المنفعة الترتيبية(منحنيات السواء/معدل الإحلال الحدي)

منحنيات السواء

نظرا للإنتقادات التي وجهت إلى نظرية المنفعة المقاسمة جاءت الصيغة الجديدة لتحليل سلوك المستهلك باستخدام مايسمى بـ"**منحنيات السواء**"، حيث اعتبرت هذه الاخيرة عدم وجود ضرورة لمعرفة حجم المنفعة المستمدة من كل وحدة يشتريها المستهلك بصورة عددية، بل إعتبرت أن المستهلك قادر على تفضيل كمية من سلعة ما على كمية أخرى من سلعة ثانية، أو مقارنة مجموعة (توليفة) من السلع والخدمات مع مجموعة أخرى. وهذا المفهوم الترتيبي للمنفعة يقوم على مبدأ المنفعة المرتبة، فحسب هذه الطريقة يكفي للمستهلك أن يرتب مختلف التوليفات السلعية حسب تفضيلاته، وحسب تصوره للمنفعة التي يتحصل عليها عند استهلاكه كل توليفة، وليس من الضروري قياسه منفعة كل توليفة سلعية ويمكن اظهار عملية التفضيل من خلال منحنيات تسمى بـ "**منحنيات السواء**" وتقوم هذه النظرية على الفرضيات الآتية:

– دالة منفعة المستهلك تقتصر على السلعتين x و y، فقط وذلك لتسهيل عملية تمثيلها بيانيا.

– التركيبات السلعية (التوليفات) (x,y) قابلة للتجزئة بشكل لا نهائي الأمر الذي يجعل من دالة المنفعة تابع مستمر.

– وجود علاقة إحلال بين السلعة x و y.

– ثباث ذوق المستهلك خلال فترة التحليل.

– المستهلك قادر على ترتيب تفضيلاته من التركيبات لاسلعية (x,y) حسب مستوى الاشباع الذي تحققه له. فمثلا التوليفة (التركيبة) $A(x_1, y_1)$ تحقق منفعة أقل من التركيبة $B(x_2, y_2)$ والتركيبة B أقل من التركيبة $C(x_3, y_3)$، وأمام فرضية عدم الاشباع يواصل المستهلك تفضيلاته حتى يتم رسم خريطة منحنيات السواء الخاصة به والتي تتناسب مع دخله المتاح.

1– تعريف منحنيات السواء: هي أحدى الأدوات التي تستخدم لتصوير الرشد الإقتصادي في الاستهلاك فإذا افترضنا أن المستهلك يقوم باستهلاك فقط سلعتين x وy فإن دالة المنفعة تكون على الشكل: $U = f(x, y)$، إن مستوى معين من الاشباع يمكن الحصول عليه بتوليفات مختلفة من السلعتين x و y. ليكن U_0 هذا المستوى المعين من الإشباع إذن دالة المنفعة تصبح كتالي: $U_0 = f(x, y)$ حيث: U_0 عدد ثابث.

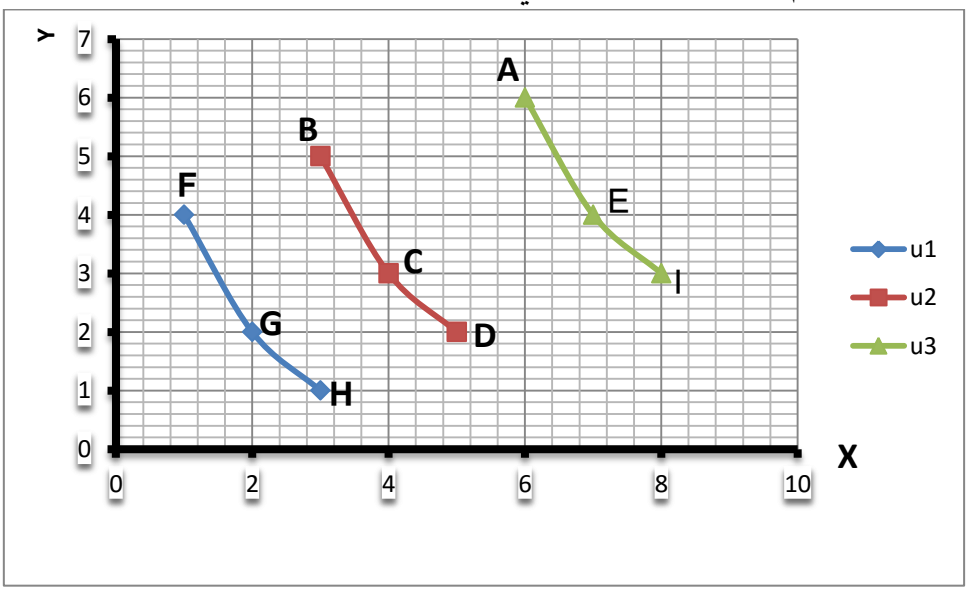
هذه العبارة الأخيرة تمثل مستوى معين من الإشباع والذي يتم التوصل إليه بواسطة عدد كبير جدا بل بواسطة عدد لا متناهي من التوليفات من x و y، حيث أننا إفترضنا أن دالة المنفعة مستمرة.

وعلى هذا الأساس يمكن تعريف منحنى السواء على أنه المحل الهندسي (النقطي) أو التوليفات السلعية التي تعطي كل منها نفس مستوى الإشباع أو المنفعة الكلية، ومن هنا جاءت تسمية منحنيات السواء، أما خريطة السواء فتظهر مجموعة منحنيات السواء الخاصة بمستهلك معين.

مثال: إذا افترضنا أن مستهلك يستهلك سلعتين فقط، ويقوم بترتيب تفضيلاته حسب التوليفات المبينة في الجدول التالي:

التوليفة	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Q_X	6	3	4	5	7	1	2	3	8
Q_Y	6	5	3	2	4	4	2	1	3
الترتيب	3	2	2	2	3	1	1	1	3

انطلاقا من الجدول نرسم منحنيات السواء كالآتي:



نلاحظ من الشكل ما يلي:

1/التوليفات السلعية: H,G,F، توفر نفس المستوى من المنفعة للمستهلك، فهي بذلك تقع على نفس منحنى السواء، ويقال نفس الشيء على التوليفات: D,C,B، والتوليفات: A,E,I.

2/المنفعة الكلية لمنحنى السواء U_3 أكبر من المنفعة الكلية لأي توليفة من منحى السواء U_2، كما أن منحنى السواء U_2، يحقق منفعة أكبر من النقاط الواقعة على منحنى السواء U_1، أي أن التركيبات الواقعة على منحنى السواء U_1 تحقق اشباعا أقل.

3/ اذا انتقل المستهلك من النقطة F على منحنى السواء U_1 إلى النقطة G لابد أن يتخلى على وحدتين من Y ليحصل على وحدة اضافية من السلعة X، لكن عند الإنتقال من التوليفة G إلى H عليه التنازل

على وحدتين من Yليحصل على وحدة اضافية من X، مع الاشارة إلى أن المنفعة الكلية تبقى ثابتة لأن تنقل المستهلك كان على نفس منحنى السواء.

4/إلى جانب التوليفات التوليفات F,G,H، التي تحتل نفس التريب، توجد توليفات أخرى غير منتهية ترتب من طرف المستهلك في نفس المستوى.

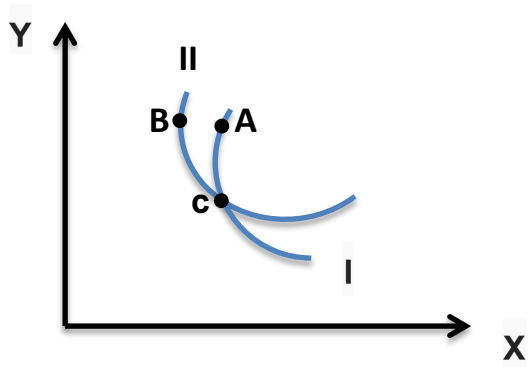
2- خصائص منحنيات السواء:

أ/الميل السالب لمنحنيات السواء: تنحدر منحنيات السواء من الأعلى إلى الأسفل متجهة ناحية اليمين لأن الحصول على كمية اضافية من احدى السلعتين يستلزم التضحية بكمية من السلع الأخرى لكي يحافظ المستهلك على نفس مستوى الإشباع ويبقى على نفس منحنى السواء: ويحسب ميل منحنى السواء في حالة متغير متقطع (المعطيات في شكل جدول) كمايلي:

ميل منحنى السواء: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \prec 0$

ب/كلما بعد منحنى السواء عن نقطة الأصل كلما ارتفع مستوى الإشباع: حيث يكون منحنى السواء الواقع أعلى خريطة السواء دائما مفضل على منحنى السواء الواقع على يسار الخريطة في الشكل السابق منحنى السواء U_3 مفضل على منحنى السواء U_2، ومنحنى السواء U_2 مفضل على منحنى السواء U_1.

ت/عدم تقاطع منحنيات السواء: إنها لا تتقاطع فيما بينها، فإذا حدث وإن تقاطع منحنيين سواء في نقطة ما، فإن نقطة التقاطع تعبر عن توليفة لسلعتين x و y، تحقق مستويين لاشباع مختلفين



حسب التمثيل الهندسي فإن مستوى الإشباع للتوليفة **A** يساوي مستوى الإشباع للتوليفة **C** لأنهما تتواجدان على نفس منحنى السواء **I**، ولكن مستوى الإشباع لـ **B** يساوي مستوى الإشباع لـ **C** لأنهما تتواجدان على نفس منحى السواء**II** ومن خاصية التعدي يمكن القول أن مستوى الإشباع لـ **A** =**B** حيث:

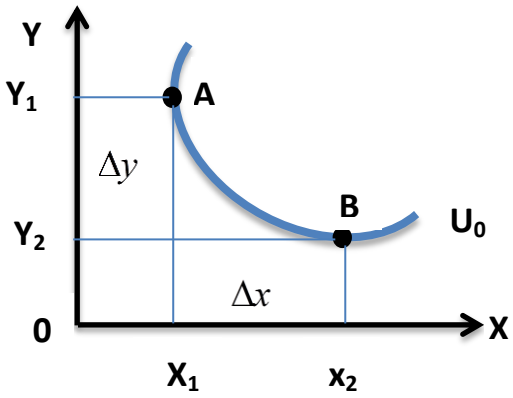
$\left.\begin{matrix} A \sim C \\ B \sim C \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \sim B$ إلا أن هذه النتيجة غير منطقية لأن **A**، **B**، لا ينتميان إلى نفس منحى السواء.

ث/منحنيات السواء محدبة نحو نقطة الأصل: أي عند الانتقال على منحنى السواء من اليمين إلى اليسار ننتقل من التوليفات للسلعتين x و y، أين تكون x متكاثرة و y نادرة إلى التوليفات أن تصبح x نادرة و

y متكاثرة شيئا فشيئا. اذ يجب المحافظة على نفس مستوى الإشباع مع استهلاك السلعتين. وهذه الخاصية يمكن ارجاعها إلى مايسمى "**بتناقص المعدل الحدي للإحلال**".

معدل الإحلال الحدي "TMS" le taux marginale de substitution

من بين الخصائص الأساسية لنظرية المنفعة الترتيبية أن مختلف توليفات السلع يمكن أن تحقق نفس مستوى من المنفعة، هذا يعني أن سلعة ما يمكن أن تحل محل سلعة أخرى، وهذا في اطار كمية محددة بحيث يتحصل المستهلك على نفس مستوى الإشباع السابق أو بعبارة أخرى فإن إحلال سلعة ما محل سلعة أخرى يمكن أن يتحقق بكيفية، بحيث يبقى المستهلك على نفس منحنى السواء، لهذا من المهم جدا أن نتعرف على ذلك المعدل ليكن لدينا الشكل التالي:



منحى السواء الممثل بواسطة U_0، لا يفضل فيه المستهلك بين التوليفة A التي تحتوي على $0x_1$ وحدة من x و $0y_1$ وحدة من y والتوليفة B التي تحتوي على $0x_2$ وحدة من x و $0y_2$ وحدة من y، والمستهلك يرغب في احلال الكمية x_2 بدل x_1، من السلعة x، والكمية y_2 بدل y_1 من السلعة y، أي يرغب في في زيادة استهلاك السلعة x وخفض استهلاك السلعة y، لهذا فالمعدل الذي يرغب بواسطته المستهلك إحلال x محل y هو إذن: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

إذن يعرف معدل الإحلال الحدي للسلعة x محل السلعة y بأنه عدد الوحدات من السلعة y التي يكون المستهلك مستعدا للتنازل عنها للحصول على وحدة اضافية من السلعة x مع المحافظة على نفس مستوى الإشباع السابق. ويحسب في حالة متغير متقطع (حالة الجدول) وفق ما يلي: $-\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

أما في حالة متغير مستمر، يمكن حساب معدل الإحلال الحدي بإتباع الخطوات التالية:

نعتبر تغير المنفعة الناتج عن التغيرات في كل من x و y، يكون مساوي لمجموع حاصل ضرب تغير x في تغير المنفعة الناتج عن تغير إستهلاك السلعة x بوحدة واحدة أي المنفعة الحدية للسلعة x، وحاصل ضرب تغير y في تغير المنفعة الناتج عن تغير استهلاك السلعة y بوحدة واحدة، أي المنفعة الحدية الحدية للسلعة y. وباستخدام معيار التفاضل فإذا كان:

- du: تغير المنفعة الكلية لـu؛
- dx: تغير الكمية المستهلكة من السلعة x؛
- dy: تغير الكمية المستهلكة من السلعة y.
- Um_x: تغير الوحدة الواحدة من السلعة x (المنفعة الحدية لـx وتحسب بالعلاقة $\frac{\delta U}{\delta x}$)؛
- Um_y: تغير الوحدة الواحدة من السلعة y (المنفعة الحدية لـy وتحسب بالعلاقة $\frac{\delta U}{\delta y}$).

عند انتقال المستهلك على نفس منحنى السواء فإنه يحافظ على نفس مستوى الاشباع الكلي وبالتالي فإن التغير في المنفعة الكلية يكون معدوما أي أن: du=0، وفي نفس الوقت يؤدي انخفاض كمية y إلى انخفاض المنفعة الكلية بمقدار: $\frac{\delta U}{\delta y}dy$، حيث يتم تعويض هذا النقص بزيادة كمية x مما يؤدي إلى زيادة المنفعة الكلية بمقدار: $\frac{\delta U}{\delta x}dx$، وبما أن المنفعة الكلية تبقى ثابتة فإن:

$$du = \frac{\delta U}{\delta x}dx + \frac{\delta U}{\delta y}dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\delta U}{\delta x}dx = -\frac{\delta U}{\delta y}dy \Rightarrow \frac{\frac{\delta U}{\delta x}}{\frac{\delta U}{\delta y}} = -\frac{dy}{dx}$$

وبما أن: $\frac{\delta U}{\delta x}$، $\frac{\delta U}{\delta y}$، هما المنفعة الحدية لـ x، و y، على التوالي فإن:

$$\frac{\frac{\delta U}{\delta x}}{\frac{\delta U}{\delta y}} = -\frac{dy}{dx} \Rightarrow \boxed{\frac{um_x}{um_y} = -\frac{dy}{dx}}$$

يمثل الطرف الأيسر لهذه المعادلة النسبة بين المنافع الحدية للسلعتين x و y، أما الطرف الأيمن: $-\frac{dy}{dx}$ فهو يمثل مشتقة الدالة $y = f(U_0, x)$، وحيث نعلم أن قيمة مشتقة أي نقة على منحنى السواء تساوي ميل المستقيم المماس لهذا المنحنى في تلك النقطة، وعلى ذلك نقول أن العبارة $-\frac{dy}{dx}$ هي ميل منحنى السواء وتمثل معدل الإحلال الحدي بين السلعتين x و y وعليه فإن:

$$TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx} = \frac{um_x}{um_y}$$

مثال:

يبين الجدول التالي عدد التوليفات السلعية التي تحقق للمستهلك نفس مستوى الإشباع

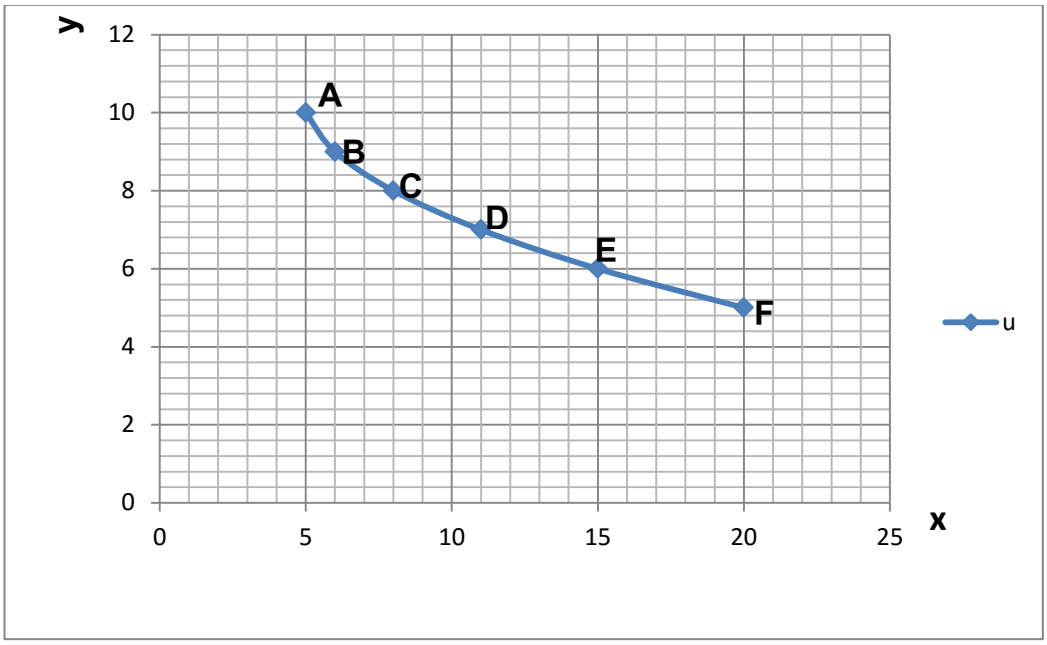
التوليفات	A	B	C	D	E	F
x	5	6	8	11	15	20
y	10	9	8	7	6	5

المطلوب:

- رسم منحنى السواء لهذه التوليفات، وحساب معدل الاحلال الحدي؟
- ماذا تستنتج؟

الحل

أ/رسم المنحنى البياني:



ب/حساب معدل الإحلال الحدي:

$$TMS_{xy}^{A\to B} = -\frac{9-10}{6-5} = 1$$

$$TMS_{xy}^{B\to C} = -\frac{8-9}{8-6} = \frac{1}{2}$$

$$TMS_{xy}^{C\to D} = -\frac{8-7}{11-8} = \frac{1}{3}$$

$$TMS_{xy}^{D\to E} = -\frac{6-7}{15-11} = \frac{1}{4}$$

$$TMS_{xy}^{E\to F} = -\frac{5-6}{20-15} = \frac{1}{5}$$

– **الاستنتاج:** نلاحظ من خلال المثال السابق أن TMS يتناقص على طول منحنى السواء لأنه كلما زادت كمية السلعة X، لكما تقل أهميتها لذى المستهلك (قانون تناقص المنفعة الحدية)، مقارنة بالسلعة y، وللحفاظ على نفس مستوى الإشباع يتعين على المستهلك التخلي عن كميات أقل من السلعة y مقابل الحصول على كميات إضافية من السلعة x، وهذا ما يفسر خاصية التحدب في منحنيات السواء نحو نقطة الأصل.