المحاضرة الرابعة: نظرية المباريات (02)

3- نماذج نظرية المباريات:

تنقسم هذه المباريات طبقا للاستراتيجيات التي يستخدمها كل طرف لتحقيق هدفه سواء كان أقصى مكسب أو أقل خسارة إلى نوعين أساسين وهما: المباريات ذات الاستراتيجية النقية أو الخالصة والمباريات ذات الاستراتيجية المختلطة.

1-1- المباريات ذات الاستراتيجية النقية أو الخالصة أو المطلقة:

طبقا لهذا النوع من المباريات يكون أمام كل طرف استراتيجية واحدة مثلى من بين عدة استراتيجيات متاحة يلعب بها خلال زمن المباراة بغية تحقيق إما أقصى عائد أو أقل خسارة.

ويتم التعبير عن مصفوفة الدفع (Pay of matrix) في صورة رقمية تمثل العائد لكل طرف، ويلاحظ على هذه المصفوفة أن الصفوف تمثل استراتيجيات الطرف الأول، بينما تمثل الأعمدة استراتيجيات الطرف الثاني، وبالتالي يكون لكل طرف أكثر من استراتيجية، كما تمثل الأرقام الموجبة في مصفوفة الدفع مكاسب أو عوائد الطرف الأول وتعتبر في نفس الوقت خسائر للطرف الثاني، هذا بينما تمثل الأرقام السالبة خسائر للطرف الأول وتعتبر في نفس الوقت مكاسب للطرف الثاني.

فإذا ظهرت مصفوفة الدفع في شكل قيم موجبة فإنها تكون في صالح الطرف الأول، ومتحيزة ضد الطرف الثاني، بينما إذا ظهرت هذه المصفوفة في شكل قيم سالبة فإنها تكون في صالح الطرف الثاني ومتحيزة ضد الطرف الأول.

ويتم استخدام معيار تقليل الأعظم وتعظيم الأقل لتمكين كل طرف من طرفي المباراة من اختيار الاستراتيجية المثلى له سواء كانت خالصة أو مركبة بحيث يحقق الهدف الذي يسعى إليه من تعظيم المكاسب أو تدنية الخسارة.

وتكون المباراة مستقرة عند نقطة التعادل وذلك عند تساوي Max-Min مع Min-Max، وتحدد قيمة المباراة النهائية بالقيمة المشتركة لهما، أما في حالة عدم تساوي القيمتين فإن المباراة تكون غير مستقرة، وتتحدد قيمتها النهائية من خلال العلاقة التالية:

$$\text{Max-Min} \leq V \leq \text{Min-Max}$$

توجد طريقتان أساسيتان يمكن استخدامهما في تحديد الاستراتيجيات المثلى في المباريات ذات الاستراتيجية النقية أو الخالصة وهما: الطريقة المختصرة وطريقة الحذف (قاعدة السيطرة).

1-1-3- الطريقة المختصرة: يتم تطبيق هذه الطريقة بإتباع الخطوات التالية:

- يتم تحديد أصغر قيمة في كل صف ثم نضعها بجوار المصفوفة؛
- يتم تحديد أكبر رقم من الأرقام الصغرى التي جاءت نتيجة الخطوة السابقة؛
- يتم تحديد أكبر قيمة في كل عمود ثم نضعها في أسفل المصفوفة تحت العمود الخاص بكل منها؛
- يتم تحديد أصغر قيمة من الأرقام الكبرى الناتجة عن الخطوة السابقة؛
- إذا تساوت القيمتين داخل الدائرتين فإنها تعني نقطة التعادل، وهي في نفس الوقت تمثل قيمة المباراة.

ونوضح هذه الطريقة من خلال المثال التالي:

مثال رقم (01):

إذا توفرت لديك بيانات مصفوفة الدفع التالية:

33	-3	27	6
27	18	24	21
12	6	12	18
-6	15	9	-15

المطلوب: باستخدام الطريقة المختصرة:

- التأكد من استقرار المباراة.
- حدد نقطة التعادل.
- حدد قيمة المباراة.

الحل:

بتطبيق خطوات الطريقة المختصرة على بيانات مصفوفة الدفع نتحصل على النتائج التالية:

Max-Min					
-3	33	-3	27	6	
18	27	18	24	21	
6	12	6	12	18	
-15	-6	15	9	-15	
	33	**18**	27	21	Min-Max

- تعتبر هذه المباراة مستقرة.
- نقطة التعادل= 18، وذلك عند تقاطع الصف الثاني مع العمود الثالث، حيث يمثل الصف الثاني استراتيجية المنافس الأول، ويمثل العمود الثالث استراتيجية المنافس الثاني.
- قيمة المباراة = 18 وقيمتها الموجبة تعبر على أنها في صالح المنافس الأول.

مثال رقم (02):

نفترض أنه لدينا المباراة التالية:

		B			
A	5	5	7	-1	
	9	7	5	13	

المطلوب:

- هل المباراة مستقرة؟

الحل:

1- التأكد بأن المباراة مستقرة:

		B				
A	5	5	7	-1	-1	
	9	7	5	13	**5**	Max-Min
	9	**7**	**7**	13		
	Min-Max					

المباراة غير مستقرة لأن: $Max - Min \neq Min - Max$ ، أي أن ($5 \neq 7$).

3-1-2- طريقة الحذف أو قاعدة السيطرة:

من خلال هذه الطريقة يتم حذف بعض الاستراتيجيات (صفوف أو أعمدة) والتي لا تؤثر في قيمة المباراة، حيث لا يوجد أي مبرر للإبقاء عليها أو استخدامها.

ويتم تطبيق طريقة الحذف أو قاعدة السيطرة من خلال إتباع الخطوات التالية:

- إذا كانت أرقام أحد الصفوف أقل من أو تساوي نظائرها في صف آخر، فعندئذ يمكن اعتبار أرقام هذا الصف الأقل استراتيجية، وبالتالي يمكن حذفها من المباراة؛

- إذا كانت أرقام أحد الأعمدة أكبر من أو تساوي نظائرها في عمود آخر، فعندئذ يمكن اعتبار أرقام هذا العمود الأكبر استراتيجية، وبالتالي يمكن حذفها من المباراة.

ولتوضيح هذه الفكرة نأخذ المثال التالي:

مثال رقم (04):

مصفوفة الدفع التالية هي نتيجة لمباراة بين اللاعب الأول (P_1) واللاعب الثاني (P_2):

P_1 \ P_2			
	7	4	3
	5	-1	2
	4	3	2

المطلوب: باستخدام طريقة السيطرة حدد ما يلي:

- تخفيض مصفوفة المباراة (3×3) إلى مصفوفة (2×2) ؟
- هل المباراة مستقرة ؟
- قيمة المباراة ؟

الحل:

يلاحظ من بيانات المصفوفة أن جميع عناصر الصف الأول هي أكبر من عناصر الصف الثاني، لذلك وحسب قواعد السيطرة، يعتبر الصف الأول هو المسيطر والصف الثاني هو المستبعد، وبذلك يتم اختزال مصفوفة الدفع لتصبح كما يلي:

7	4	3
4	3	2

- إذا كانت أرقام أحد الأعمدة أكبر من أو تساوي نظائرها في عمود آخر، فعندئذ يمكن اعتبار أرقام هذا العمود الأكبر استراتيجية يمكن السيطرة عليها وبالتالي يمكن حذفها من المباراة، حيث نلاحظ بأن عناصر العمود الأول أكبر من عناصر العمود الثاني والثالث لذلك تصبح المصفوفة كما يلي:

4	3	3 Max-Min
3	2	2
4	3	

Min-Max

لدينا: $Max - Min = Min - Max = 3$ ، فالمباراة مستقرة وقيمة المباراة = 3.