{rabc}}{dt} \quad avec \quad \frac{d\Phi_{rabc}}{dt} = p\Omega\Phi'_{rabc}$

$[Co\ \ ][Co^{-1}]\,v_{\alpha\beta o} = [Co\ \ ]R_s[Co^{-1}]\,i_{\alpha\beta o} + [Co\ \ ]L\frac{d[Co^{-1}]\,i_{\alpha\beta o}}{dt} + [Co\ \ ]p\Omega[Co^{-1}]\Phi'_{rabc}$, introduisons la matrice Co

$v_{\alpha\beta o} = R_s\,i_{\alpha\beta o} + [Co\ \ ]L[Co^{-1}]\frac{d\,i_{\alpha\beta o}}{dt} + p\Omega\Phi'_{r\alpha\beta o}$,

$[Co\ \ ]L[Co^{-1}] = \begin{bmatrix} L_s - M_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s + 2M_s \end{bmatrix}$ après calcul on trouve :

$V_o = R_s i_o + (L_s + 2M_s)\frac{di_o}{dt} + p\Omega\Phi'_{ro}$

$\begin{pmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{pmatrix} = R_s\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + (L_s - M_s)\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + p\Omega\begin{pmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \end{pmatrix}$

2. l'équation du couple électromagnétique.

$\mathrm{Ce} = \frac{(e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c)}{\Omega} = \frac{p\Omega(\Phi'_{ra}.i_a + \Phi'_{rb}.i_b + \Phi'_{rc}.i_c)}{\Omega}$, $e = p\Omega\frac{d\Phi_r}{dt}$

$\mathrm{Ce} = p(\Phi'_{ra}.i_a + \Phi'_{rb}.i_b + \Phi'_{rc}.i_c)$

le couple pour une machine biphasé à distribution sinusoïdale des flux :

les composantes homopolaires sont nulles. Donc, le couple est :

$C = p(\Phi'_{ro}.i_o + \Phi'_{r\alpha}.i_\alpha + \Phi'_{r\alpha}.i_\beta) = p(\Phi'_{r\alpha}.i_\alpha + \Phi'_{r\alpha}.i_\beta)$

3. si les flux des aimants rotoriques en triphasé sont : $\begin{bmatrix}\Phi_{ra}\\ \Phi_{rb}\\ \Phi_{rc}\end{bmatrix} = \Phi_m \begin{bmatrix}\cos(p\theta)\\ \cos(p\theta - \frac{2\pi}{3})\\ \cos(p\theta + \frac{2\pi}{3})\end{bmatrix}$

en biphasé (α,β) sont :

$$[x_{\alpha\beta 0}] = [Co][x_{abc}] \quad , avec \quad Co = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

$$\Phi_{r\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}}.\Phi_m \cos(\mathrm{p}\theta)$$

$$\Phi_{r\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}}.\Phi_m \sin(\mathrm{p}\theta)$$

donner alors la formule finale du couple en remplaçant les dérivées des flux par leurs expressions.

$$\Phi'_{r\alpha} \quad = -p\sqrt{\frac{3}{2}}.\Phi_m \sin(\mathrm{p}\theta)$$

$$\Phi'_{r\beta} = p\sqrt{\frac{3}{2}}.\Phi_m \cos(\mathrm{p}\theta)$$

$$Ce = p^2\Phi_m\sqrt{\frac{3}{2}}\left(-i_\alpha \sin(p\theta) + i_\beta \cos(p\theta)\right)$$

Exercice N° 02:

1. Donner la condition pour que $P_{ed}(p\theta)$ est orthogonale. $P_{ed}(p\theta) = \begin{pmatrix}p_1 & p_2\\ p_3 & p_4\end{pmatrix}$

2. Donner la condition pour que le flux $\Phi'_{rded} = 0$ et Φ'_{rqed} à tout instant est orienté selon l'un des deux axes. $\begin{pmatrix}\Phi'_\alpha\\ \Phi'_\beta\end{pmatrix} = P_{ed}(p\theta)\begin{pmatrix}\Phi'_{rded}\\ \Phi'_{rqed}\end{pmatrix}$.

3. le couple électromagnétique dans le repère de Park étendu est donné par : $C = p\begin{pmatrix}i_{ded} & i_{qed}\end{pmatrix}(P_{ed}\,(p\theta))^t P_{ed}(p\theta)\begin{pmatrix}0\\ \Phi'_{rqed}\end{pmatrix}$.

donner la constante k pour le couple sera fonction que d'une seule composante qui est le courant i_{qed}.

$$C = ki_{qed}$$

Solution :

1. $P_{ed}(p\theta)$ *est orthogonale si* : det($P_{ed}(p\theta)$)≠0 ⇒ $\boldsymbol{p_1p_4 - p_2p_3 \neq 0}$.

2. $\begin{pmatrix}\Phi'_{\alpha r}\\ \Phi'_{\beta r}\end{pmatrix} = P_{ed}(p\theta)\begin{pmatrix}\Phi'_{rded}\\ \Phi'_{rqed}\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}\Phi'_{r\alpha}\\ \Phi'_{r\beta}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}p_1 & p_2\\ p_3 & p_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi'_{rded}\\ \Phi'_{rqed}\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}\Phi'_{r\alpha}\\ \Phi'_{r\beta}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}p_1 & p_2\\ p_3 & p_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ \Phi'_{rqed}\end{pmatrix}$

$\Phi'_{r\alpha} = p_2\Phi'_{rqed}$ (1)

$\Phi'_{\beta r} = p_4 \Phi'_{rqed}$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{\beta r}} = \frac{p_2}{p_4} \Rightarrow p_4 \Phi'_{r\alpha} - p_2 \Phi'_{\beta r} = 0$

3. $P_{ed}(p\theta) = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ p_3 & p_4 \end{pmatrix}$ et $P_{ed}(p\theta)^t = \begin{pmatrix} p_1 & p_3 \\ p_2 & p_4 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow P_{ed}(p\theta).P_{ed}(p\theta)^t = \begin{pmatrix} p_1^2 + p_3^2 & p_1p_2 + p_3p_4 \\ p_1p_3 + p_2p_4 & p_2^2 + p_4^2 \end{pmatrix}$

$C = p(i_{ded} \;\; i_{qed}) \begin{pmatrix} p_1^2 + p_3^2 & p_1p_2 + p_3p_4 \\ p_1p_3 + p_2p_4 & p_2^2 + p_4^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi'_{rqed} \end{pmatrix}$

$C = p(i_{ded} \;\; i_{qed}) \begin{pmatrix} p_1p_2 + p_3p_4 \\ p_2^2 + p_4^2 \end{pmatrix} \Phi'_{rqed}$

$C = p(i_{ded}(p_1p_2 + p_3p_4) + i_{qed}\,(p_2^2 + p_4^2))\Phi'_{rqed}$

Pour que : $C = ki_{qed}$ il faut que : $p_1p_2 + p_3p_4 = 0$ et $(p_2^2 + p_4^2))\Phi'_{rqed} = constant$

$\begin{pmatrix} \Phi'_{\alpha r} \\ \Phi'_{\beta r} \end{pmatrix} = P_{ed}(p\theta) \begin{pmatrix} \Phi'_{rded} \\ \Phi'_{rqed} \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \begin{pmatrix} \Phi'_{rded} \\ \Phi'_{rqed} \end{pmatrix} = \left(P_{ed}(p\theta)\right)^{-1} \begin{pmatrix} \Phi'_{\alpha r} \\ \Phi'_{\beta r} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \Phi'_{rded} \\ \Phi'_{rqed} \end{pmatrix} =$

$\frac{1}{\boldsymbol{p_1p_4 - p_2p_3}} \begin{pmatrix} p_4 & -p_2 \\ -p_3 & p_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi'_{\alpha r} \\ \Phi'_{\beta r} \end{pmatrix}$

La composante $\Phi'_{rqed} = \frac{1}{\boldsymbol{p_1p_4 - p_2p_3}} \left(-p_3 \Phi'_{\alpha r} + p_1 \Phi'_{\beta r}\right)$

Donc, finalement le terme $(p_2^2 + p_4^2))\Phi'_{rqed} = constant,$ sera égale :

$$(p_2^2 + p_4^2)\Phi'_{rqed} = \frac{(p_2^2 + p_4^2)}{p_1p_4 - p_2p_3} \left(-p_3 \Phi'_{\alpha r} + p_1 \Phi'_{\beta r}\right) = k$$