

Chapitre 1

Propriétés dynamiques de la machine à courant continu

Prérequis : Connaissances préalable de la MCC

Objectif : A l'issu de ce chapitre l'étudiant sera capable de:

- ✓ Connaitre le modèle direct et inverse de la machine à courant continu
- ✓ Comprendre le comportement global de la machine à courant continu
- ✓ Savoir utiliser la représentation du modèle causal de la machine (GIC)

" En toute chose, il n'y a qu'une manière de commencer, quand on veut discuter convenablement : il faut bien comprendre l'objet de la discussion "

Introduction:

Soyons plus précis : un "bon" modèle de commande sera une réécriture "adéquate" des modèles physiques et l'expertise du concepteur jouera un grand rôle" qui permettra de calculer les commande.

Dans cette démarche, l'actionneur à courant continu est l'actionneur de référence, c'est avec lui qu'on peut le mieux introduire les lecteurs aux concepts fondamentaux comme ***les relations causales et rigides***, qui peut formaliser systématiquement ***le graph informationnel causal (GIC)***.

cette approche permet d'annoncer un ***principe d'inversion***, qui débouche sur une définition systématique du ***modèle inverse*** qui contient tout à la fois des lois de commande par régulation et par compensation ou par anticipation.

1.1. Modèles directs et inverses [1],[2], [3]:

1.1.1. A propos de la modélisation

1.1.1.1. De l'observation à la connaissance:

Parmi les grands règles définissant l'esprit scientifique, on retiendra au premier abord l'observation, indispensable à l'analyse préalable, puis les lois universelles de la physiques. ces concepts appliqués à la machine à courant continu. d'après la figure 1.1, en imposant des tensions continues aux bornes d'alimentation de la machine, nous observons que le rotor tourne.

nous découvrons ainsi la causalité globale de ce processus, il apparait clairement que les tensions appliqués à l'inducteur et à l'induit sont porteuse d'une information à l'égard de la vitesse de l'arbre.

Ce discours primaire s'interprète par le graph informationnel causal (GIC), celui-ci exprime que la grandeurs de sortie (soit la vitesse Ω) se trouve influencée par deux grandeurs d'entrée influentes (\mathbf{U}_a , \mathbf{U}_e : tension d'induit et tension d'inducteur).

Donc, si le rotor tourne, c'est qu'il est soumis à un couple d'entraînement, ce qui implique que un découpage du traitement informationnel est induit comme l'illustre la figure 1.2. Cette décomposition met en évidence que le couple C_{em} qui est l'effet résultant de la conjugaison des tensions appliqués à l'entrée de la machine, ainsi la connaissance des lois de la physique est une tâche à priori pour la phase de la modélisation.

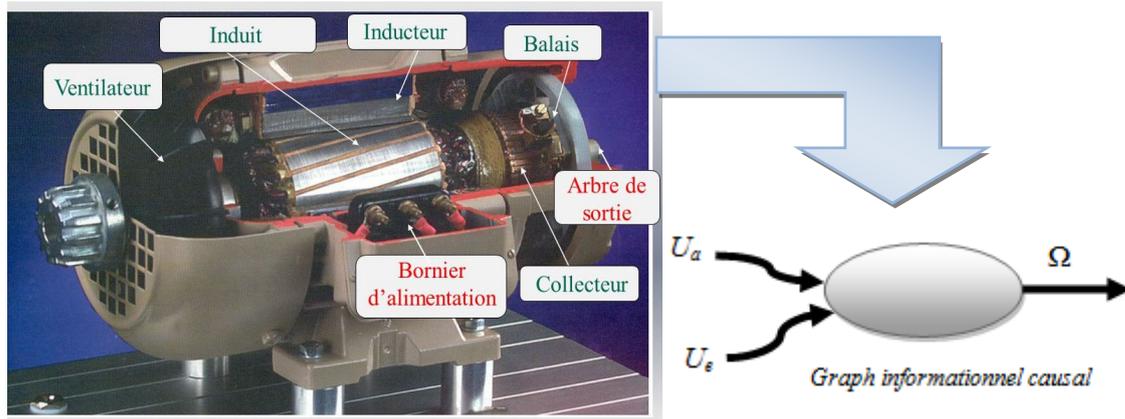


Figure 1.1. Causalité globale d'un fonctionnement en moteur

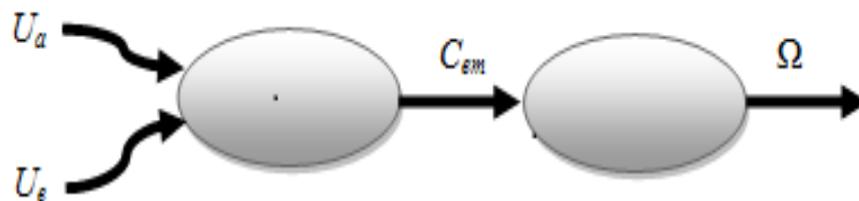


Figure 1.2. Séparation du traitement mécanique

1.1.1.2. Du rôle de l'expertise :

Une étape naissante dans la démarche d'analyse qui prend en compte le travail des forces d'ampère: le couple électromagnétique résulte de l'interaction entre le flux (ϕ_e) de l'inducteur et le courant (I_a) circulant dans l'induit. ainsi que le GIC s'enrichit de nouveau, comme le montre la figure 1.3:

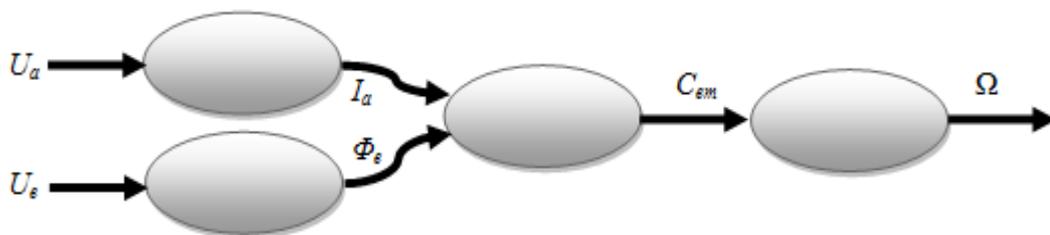


Figure 1.3. Enrichissement du GIC

Physiquement, il apparaît que les conducteurs de l'induit tournant sont balayés par le flux fixe de l'inducteur.

- **Selon la loi de faraday**, ces conducteurs sont alors le siège d'une force électromotrice (f.é.m.) proportionnelle à la vitesse et au flux de l'inducteur.

➤ **Selon la loi de Lenz**, cette f.é.m. (E) s'oppose à la cause qui lui donne naissance, comme la cause de la rotation est initialement la tension appliquée à l'induit, la loi des mailles impose donc que le courant (I_a) est une fonction de la vitesse (Ω) et le flux (ϕ_e). Comme l'illustre la figure 1.4:

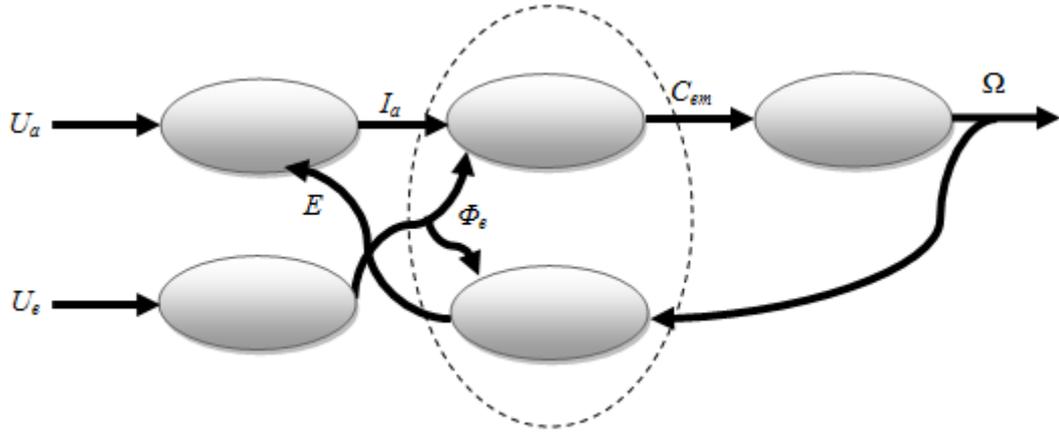


Figure 1.4. Apparition du couplage électromécanique.

Concernant la réversibilité énergétique naturelle de la machine, en pratique et à condition que l'inducteur soit alimenté, on constate que de tourner l'arbre du rotor, une tension au borne de l'induit apparait: c'est le fonctionnement générateur. faire tourner le rotor exige un couple de charge (C_r) dont résultera alors une vitesse. La figure 1.5 montre que la causalité pris séparément est inchangée.

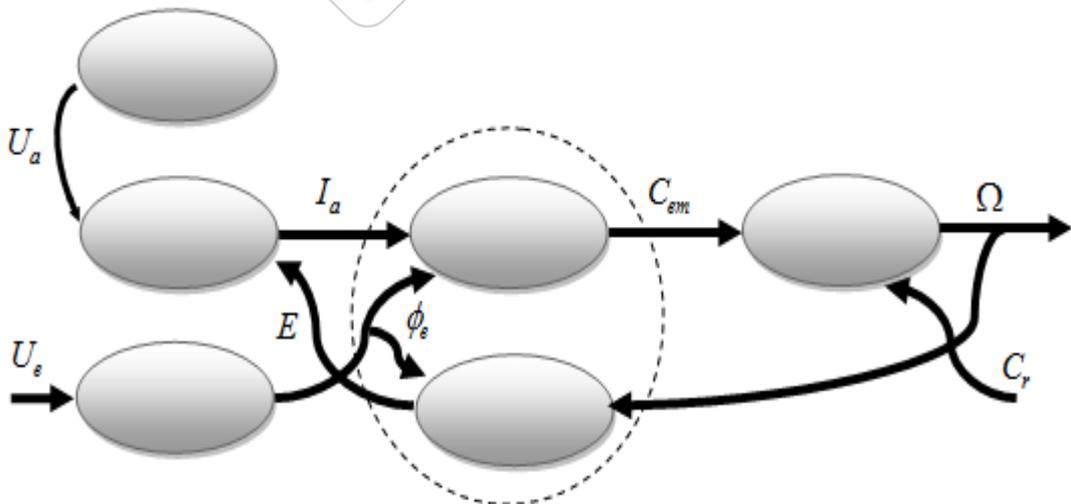


Figure 1.5. Le GIC sur le fonctionnement en générateur

1.2. Modèle causal de la machine à courant continu

1.2.1. Les relations de transformation:

Dans le cas générale pour simplifier la présentation, nous nous retiendrons que deux relations complémentaires à la causalité intégrale:

- Si **un objet accumule de l'information, la causalité est interne**: la sortie est nécessairement une fonction de l'état énergétique de l'objet, la relation alors orientée est **dite causale** (figure 1.6.a). le temps et l'état initial sont des entrées implicites non représentées (bobine, condensateur, ...etc.).
- Si **un objet n'accumule pas d'information, la causalité est externe**: la sortie est uniquement fonction instantanée de l'entrée, la relation alors n'est pas orientée est **dite rigide** (figure 1.6.b). le temps et l'état initial sont des entrées implicites non représentées (résistance, frottement,..).

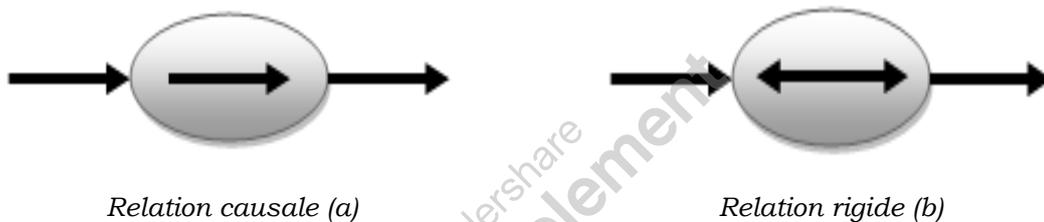


Figure 1.6. Symbolisme des GIC

Dans certaines situations, on fait appel à des opérateurs mathématiques. ces derniers sont nécessairement des éléments neutres au sens énergétique. ainsi, **la somme et le produit algébrique sont des opérateurs neutres, rigides puisque la fonction est instantanée** (figure 1.7a).

Par contre, l'intégration est fonction à causalité interne: si l'on considérait la position angulaire θ de l'arbre du rotor de la MCC, il ne correspondrait à aucune énergie accumulée (figure 1.7.b).

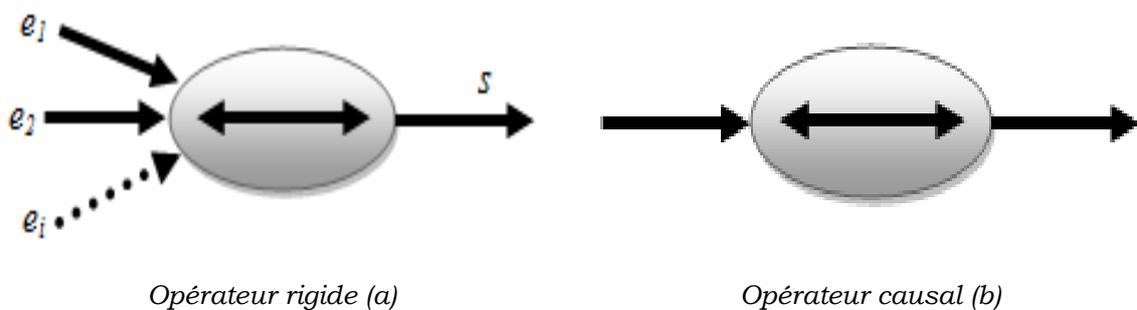


Figure 1.7. Constituants mathématiques

1.2.2. Application à la machine à courant continu

1.2.2.1. Quantification des relations:

Une étude sur le couple électromagnétique et la force électromotrice débouche sur la conversion électromagnétique de la puissance [4]. elle s'exprime par:

$$E \cdot I_a = C_{em} \cdot \Omega \text{ avec } E = k \cdot \Omega, C_{em} = k \cdot I_a \quad (1.1)$$

Le paramètre caractéristique k de la machine représente à la fois la constante de couple et de la f.é.m. il est proportionnel au flux de l'inducteur, c'est à dire au courant circulant dans son enroulement si celui-ci est bobiné.

Logiquement, le bobinage d'induit sera le siège d'une chute de tension Ohmique et des variations de flux propre, de telle sorte qu'il apparait comme un accumulateur d'énergie électromagnétique. On établit alors:

$$L_a \frac{dI_a}{dt} = U_{L_a} \text{ avec } U_{L_a} = U_a - U_{R_a} - E, U_{R_a} = R_a \cdot I_a \quad (1.2)$$

Tel que :

L_a : Inductance de l'enroulement et R_a : Résistance de l'enroulement

De la même façon, l'arbre et le siège de frottements et de variation de moment cinétique, il vient:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_a \text{ avec } C_a = C_{em} - C_r - C_f, C_f = f \cdot \Omega \quad (1.3)$$

Sachant que:

f : Coefficient de frottement visqueux et J : Coefficient d'inertie.

1.2.2.2. Etablissement du modèle de la MCC:

La figure 1.8 illustre le modèle de la MCC sous la forme d'un GIC détaillé auquel est associé le tableau explicite des diverses relations du modèle.

Le tableau 1.1 donné ci-dessous donne la nature de chaque relation et son expression afin de faciliter la transcription directe en modèle de simulation.

1.2.2.3. Simplification du modèle de la MCC:

Les grandeurs influentes d'un processeur peuvent être des fonctions de sa propre sortie; par exemple la chute de couple (C_f) dépend de la vitesse (Ω).

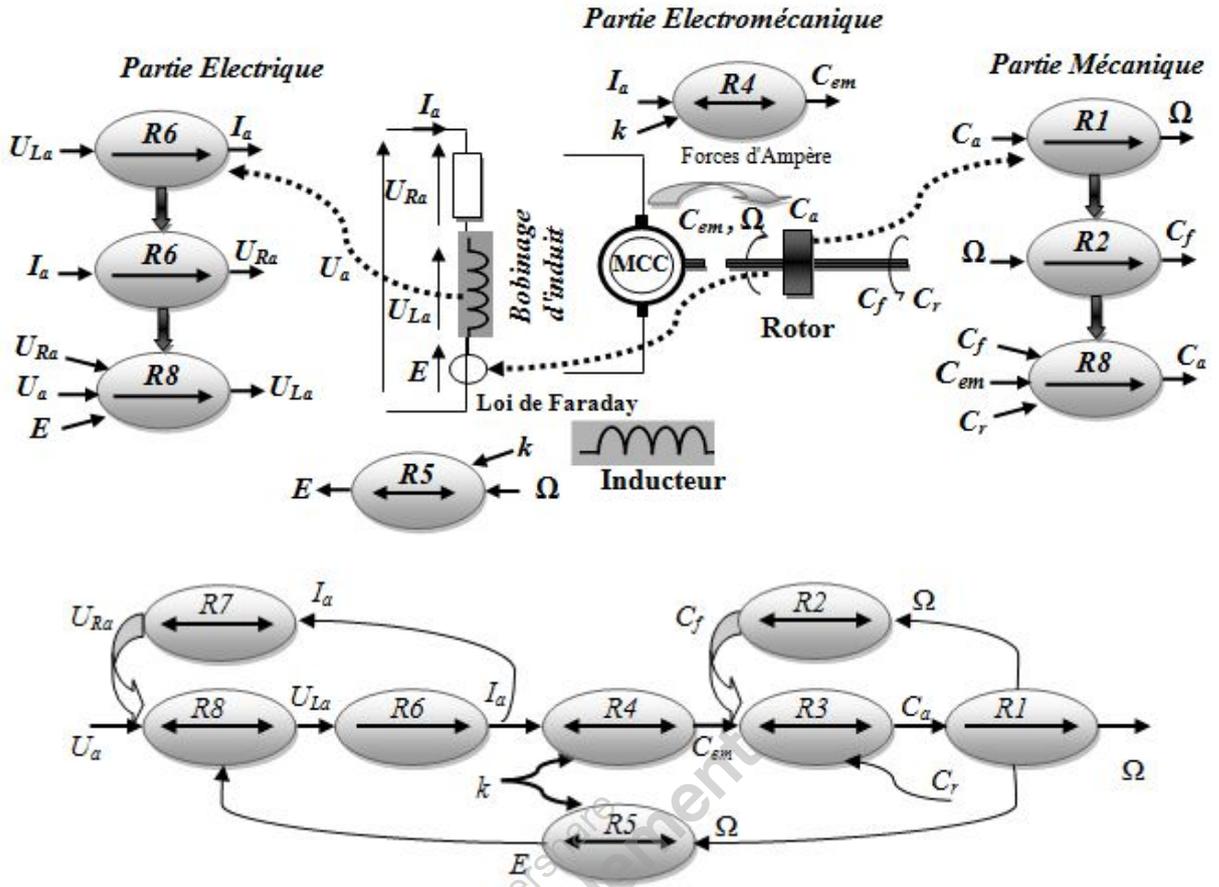


Figure 1.8. Construction du modèle GIC de la MCC

Tableau 1.1		
Nature de relation	Repère	Expression
Inertie	R1	$J \frac{d\Omega}{dt} = C_a$
Frottement	R2	$C_f = f \cdot \Omega$
Opérateur (neutre)	R3	$C_a = C_{em} - C_r - C_f$
Couplage (neutre)	R4 R5	$C_{em} = k \cdot I_a$ $E = k \cdot \Omega$
Bobine (accumulateur électromagnétique)	R6	$L_a \frac{dI_a}{dt} = U_{La}$
Résistance (dissipateur)	R7	$U_{Ra} = R_a \cdot I_a$
Opérateur (neutre)	R8	$U_{La} = U_a - U_{Ra} - E$

Dans l'expression (1.3), pour obtenir un processeur du premier ordre, il faut qu'on passe (C_f) dans le premier membre:

$$R1 \rightarrow J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_{af}, \quad R2 \rightarrow C_{af} = C_{em} - C_r \quad (1.4)$$

De manière analogue, l'expression (1.2) simplifié est:

$$R5 \rightarrow L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a = U_{RL,a}, \quad R6 \rightarrow U_{RL,a} = U_a - E \quad (1.5)$$

En notant:

$$R3 \rightarrow C_{em} = k \cdot I_a, \quad R4 \rightarrow E = k \cdot \Omega \quad (1.6)$$

Après ces simplification, le nouveau modèle GIC de la MCC est illustré sur la figure 1.9:

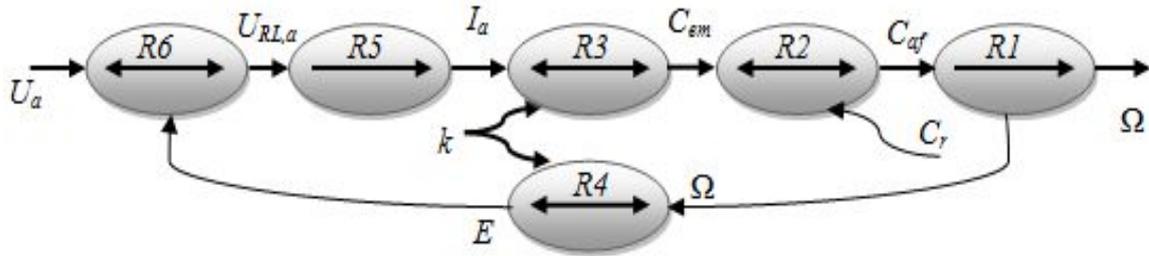


Figure 1.9. Construction du modèle GIC simplifié de la MCC

1.2.3. A propos de la commande d'un processus [4],[5],[6]:

Pour la conception de la commande d'un processus, on applique le principe d'inversion causale: "Commander un processus c'est lui imposer la trajectoire désirée. Cette trajectoire est l'effet d'une cause de sorte qu'il suffit alors de créer la bonne cause pour avoir le bon effet". celui-ci modélise la commande qu'il faut ensuite matérialiser. La figure 1.10 illustre la démarche globale montrant ainsi l'importance de la qualité de la modélisation.

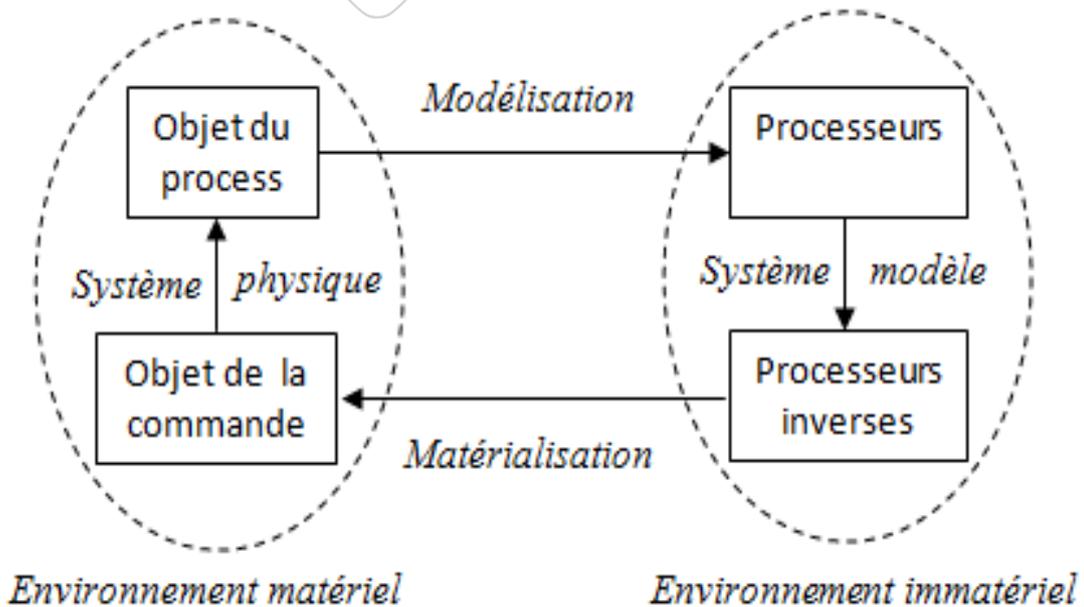


Figure 1.10. Méthodologie globale de définition de la commande.

1.2.3.1. Principe d'inversion:

L'inversion de la relation associée à un processeur détermine une relation de commande elle-même associée à un autre processeur. les modèles du processus étant formés de processeurs à relations causales et rigides, il en découle deux solutions d'inversions.

a. Relation rigide:

Une relation rigide bijective détermine une loi de commande par inversion directe. La figure 1.11a illustre ce premier principe qui conduit à déterminer la grandeur de réglage u_{REG} à partir de la trajectoire de référence y_{ref} souhaitée pour y . Il vient:

$$R \rightarrow y = f(u) : R_c \rightarrow u_{REG} = c(y_{ref}) \tag{1.7}$$

Si $C = f^{-1}$ et $u = u_{REG}$ alors $y \rightarrow y_{ref}$

b. Relation causale:

Dans une relation causale, le temps intervient implicitement de sorte que l'effet d'accumulation induit systématiquement une valeur initiale. Dans ces conditions, la grandeur de réglage u_{REG} est élaborée en prenant en compte, à tout instant, la situation de y par rapport à sa référence y_{ref} . Ce second principe illustré à la figure 1.11b est celui de l'asservissement qui, visant à minimiser l'écart $e = y_{ref} - y$, détermine une loi de commande par inversion indirecte. Il vient :

$$R \rightarrow y = f(u, t) : R_c \rightarrow u_{REG} = c(y_{ref} - y) \tag{1.8}$$

Si $C \rightarrow \infty$ et $u = u_{REG}$ alors $y \rightarrow y_{ref}$

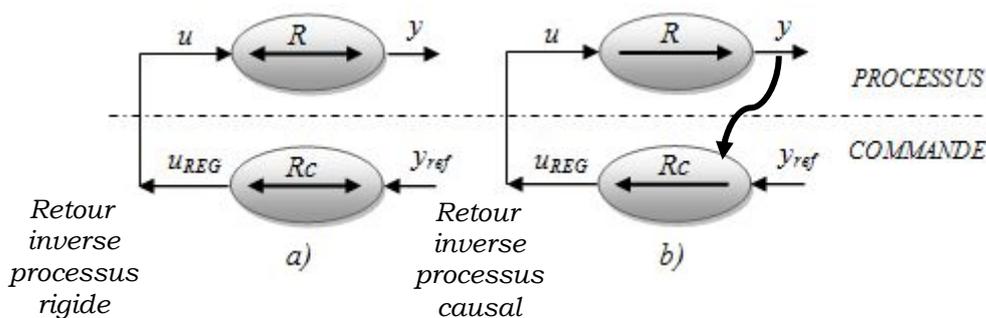


Figure 1.11 Modèle inverse pour un processus rigide ou causal

Pour illustrer cette démarche on suppose qu'on doit élaborer la commande du processus présenté à la Figure 1.12. Ce type de processus est très souvent rencontré dans le domaine de la commande des machines électriques (exemple: la partie électrique d'une machine à courant continu ou une charge mécanique avec réducteur).

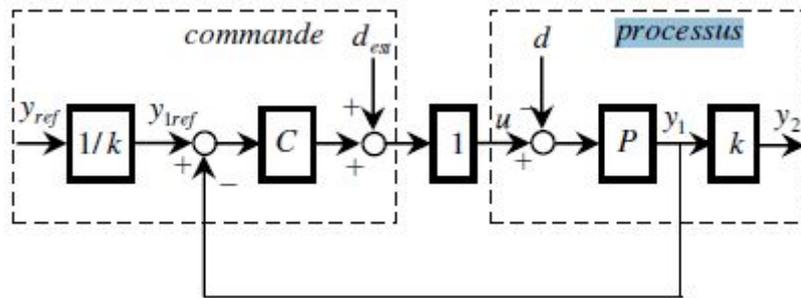


Figure 1.12 illustration du principe d'inversion

Pour respecter le principe d'inversion, toute perturbation (d) doit être compensée soit par mesure directe, soit par une estimation (d_{est}). Pour trouver la commande d'une action causale (P) on se sert d'un asservissement, donc d'un correcteur C . Une action rigide, symbolisée par le gain (k), a son inverse ($1/k$) dans la partie commande.

On suppose un capteur idéal ainsi que le convertisseur de puissance de coefficient unitaire. Le graphe informationnel causal (GIC) est un formalisme très approprié pour illustrer cette approche. Pour cette raison on le présente en parallèle avec le schéma fonctionnel suivant (figure 1.13):

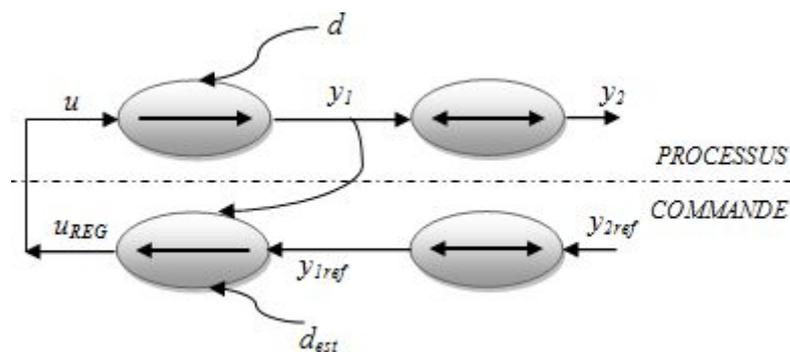


Figure 1.13. Exemple du principe d'inversion par le GIC

1.2.3.2. Définition du modèle de commande de la MCC

1.2.3.2.1. Elaboration de la commande

Pour trouver la commande il suffit d'inverser la causalité: "de trouver la bonne cause pour produire le bon effet" (principe de l'inversion de la

causalité). Une relation rigide est directement inversée, et une relation causale est indirectement inversée au travers d'un asservissement.

1.2.3.2.2. Construction du modèle

Le modèle GIC de la commande s'explique, dans le cas générale, comme un algorithme non linéaire. la figure 1.14 en donne l'application à la MCC lorsque la grandeur asservie est la vitesse (Ω), et la grandeur de réglage est la tension (U_a), appliqué à l'induit. donc on a:

Rx Ω et Rx i : Correspondent aux caractéristiques dynamiques des capteurs.

Ram: Interface entre commande et machine (convertisseur statique et sa commande).

Rc1: Relation d'asservissement déterminant le couple de réglage.

Rc2: Opérateur de compensation du couple de charge.

Rc3: Inversion directe définissant le courant de référence (Introduire une limitation du courant).

Rc5: Relation d'asservissement déterminant la tension de réglage.

Rc6: Opérateur de compensation de la f.é.m.

Ro4: Estimation de la f.é.m. qui apparaît comme une perturbation interne.

1.2.3.2.3. Utilisation du modèle

On y retrouve les deux boucles en cascade classiques; l'une pour le courant, l'autre pour la vitesse. les fonctions de correction peuvent être déterminées globalement (placement de pôles,...etc.) et séparément en commençant par la boucle interne de courant.

Le tableau 1.2 donné ci-dessous donne les relations de la commande déduites de celle du processus.

1.2.3.3. Réglage de la boucle de courant

Il faut prendre en compte les limitations technologiques de la MCC (voir figure 1.15a;

- Le point de fonctionnement de la puissance est limité par la courbe en traits gras du plan couple-vitesse. D'une façon similaire, le courant doit être limité à une valeur fonction de la vitesse dans le plan de la puissance électrique.

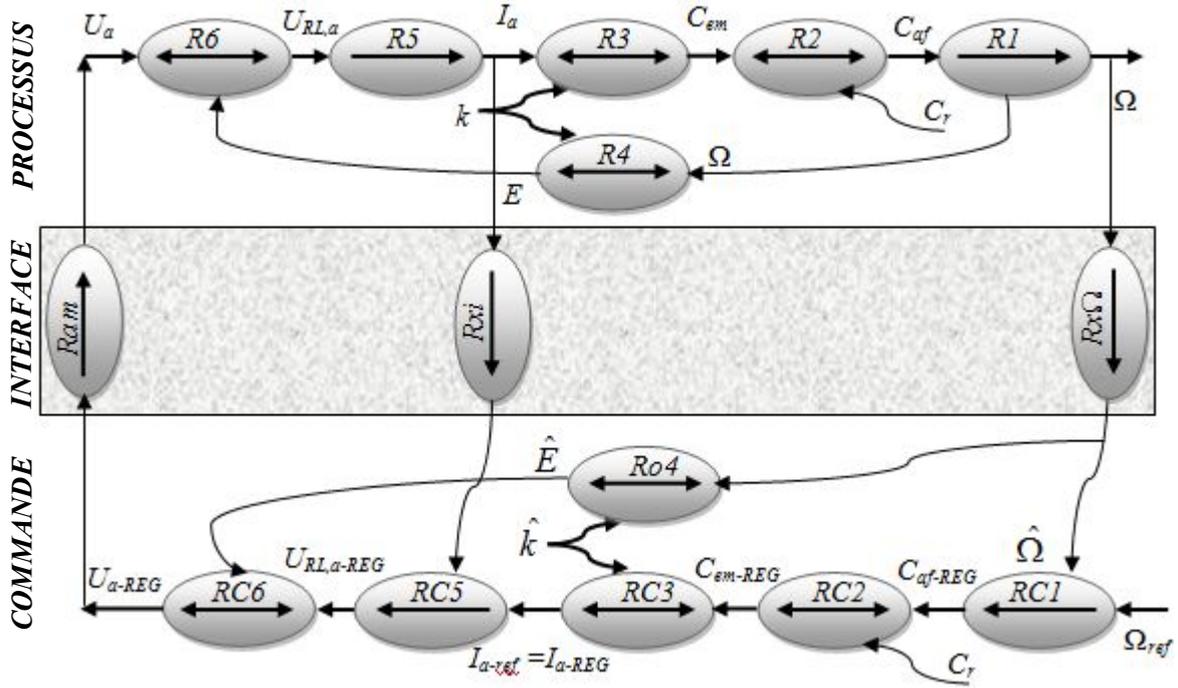


Figure 1.14. Modèle GIC de l'asservissement en vitesse de la machine à courant continu

Processus	Commande
$R1 \rightarrow J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_{af}$	$RC1 \rightarrow C_{af-REG} = C_{\Omega} (\Omega_{ref} - \Omega)$
$R2 \rightarrow C_{af} = C_{em} - C_r$	$RC2 \rightarrow C_{em-REG} = C_{af-REG} + C_{rest}$
$R3 \rightarrow C_{em} = k \cdot I_a$	$RC3 \rightarrow I_{a-REG} = \frac{1}{k_{est}} \cdot C_{em-REG}$
$R4 \rightarrow E = k \cdot \Omega$	$RC4 \rightarrow E_{est} = k_{est} \cdot \Omega$
$R5 \rightarrow L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a = U_{RL,a}$	$RC5 \rightarrow U_{RL,a-REG} = C_i (I_{a-REG} - I_a)$ $I_{a-REG} = I_{a-ref}$
$R6 \rightarrow U_{RL,a} = U_a - E$	$RC6 \rightarrow U_{a-REG} = U_{RL,a-REG} - E_{est}$

Pour un courant maximale, on admet l'hypothèse que l'erreur entre les deux courants est nulle (Rc3 non linéaire figure 1.15b).

La figure 1.16 rappelle la partie relative à la boucle du courant du modèle GIC de la MCC, en plus la fonction (C_i) doit être choisie en fonction de critère de performances dynamiques, l'objectif est que le courant réel est une recopie de sa référence.

Afin de prendre en compte les bruits et imperfections des capteurs, on pose:

$$\hat{\Omega} = \Omega + \Delta\Omega \text{ et } \hat{I}_a = I_a + \Delta I_a \tag{1.9}$$

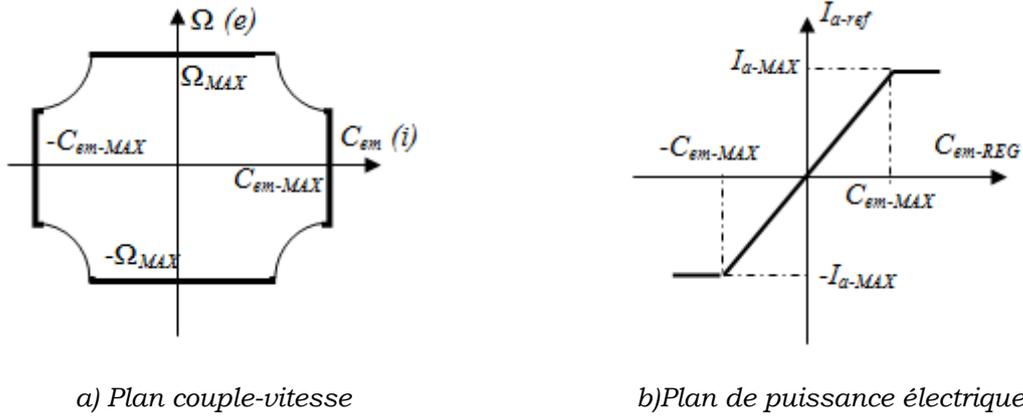


Figure 1.15 Limites de fonctionnement

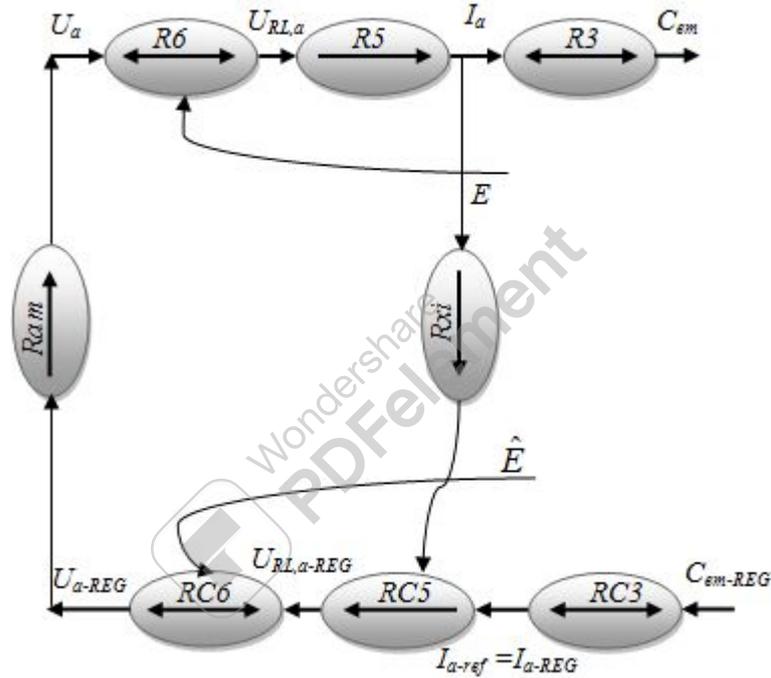


Figure 1.16. Boucle interne du courant

A partir des relations du tableau 1.2, en partant de R5 et en remplaçant U_a par U_{REG} , variable d'ajustement déterminée selon les expressions RC5 et RC6, on déduit:

$$L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a = C_i (I_{a-ref} - \hat{I}_a) + \hat{k} \hat{\Omega} - k \Omega \quad (1.10)$$

Afin de prendre en compte l'incertitude sur la connaissance du paramètre de couple, on pose:

$$\hat{k} = k + \Delta k \quad (1.11)$$

En introduisant (1.9) et (1.11) dans (1.10), il vient:

$$L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a = C_i (I_{aref} - I_a - \Delta I_a) + k \Delta \Omega + \Omega \Delta k + \Delta \Omega \Delta k \quad (1.12)$$

En considérant comme invariante l'incertitude (Δk) et en négligeant le terme quadratique, on obtient sous forme d'expression opérationnelle:

$$(L_a p + R_a + C_i(p)) = C_i(p) I_{aref}(p) - C_i(p) \Delta I_a(p) + \Delta k \Omega(p) + k \Delta \Omega(p) \quad (1.12)$$

Tel que: \mathbf{p} représente l'opérateur de Laplace.

On détermine les deux fonctions de transfert en poursuite et en régulation suivantes:

$$F_{prsuit}(p) = \frac{C_i(p)}{C_i(p) + R_a + L_a p} \quad \text{et} \quad F_{reg}(p) = \frac{1}{C_i(p) + R_a + L_a p} \quad (1.13)$$

Egalement:

$$I_a(p) = F_{prsuit}(p)(I_{aref}(p) - \Delta I_a(p)) + F_{reg}(p)(\Delta k \Omega(p) + k \Delta \Omega(p)) \quad (1.14)$$

En l'absence de la f.é.m., on aurait eu:

$$I_a(p) = F_{prsuit}(p)(I_{aref}(p) - \Delta I_a(p)) + F_{reg}(p)\Omega(p) \quad (1.15)$$

1.2.3.4. Description par fonction de transfert

La figure 1.17 illustre une Machine à Courant Continu (MCC) commander **en vitesse et en courant à travers un convertisseur de puissance dont la fonction de transfert égale à 1**. ce sont deux exemples d'observation.

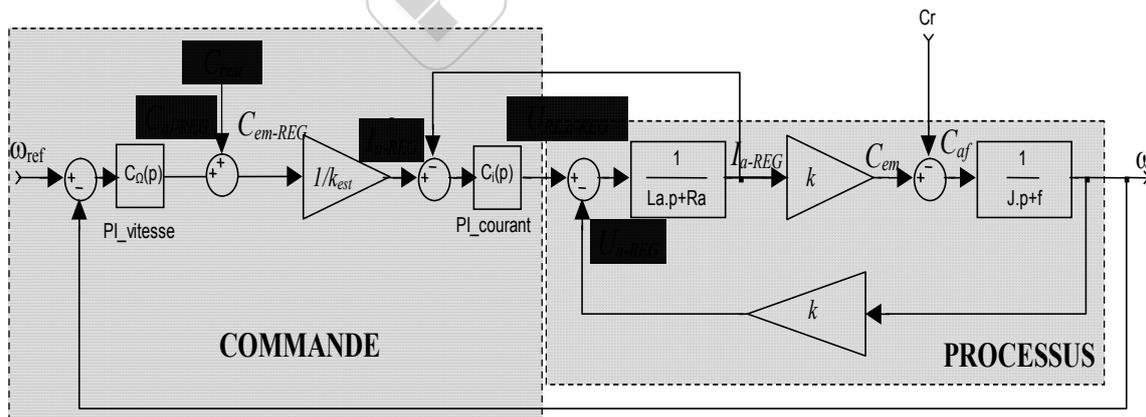


Figure 1.17. Modèle GIC de l'asservissement en vitesse de la machine à courant continu

La Figure 1.18 représente le modèle Simulink du principe d'inversion par le GIC appliquée à la machine à courant continu.

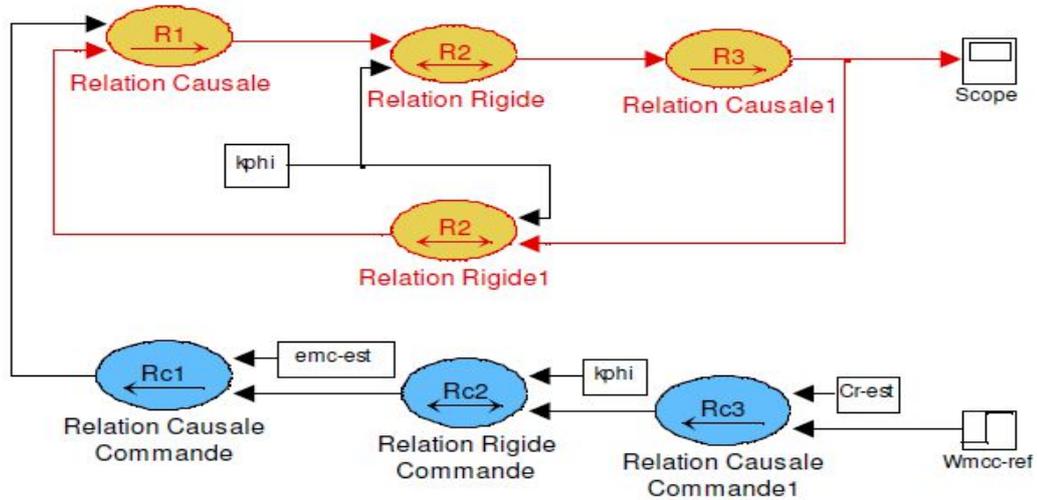


Figure 1.18 Modèle Simulink de la commande d'une machine à courant continu par le GIC

1.2.3.5. Résultats de simulation et Interprétation

La fonction de commande est un correcteur à action proportionnelle et intégrale, son réglage choisi selon un compromis par rapport aux bruits. la chute transitoire de vitesse a une amplitude sensiblement réduite grâce à une meilleure dynamique de réponse du courant d'induit. (**Figure 1.19**).

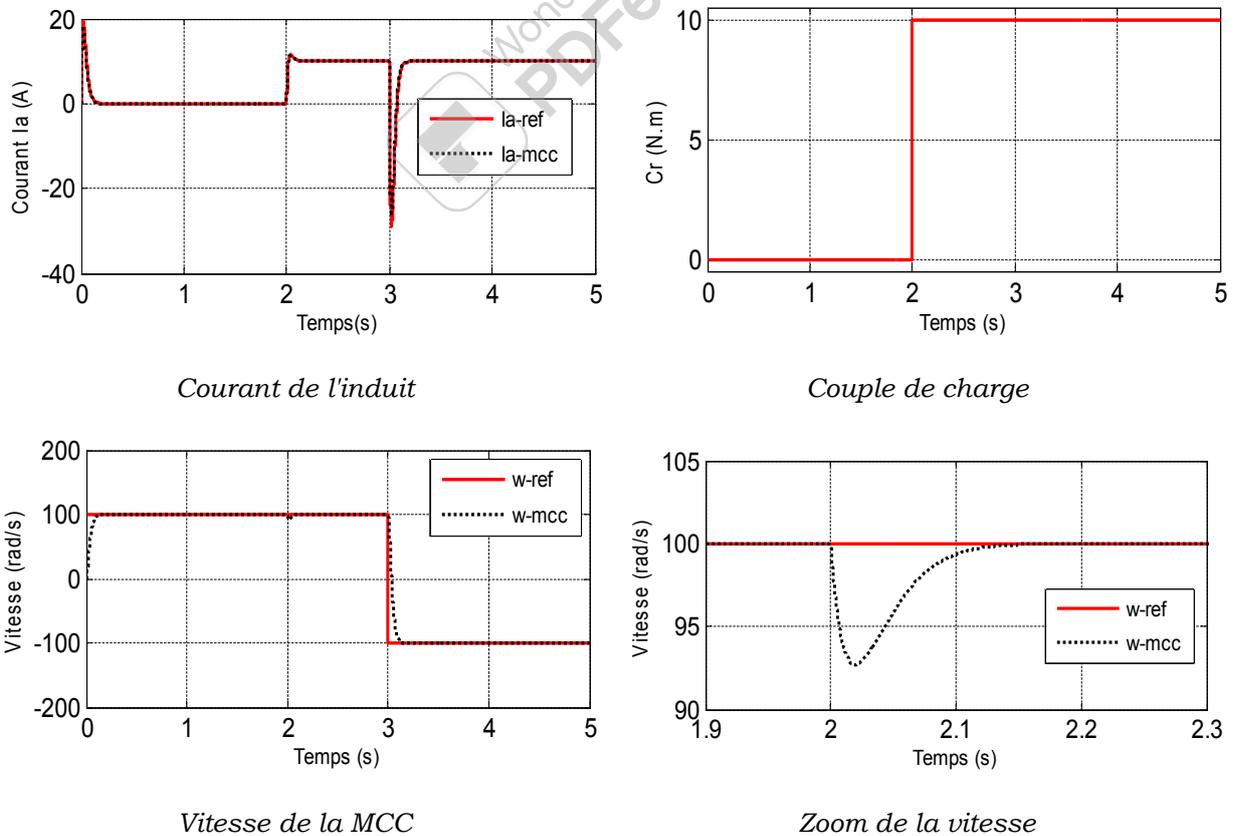


Figure 1.19 Effet de la compensation de charge par la commande

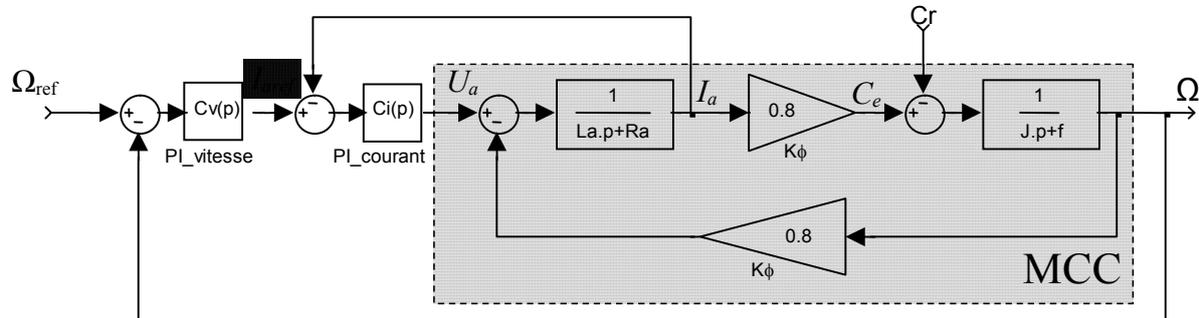
1.3. Conclusion

Les lois physiques fondamentales sont une aide incontournable pour la construction du modèle, car leur logique doit mettre en exigence les variables caractéristiques des énergies, de leur réglage, puis à se poser les bonnes questions sur les transformations de puissance qui peuvent successivement intervenir dans le processus considéré.

Pourquoi utiliser le GIC?	
<p>UN PROBLEME BIEN POSE EST DEJA A MOITIE RESOLU</p> <p>UN PETIT DESSIN VAUT MIEUX QU'UN LONG DISCOURS</p>	
Que faut il retenir?	
<p>Deux natures de relation</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Relation temporelle L'effet est lié à la cause par le temps (accumulation)</p> <p>CAUSE → EFFET</p> <p>0 — temps →</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Relation instantanée L'effet est lié à la cause indépendamment du temps (dissipation)</p> <p>CAUSE ↔ EFFET</p> <p>0 — temps →</p> </div> </div> <p>La dérivation n'est pas causale, car non naturelle</p> <p>☹ $entrée(t) = \frac{dsortie(t)}{dt}$</p>	
Etablissement d'un GIC	
<p>ETAPE 1 : Localiser les sources et les accumulateurs</p>	<p>Déterminer leurs grandeurs influentes et leurs grandeurs influencées</p>
<p>ETAPE 2 : Localiser les dissipateurs</p>	<p>Déterminer leurs grandeurs influentes à partir des grandeurs de sortie des sources et des accumulateurs</p>
<p>ETAPE 3 : Localiser les autres objets</p>	<p>Déterminer leurs grandeurs influentes à partir des grandeurs de sortie des sources et des accumulateurs</p>
<p>ETAPE 4 : Ordonnancer les lois de la physique</p>	<p>Déterminer les grandeurs imposées par les autres processeurs, en déduire la grandeur calculée par la loi</p>
<p>ETAPE 5 : Etablir le graphe</p>	<p>Réaliser l'interconnexion des entrées aux sorties en introduisant des opérateurs neutres si nécessaire</p>

1.4. Exercice d'application

La commande du moteur en cascade de la MCC est donnée par la figure ci-dessous:



1. Ecrire le modèle de la MCC.
2. Mettre les équations précédentes sous forme d'état, avec $[X] = [I_a, \omega]^T$.
3. Calculer la fonction de transfert $F_1(P) = I_a(P)/U_a(P)$ ($Cr=0$) à partir de la présentation d'état. déterminer le temps de réponse.
4. Déduire la fonction de transfert $F_2(P) = \Omega(P)/U_a(P)$ ($Cr=0$) à partir de la présentation d'état. déterminer le temps de réponse.
5. Calculer le régulateur du courant pour une dynamique 25 fois plus rapide.
6. Calculer le régulateur de la vitesse pour $\xi=1$ et une pulsation naturelle $\omega_n = 20$.
7. En utilisant les cinq étapes citées dans la conclusion, tracer le GIC de la MCC.

1.5. Annexe : paramètres de la machine à courant continu

$L_a=0.006\text{H}$; $R_a=0.6\Omega$; $K_\phi=1\text{Vs/rad}$; $U_a=220\text{V}$; $J=0.01\text{ SI}$; $f=0.001\text{ SI}$.

1.6. Bibliographie

- [1] P.J. BARRE , J.P. CARON, J.P. HAUTIER, M. LEGRAND, "Analyse et modèles, collection systèmes automatiques", vol 1, Edition Ellipses, Paris 1995.
- [2] J. Fauchier, M. Grandpierre, " Les graphes informationnels de causalité: application à la simulation des systèmes électrique" Journée électrotechniques du club EEA, Paris. 1992.
- [3] J.P. HAUTIER, J. Fauchier, " Le graph Informationnel Causal, outil de modélisation et de synthèse des commandes des processus électromécaniques", Bulletin de l'Union des physiciens, n°785. Cahier spécial de l'enseignement Supérieur p.167-189. 1996.
- [4] J.P. HAUTIER, J.P. CARON, " Convertisseurs statiques, méthodologie causale de modélisation et de commande, collections Méthodes et pratiques de l'ingénieur", Edition Technip, Paris 1992.
- [5] M. Pinard, " Commande électronique des moteurs électriques", Collection : Technique et ingénierie, Dunod, Paris 2004.
- [6] B. FRANCOIS, " Modélisation, Simulation et Commande des systèmes électriques", Note de cours. Univ-lille1.