الحل النموذجي للسلسلة رقم 3

التمرين رقم 1:

1- جدول الفائدة المركبة:

المدة (السنة)	المبلغ في بداية المدة	الفائدة	المبلغ المتحصل (الجملة)
1	5000	250=0.05x5000	5250
2	5250	262.5=0.05x5250	5512.5
3	5512.5	275.625=0.05x5512.5	5788.125
4	5788.125	289.41=0.05x5788.125	6077.53

ومن جدول الفائدة المركبة يُمكن إستخراج الجملة المركبة:

$C_4=6077.53$ دج

ويُمكن إستخراج قيمة الفائدة المركبة بطريقتين:

I=6077.53-5000=1077.53 دج

أو

I=250+262.5+275.625+289.41=1077.53 دج

2- إيجاد الجملة المركبة باستخدام طريقة اللوغاريتم والجداول المالية:

- طريقة اللوغاريتم:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_4 = 5000(1.05)^4$$

$$LogC_4 = Log5000 + Log(1.05)^4 \Rightarrow LogC_4 = Log5000 + 4Log(1.05)$$

$$LogC_4 = 3.69897 + 4(0.0211893) = 3.7837272$$

$$C_4 = 10^{3.7837272} = \boxed{C_4 = 6077.53 \text{ وحدة نقدية}}$$

- باستخدام الجداول المالية:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_4 = 5000(1+0.05)^4 = 5000(1.21550625)$$

$$\boxed{C_4 = 6077.53 \text{ وحدة نقدية}}$$

حيث يتم استخرج قيمة المقدار $(1.05)^4$ من الجدول المالي رقم 1.

3- إيجاد قيمة المبلغ المودع في بداية السنة الثالثة:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_2 = 5000(1.05)^2 = 5000(1.1025) = \mathbf{5512.5} \text{ دج}$$ Type equation here.

4- إيجاد قيمة الفائدة المركبة باستخدام طريقتين؟

يتم حساب قيمة الفائدة سواء من خلال طرح أصل المبلغ من الجملة المركبة المتحصل عليها بإحدى الطرق السابقة أو باستخدام قانون حساب الفائدة الناتجة عن قانون الفائدة المركبة. ومنه:

$$I = C_n - C \Rightarrow I = 6077.53 - 5000 = \boxed{1077.53 \text{ وحدة نقدية}}$$

أو:

$$I = C[(1+i)^n - 1] = 5000[(1+0.05)^4 - 1] = 5000[1.21550625 - 1]$$

$$\boxed{= 1077.53 \text{ وحدة نقدية}}$$

5- حساب قيمة الجملة في حالة معدل الفائدة يُطبق كل 4 أشهر:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_{12} = 5000(1.05)^{12} = 5000(1.795856326) = 8979.28 \text{ دج}$$

التمرين رقم 2:

$C = 6000$ دج

$i = 4\%$

n= 3, m= 7

الطريقة الرياضية:

$$C_{n+\frac{m}{12}} = C(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}} = 6000\,(1.04)^3\,(1.04)^{\frac{7}{12}}$$

من الجدول المالي رقم 1 نستخرج قيمة $(1.04)^3$ ومن الجدول المالي رقم 6 نستخرج قيمة $(1.04)^{\frac{7}{12}}$ ومنه:

$$C_{3+\frac{7}{12}} = 6000(1,124864)(1,023142475) = \mathbf{6905,38} \text{ دج}$$

الطريقة البنكية:

$$C_{n+\frac{m}{12}} = C(1+i)^n + C(1+i)^n i\frac{m}{12} \Rightarrow C_{3+\frac{7}{12}} = 6000(1.04)^3 + 6000(1.04)^3\frac{4}{100}\frac{7}{12}$$

من الجدول المالي رقم 1 نستخرج قيمة $(1.04)^3$. ومنه:

$$C_{3+\frac{7}{12}} = 6000(1,124864) + 6000(1,124864)\frac{4}{100}\frac{7}{12} = \mathbf{6906,66} \text{ دج}$$

ويُلاحظ أن هناك فرق بسيط بين النتيجتين.

التمرين رقم 3:

$C_{10} = 8441$ دج

$i = 2\%$

$n = 10$

$$C = C_n(1+i)^{-n} \Rightarrow C = 8441(1.02)^{-10} \Rightarrow C = 8441(1.02)^{-10} \Rightarrow C = 8441(0.8203483)$$

$$\boxed{C = 6924.56 \text{ دج}}$$

التمرين رقم 4:

$$C_A + C_B = 300000 \ldots\ldots 1$$

$$\frac{C_A(1+i)^{n_1}}{C_B(1+i)^{n_2}} = \frac{C_A(1.04)^7}{C_B(1.04)^{10}} = \frac{C_A}{C_B(1.04)^3} = \frac{5}{3} \Rightarrow C_A = \frac{5}{3}C_B(1.04)^3 = \frac{5}{3}(1.124864)C_B = 1.87477333C_B$$

$$C_A = 1.87477333C_B \ldots\ldots 2$$

نعوض 2 في 1 نجد:

$$1.87477333C_B + C_B = 300000 \Rightarrow C_B = \frac{300000}{2.87477333} = \mathbf{104356.05} \text{ دج}$$

$$C_A = 300000 - 104356.05 = \mathbf{195643.95} \text{ دج}$$

التمرين رقم 5:

1- إيجاد معدل الفائدة المركب الذي وُظف به المبلغ بالطريقة اللوغارتمية:

$C_3 = 3936.6$ دج

$C = 3125$ دج

$n = 3$ سنوات

$$i = 10^{\left(\frac{LogC_n - LogC}{n}\right)} - 1 \Rightarrow i = 10^{\left(\frac{Log(3936.6) - Log(3125)}{3}\right)} - 1$$

$$i = 10^{\left(\frac{3.59512129 - 3.49485002}{3}\right)} - 1 \Rightarrow \boxed{i = 8\%}$$

2- إيجاد معدل الفائدة المركب الذي وُظف به المبلغ باستخدام الجداول المالية:

$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C} \Longrightarrow (1+i)^3 = \frac{3936.6}{3125} = 1.259712$$

نقوم بالبحث عن القيمة المتحصل عليها في الجدول المالي رقم 1 عند السطر الذي يقابل 3 سنوات ونجد هذه القيمة عند معدل الفائدة المركب 8%. إذا:

$$\boxed{i = 8\%}$$

التمرين رقم 6:

$C = 5600$ دج

$C_9 = 8365.55$ دج

$n = 9$ سنوات

$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C} \Longrightarrow (1+i)^9 = \frac{8365.55}{5600} = 1.49384821$$

وعند البحث عن حاصل القسمة السابق في الجدول المالي رقم 1 عند السطر الذي يقابل 9 سنوات فإننا لا نجده وبالتالي يُمكن إيجاد معدل الفائدة كما يلي:

$$i = \frac{(i_1 - i_2)\times(\frac{C_n}{C} - x_2)}{(x_1 - x_2)} + i_2 \Longrightarrow i = \frac{(0.0475 - 0.045)\times(1.493848214 - 1.48609514)}{(1.518400313 - 1.48609514)} + 0.045$$

$$\boxed{i = 4.56\ \%}$$

التمرين رقم 7:

$C_n = 36771.69$ دج

$C = 24527$ دج

$i = 3.75\%$

$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C} \Longrightarrow (1.0375)^n = \frac{36771.69}{24527} = 1.49923309$$

نقوم بالبحث عن القيمة المتحصل عليها في الجدول المالي رقم 1 عند العمود الذي يقابل معدل 3.75% ونجد هذه القيمة عند n=11. إذا:

$$\boxed{n = 11 \text{ سنة}}$$

2- إيجاد المدة التي وُظف به المبلغ بالطريقة اللوغارتمية:

$$n = \frac{Log C_n - Log C}{Log(1+i)} = \frac{Log(36771.69) - Log(24527)}{Log(1+0.0375)} = \frac{0.17586916}{0.01598811} = \boxed{11 \text{ سنة}}$$

التمرين رقم 8:

- إيجاد المدة التي وُظف به المبلغ باستخدام الجداول المالية:

$C = 32000$ دج

$C_n = 48593.95$ دج

$i = 3.5\%$

$$(1+i)^n = \frac{C_n}{C} \Longrightarrow (1.035)^n = \frac{48593.95}{32000} = 1.51856094$$

$$j = \frac{\left(\frac{C_n}{C} - x_2\right)\times 360}{(x_1 - x_2)} \Rightarrow j = \frac{(1.51856094 - 1.511068657)\times 360}{(1.56395606 - 1.511068657)}$$

$$j = 50.999 \approx \boxed{51 \text{ يوما}}$$

ومنه فإن المدة الذي وُظف بها المبلغ هي 12 سنة و51 يوما.

التمرين رقم 9:

$V_n = 23000$ وحدية نقدية

$i = 3.5\%$

$n = 4$ ستوات

إيجاد قيمة الخصم المركب الصحيح:

$$E_{rc} = V_n[1-(1+i)^{-n}] = 23000\left[1-(1.035)^{-4}\right] = 23000(1-0.871442228)$$

$$E_{rc} = \mathbf{2956.83} \text{ وحدة نقدية}$$

إيجاد القيمة الحالية:

$$V'_{ac} = V_n - E_{rc} = 23000 - 2956{,}83 = \mathbf{20043.17} \text{ وحدة نقدية}$$

التمرين رقم 10:

حساب الجملة المركبة باستخدام معدل الفائدة السنوي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C_3 = 7680(1+0.075)^3 = 7680(1.242296875) = \mathbf{9540.84} \text{ وحدة نقدية}$$

حساب الجملة المركبة باستخدام معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المتناسب مع معدل الفائدة المركب السنوي:

معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المتناسب مع معدل الفائدة المركب السنوي:

$$i_p = \frac{i}{p} \Rightarrow i_3 = \frac{7.5\%}{3} = \mathbf{2.5}\%$$

الجملة المركبة باستخدام معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المتناسب:

$$C_{n\times p} = C\left(1+i_p\right)^{n\times p} \Rightarrow C_{3\times3} = 7680(1+0.025)^{3\times3} \Rightarrow C_9 = 7680(1.025)^9 = 7680(1.24886297)$$

$$\boldsymbol{C_9 = 9591.27} \text{ وحدة نقدية}$$

حساب الجملة المركبة باستخدام معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المكافئ لمعدل الفائدة المركب السنوي:

معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المكافئ لمعدل الفائدة المركب السنوي:

$$i_p = (1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \Rightarrow i_3 = (1.075)^{\frac{1}{3}} - 1 = 1.0243998073 - 1 = 0.0243998073 \approx 0.0244 = \mathbf{2.44}\%$$

الجملة المركبة باستخدام معدل الفائدة المركب لكل أربعة أشهر المكافئ:

$$C_{n\times p} = C\left(1 + i_p\right)^{n\times p} \Rightarrow C_{3\times 3} = 7680(1 + 0.0244)^{3\times 3} \Rightarrow C_9 = 7680(1.0244)^9$$

بما أن معدل الفائدة المركب 2.44% غير مجدول، يُمكن إيجاد الجملة المركبة بالطريقة اللوغاريتمية كما يلي:

$$logC_9 = log(7680(1.0244)^9) \Rightarrow logC_9 = log(7680) + 9log(1.0244) \Rightarrow C_9 = 10^{3.9795873482}$$

$$\boldsymbol{C_9 = 9540.86}$$ وحدة نقدية