Chapitre 8

L'exergie

La deuxième loi de la thermodynamique enseigne qu'au cours d'une évolution, la qualité de l'énergie est dégradée. Cette détérioration de la qualité de l'énergie est estimée selon la production d'entropie ou encore selon la perte de potentiel à faire du travail utile. Ce potentiel à faire du travail utile est appelé l'« exergie ». La notion d'exergie et son utilisation en vue de quantifier les effets des irréversibilités dans les évolutions de divers systèmes font l'objet du chapitre 8.

Ce chapitre commence avec une discussion générale à propos de l'exergie et du rendement défini selon la deuxième loi. Nous décrivons les phénomènes de transfert d'exergie. Ensuite est énoncé le principe de diminution d'exergie, qui est le pendant du principe d'accroissement d'entropie. Le bilan d'exergie est alors formulé puis appliqué à diverses évolutions dans les systèmes fermés et dans les systèmes ouverts.

Objectifs

- Définir la notion d'exergie, soit le travail utile maximal qui peut être produit en théorie par un système se trouvant dans un état donné et dans un milieu donné.
- Définir le rendement de systèmes selon la deuxième loi de la thermodynamique.
- Définir le travail réversible, c'est-à-dire le travail utile maximal qui peut être produit en théorie lorsqu'un système parcourt une évolution entre un état initial donné et un état final donné.
- Définir la quantité d'exergie détruite au cours d'une évolution qui résulte des irréversibilités.
- Étudier les systèmes selon la deuxième loi.
- Énoncer le principe de diminution d'exergie.
- Formuler le bilan d'exergie pour les systèmes fermés et les systèmes ouverts.
- Appliquer le bilan d'exergie afin de prédire la quantité d'exergie détruite durant les évolutions de divers systèmes.

8.1 L'exergie : l'énergie disponible

Lorsqu'une nouvelle source d'énergie est découverte, comme un puits géothermique ou un gisement de pétrole, on s'empresse d'estimer la quantité d'énergie recélée dans le réservoir. Bien que précieuse, cette information est incomplète. Qu'en est-il de l'énergie disponible, c'est-à-dire de l'énergie qui peut être transformée en travail utile ? Cette propriété de l'énergie est parfois appelée « énergie disponible », parfois « disponibilité » ou tout simplement **exergie.**

L'exergie d'un système dans un état donné est équivalente au travail utile maximal qui peut être produit en théorie par ce système. Rappelons que le travail effectué durant une évolution dépend des états initial et final du système ainsi que du parcours que suit l'évolution, soit

$$(\text{Travail}) = f\,(\text{État initial, parcours, état final})$$

Dans une analyse exergétique, c'est-à-dire une analyse qui cherche à déterminer l'énergie utile disponible, l'état initial est généralement défini. Cet état n'est donc pas une variable. On sait par ailleurs que le travail produit est maximal lorsque l'évolution entre l'état initial et l'état final est réversible (*voir le chapitre 7*). L'analyse ne considère donc pas les irréversibilités. Enfin, à l'état final, le système doit se trouver en équilibre thermodynamique avec son milieu extérieur (par exemple, l'environnement) (*voir la figure 8.1*). Dans cet état, 1) la pression et la température du système sont égales à celles du milieu extérieur (équilibre mécanique et thermique) ; 2) l'énergie cinétique et potentielle du système par rapport au milieu extérieur est nulle (vitesse nulle et élévation nulle par rapport à un point de référence) ; 3) le système ne réagit pas avec le milieu extérieur (inertie chimique) ; 4) si elles interviennent, les forces magnétiques, électriques et de tension superficielle du système sont en équilibre avec le milieu extérieur. Cet état d'équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur est appelé le **point mort.** Au point mort, l'exergie du système est de zéro. Aucun travail ne peut être produit par un système au point mort. Les variables thermodynamiques d'un système au point mort sont identifiées par l'indice 0 : P_0, T_0, h_0, u_0 et s_0. À moins qu'il en soit autrement, on supposera que la température et la pression au point mort sont respectivement de T_0 = 25 °C et de P_0 = 1 atm (101,325 kPa).

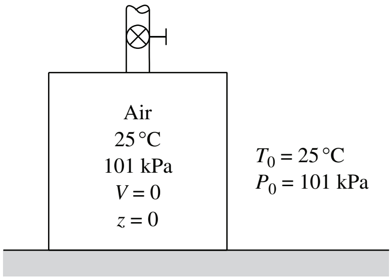

FIGURE 8.1
Un système en équilibre avec son milieu extérieur est au point mort.

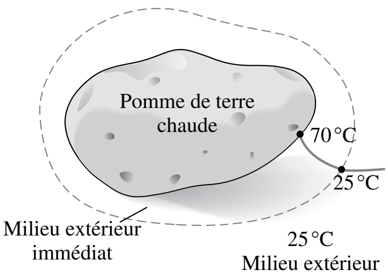

FIGURE 8.2
Le milieu extérieur immédiat est la région au voisinage du système qui subit l'influence du système. Le milieu extérieur immédiat de la pomme de terre est la couche d'air dans laquelle la température passe de celle de la pomme de terre (70 °C) à celle de l'air environnant (25 °C).

On définit le **milieu extérieur** comme le milieu qui se situe en dehors des frontières du système, où les variables thermodynamiques ne sont pas touchées par les évolutions que parcourt le système. Toutefois, le **milieu extérieur immédiat** est le milieu au-delà des frontières du système, où les variables thermodynamiques subissent l'influence des évolutions que parcourt le système. Par exemple, en se refroidissant (l'évolution), une pomme de terre à 70 °C (le système) chauffe l'air dans son voisinage (le milieu extérieur immédiat), mais n'influe pas sur la température de l'air dans la cuisine (le milieu extérieur) qui demeure à 25 °C (*voir la figure 8.2*).

Soulignons que, si l'état final du système n'était pas le point mort (si la température de la pomme de terre n'avait pas atteint la température du milieu extérieur, par exemple), il y aurait toujours moyen de produire du travail en faisant fonctionner une machine thermique entre cet état et le point mort. *Lorsqu'un* *système a atteint le point mort, on ne peut plus en extraire du travail utile.* Vue comme un réservoir thermique, l'atmosphère dans laquelle nous baignons regorge d'énergie, mais elle est vide d'exergie. L'atmosphère est à son point mort ; on ne peut en extraire du travail utile (*voir la figure 8.3*).

En résumé, pour qu'un système produise le maximum de travail, il doit parcourir une évolution réversible jusqu'à atteindre un état final qui est le point mort. Le travail maximal ainsi produit est équivalent à l'énergie disponible. Cette énergie disponible est appelée l'« exergie ». L'exergie n'est pas le travail réel que produit la machine. L'exergie représente la limite théorique du travail qui peut être produit sans enfreindre les lois de la thermodynamique.

Soulignons enfin que l'exergie d'un système dépend non seulement des caractéristiques du système, mais aussi des conditions du milieu extérieur (le point mort). L'exergie est une variable du couple système-milieu extérieur. Modifier le milieu extérieur est un moyen, pas forcément recommandé, d'accroître l'exergie.

FIGURE 8.3
L'atmosphère regorge d'énergie, mais elle est vide d'exergie.

8.1.1 L'exergie de l'énergie cinétique et potentielle

L'énergie cinétique est une forme d'énergie mécanique. Elle peut donc être entièrement convertie en travail. Par conséquent, l'exergie de l'énergie cinétique d'un système est égale à l'énergie cinétique du système, peu importe la température ou la pression du milieu extérieur

Exergie de l'énergie cinétique :

$$x_{ke} = ke = \frac{V^2}{2} \qquad \text{(kJ/kg)} \tag{8.1}$$

où V est la vitesse du système par rapport au milieu extérieur.

L'énergie potentielle est aussi une forme d'énergie mécanique. Elle peut donc être entièrement convertie en travail. L'exergie de l'énergie potentielle d'un système est égale à l'énergie potentielle du système, peu importe la température ou la pression du milieu extérieur (*voir la figure 8.4*)

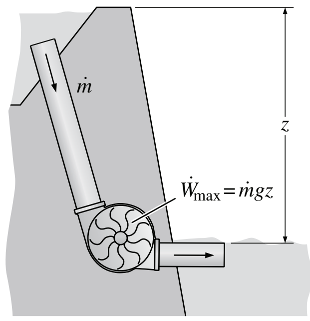

FIGURE 8.4
L'exergie de l'énergie potentielle est égale à l'énergie potentielle même.

Exergie de l'énergie potentielle :

$$x_{pe} = pe = gz \qquad \text{(kJ/kg)} \tag{8.2}$$

où g est l'accélération gravitationnelle, et z est l'élévation du système par rapport à un point de référence dans le milieu extérieur.

EXEMPLE 8.1 ■ La puissance maximale produite par une éolienne

Soit une éolienne dont le diamètre du rotor est de 12 m (*voir la figure 8.5*). L'éolienne est érigée dans un endroit où la vitesse moyenne du vent est de 10 m/s. Déterminez la puissance maximale que peut produire l'éolienne.

Solution Une éolienne est érigée dans un endroit où la vitesse moyenne du vent est connue. Il faut déterminer la puissance maximale que peut produire l'éolienne.

Hypothèse L'air se trouve à 101 kPa et à 25 °C, et sa masse volumique est de 1,8 kg/m³.

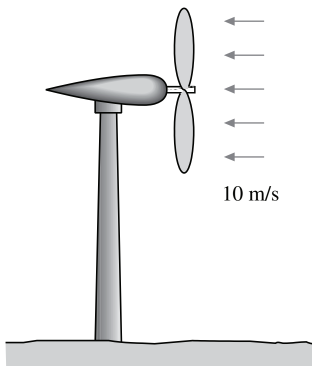

FIGURE 8.5
Schéma de l'exemple 8.1.

Analyse Les variables thermodynamiques de l'air sont les mêmes que celles de l'air stagnant, excepté pour l'énergie cinétique. L'éolienne peut produire une puissance maximale lorsque, une fois que l'écoulement l'a traversée, l'air se retrouve au point mort, c'est-à-dire en équilibre avec le milieu extérieur. Dans ces conditions, à la sortie de l'éolienne, la vitesse de l'air est de zéro. Par conséquent, l'exergie de l'écoulement d'air est égale à son énergie cinétique, soit

$$ke = \frac{V^2}{2} = \frac{(10\ \text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{kJ/kg}}{1\ 000\ \text{m}^2/\text{s}^2}\right) = 0{,}05\ \text{kJ/kg}$$

En d'autres termes, l'exergie de chaque kilogramme d'air se déplaçant à la vitesse de 10 m/s est de 0,05 kJ. La puissance maximale qui peut être produite est estimée à l'aide du débit massique d'air

$$\dot{m} = \rho A V = \rho \frac{\pi D^2}{4} V = (1{,}18\ \text{kg/m}^3)\frac{\pi(12\ \text{m})^2}{4}(10\ \text{m/s}) = 1\ 335\ \text{kg/s}$$

Par conséquent

$$\text{Puissance maximale} = \dot{m}(ke) = (1\ 335\ \text{kg/s})(0{,}05\ \text{kJ/kg}) = \mathbf{66{,}8\ kW}$$

C'est la puissance maximale disponible pour l'éolienne. Si le rendement global de l'éolienne est de 30 % (*voir l'exemple 2.2*), la puissance électrique produite sera de 20 kW.

Remarque Le rendement des éoliennes varie, en général, entre 20 et 40 %. Cela signifie que 20 à 40 % de l'énergie cinétique disponible peut être convertie en énergie électrique.

EXEMPLE 8.2 ■ Le transfert d'exergie d'un four

Soit un four à 2 000 K qui peut transmettre 3 000 kW de chaleur. Déterminez le taux auquel l'exergie est transmise. La température du milieu extérieur est de 298 K.

Solution Un four se trouvant à une température donnée transmet de la chaleur. Il faut déterminer le taux auquel l'exergie est transmise.

Analyse Le four est modélisé comme un réservoir thermique, c'est-à-dire une source de chaleur à température constante. L'exergie est le travail maximal qui peut être extrait de cette source. Ce travail serait produit par une machine thermique réversible fonctionnant entre le four et son milieu extérieur. Le rendement thermique de cette machine réversible est

$$\eta_{\text{th,max}} = \eta_{\text{th,rév}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_0}{T_H} = 1 - \frac{298\ \text{K}}{2\ 000\ \text{K}} = 0{,}851\ (\text{ou } 85{,}1\ \%)$$

Au mieux, la machine thermique peut convertir 85,1 % de la chaleur fournie par le four en travail. Donc, le débit d'exergie du four est équivalent à la puissance que produit la machine thermique, soit

$$\dot{W}_{\text{max}} = \dot{W}_{\text{rév}} = \eta_{\text{th,rév}}\,\dot{Q}_{\text{in}} = (0{,}851)(3\ 000\ \text{kW}) = \mathbf{2\ 553\ kW}$$

Remarque On note que 14,9 % de la chaleur transmise par le four n'est pas disponible pour produire du travail. Cette portion d'énergie qui ne peut être convertie en travail est l'énergie non disponible (*voir la figure 8.6*). L'énergie non disponible est égale à la différence entre l'énergie totale du système dans un état donné et l'exergie de cette énergie.

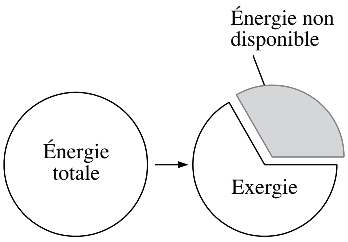

FIGURE 8.6
L'énergie non disponible est la fraction de l'énergie qui ne peut être transformée en travail utile même si on recourt à une machine thermique réversible.

8.2 Le travail réversible et l'irréversibilité

L'exergie est un outil prisé pour déterminer la qualité de l'énergie et comparer le potentiel de différentes sources ou de divers systèmes à produire du travail utile. Mais l'exergie ne suffit pas. Elle est basée sur un état final, le point mort, qui est rarement l'état final dans les évolutions réelles. C'est pourquoi on présente, dans cette section, deux notions qui prennent en compte l'état initial réel et l'état final réel d'une évolution. Ces notions sont le travail réversible et l'irréversibilité.

Le travail fait par une machine n'est pas toujours utile. Par exemple, lorsque le piston est soulevé dans un système piston-cylindre, une partie du travail fait par le gaz qui se détend dans le cylindre sert à déplacer l'air atmosphérique (l'air du milieu extérieur) qui exerce une pression sur le piston (*voir la figure 8.7*). Ce travail, qui ne peut être récupéré et employé à bon escient, est égal au produit de la pression atmosphérique P_0 (la pression dans le milieu extérieur) par le changement du volume du système, soit

$$W_{\text{env}} = P_0(V_2 - V_1) \tag{8.3}$$

La différence entre le travail réel produit par le système W et le travail fait sur le milieu extérieur W_{env} est le **travail utile** W_u, soit

$$W_u = W - W_{\text{env}} = W - P_0(V_2 - V_1) \tag{8.4}$$

Au cours d'une détente, W_{env} représente une perte de travail utile. Toutefois, durant une compression, W_{env} représente un gain. Il faut noter que W_{env} n'intervient que dans les systèmes dont la frontière est déformable. W_{env} n'intervient pas dans les systèmes dont la frontière est indéformable (un réservoir rigide, une turbine, un compresseur, un échangeur, etc.) (*voir la figure 8.8*).

D'autre part, le **travail réversible** $W_{\text{rév}}$ est défini comme le travail utile maximal qui peut être produit lorsqu'un système parcourt une évolution entre un état initial donné et un état final donné. Si l'état final est le point mort, alors le travail réversible devient égal à l'exergie. Si l'évolution consomme du travail, alors le travail réversible représente le travail minimal requis pour parcourir l'évolution.

La différence entre le travail réversible $W_{\text{rév}}$ et le travail utile W_u est due aux irréversibilités qui se manifestent pendant l'évolution. Cette différence, appelée l'**irréversibilité** I, est (*voir la figure 8.9*)

$$I = W_{\text{rév,out}} - W_{u\text{,out}} \quad \text{ou} \quad I = W_{u\text{,in}} - W_{\text{rév,in}} \tag{8.5}$$

L'irréversibilité est équivalente à l'exergie détruite (*voir la section 8.4*). Dans une évolution réversible, le travail réversible et le travail utile sont égaux, et l'irréversibilité est nulle. Il n'y a pas d'entropie produite. L'irréversibilité est une quantité positive, car $W_{\text{rév}} \geq W_u$ dans les machines qui produisent du travail (une turbine) et $W_{\text{rév}} \leq W_u$ dans les machines qui en consomment (un compresseur).

L'irréversibilité est le potentiel perdu à faire du travail. C'est de l'énergie qui aurait pu être convertie en travail, mais qui ne l'a pas été. Plus l'irréversibilité d'une évolution est petite, plus le travail produit est grand. Améliorer le rendement d'un système revient à réduire l'irréversibilité.

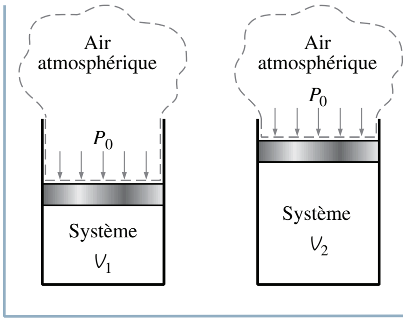

FIGURE 8.7

À mesure qu'un système fermé se détend, du travail est fait pour déplacer l'air atmosphérique qui se trouve au voisinage (W_{env}).

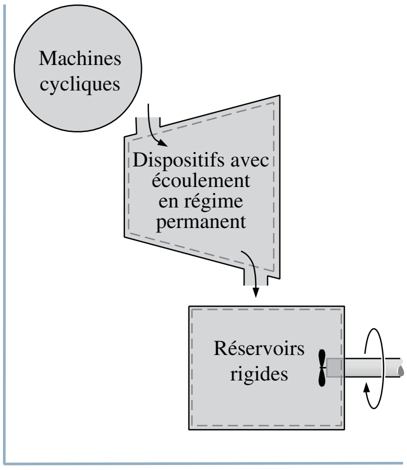

FIGURE 8.8

Dans les systèmes dont le volume demeure constant au cours de l'évolution, le travail réel et le travail utile sont équivalents ($W = W_u$).

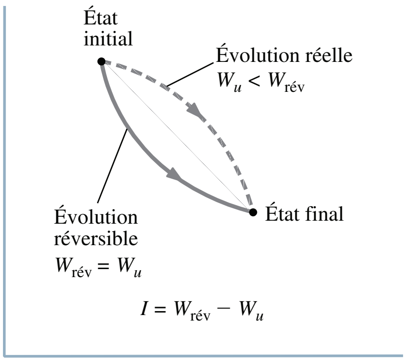

FIGURE 8.9

La différence entre le travail réversible et le travail utile est l'irréversibilité.

EXEMPLE 8.3 ■ Le taux d'irréversibilité dans une machine thermique

Soit une machine thermique alimentée en chaleur par un réservoir à 1 200 K au taux de 500 kJ/s (*voir la figure 8.10*). La machine rejette de la chaleur dans un réservoir à 300 K. La puissance que produit la machine est de 180 kW. Déterminez la puissance réversible et le taux d'irréversibilité de l'évolution.

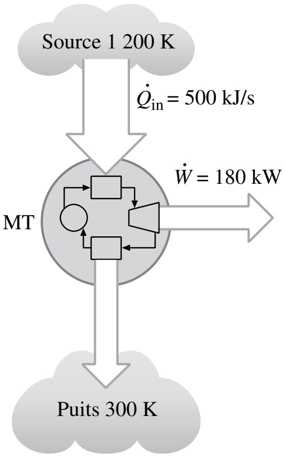

FIGURE 8.10
Schéma de l'exemple 8.3.

Solution Une machine thermique fonctionne entre deux réservoirs thermiques. Il faut déterminer la puissance réversible et le taux d'irréversibilité de l'évolution.

Analyse La puissance réversible de cette évolution est la puissance qu'une machine réversible comme la machine de Carnot pourrait produire en fonctionnant entre les deux mêmes réservoirs thermiques. Cette puissance est donnée par

$$\dot{W}_{\text{rév}} = \eta_{\text{th,rév}}\,\dot{Q}_{\text{in}} = \left(1 - \frac{T_{\text{puits}}}{T_{\text{source}}}\right)\dot{Q}_{\text{in}} = \left(1 - \frac{300\text{ K}}{1\,200\text{ K}}\right)(500\text{ kW}) = \mathbf{375\ kW}$$

C'est la puissance théorique maximale qui peut être produite par une machine entre ces deux réservoirs thermiques.

Le taux d'irréversibilité est la différence entre la puissance théorique maximale qui pourrait être produite et la puissance réellement produite, soit

$$\dot{I} = \dot{W}_{\text{rév,out}} - \dot{W}_{u,\text{out}} = 375 - 180 = \mathbf{195\ kW}$$

Remarque Ce résultat signifie que les irréversibilités dans la machine sont responsables de la perte d'un potentiel de production de travail de 195 kW. De surcroît, même en l'absence de toute irréversibilité, une puissance thermique de 500 − 375 = 125 kW serait rejetée dans le milieu extérieur.

EXEMPLE 8.4 ■ L'irréversibilité au cours du refroidissement d'un bloc de fer

Soit un bloc de fer dont la masse est de 500 kg et la température initiale, de 200 °C. Ce bloc est placé dans un milieu dont la température est de 27 °C (*voir la figure 8.11*). On laisse le bloc se refroidir pour atteindre la température du milieu extérieur. Déterminez le travail réversible et l'irréversibilité de cette évolution.

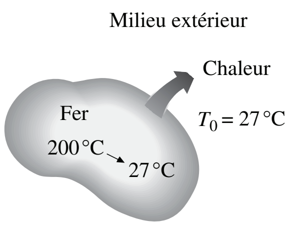

FIGURE 8.11
Schéma de l'exemple 8.4.

Solution Un bloc de fer chaud se refroidit jusqu'à atteindre la température de son milieu extérieur. Il faut déterminer le travail réversible et l'irréversibilité de l'évolution.

Hypothèses 1. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables. 2. L'évolution ne fait intervenir aucun travail.

Analyse Le bloc de fer constitue le système. Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières. Pendant l'évolution, le système perd de la chaleur au profit du milieu extérieur.

Malgré le fait qu'aucune forme de travail n'intervienne dans cette évolution, le système présente tout de même du potentiel à faire du travail. Une mesure quantitative de ce potentiel est le travail réversible.

Pour estimer le travail réversible, on imagine une série de machines thermiques fonctionnant entre la source qui se trouve à la température variable T et le puits qui se trouve à la température constante T_0 (*voir la figure 8.12*). Le travail produit par ces machines est

$$\delta W_{\text{rév}} = \eta_{\text{th,rév}}\,\delta Q_{\text{in}} = \left(1 - \frac{T_{\text{puits}}}{T_{\text{source}}}\right)\delta Q_{\text{in}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\delta Q_{\text{in}}$$

et

$$W_{\text{rév}} = \int\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\delta Q_{\text{in}}$$

La température de la source T passe de $T_1 = 200 + 273 = 473$ K à $T_0 = 27 + 273 = 300$ K pendant l'évolution. Une expression pour la chaleur transmise en fonction de la température peut être obtenue à l'aide de l'équation de conservation d'énergie

$$\underbrace{\delta E_{\text{in}} - \delta E_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{dE_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,}\\ \text{cinétique et potentielle}}}$$

$$-\delta Q_{\text{out}} = dU = mc_{\text{moy}}\,dT$$

soit

$$\delta Q_{\text{in,machine}} = \delta Q_{\text{out,système}} = -mc_{\text{moy}}\,dT$$

La chaleur cédée par le bloc de fer est égale à la chaleur ajoutée à la machine thermique, mais de signe différent. En substituant cette expression dans l'équation du travail réversible et en faisant l'intégration, on obtient

$$\begin{aligned} W_{\text{rév}} &= \int_{T_1}^{T_0}\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)(-mc_{\text{moy}}\,dT) = mc_{\text{moy}}(T_1 - T_0) - mc_{\text{moy}}T_0 \ln\frac{T_1}{T_0} \\ &= (500\text{ kg})(0{,}45\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K))}\left[(473 - 300)\text{ K} - (300\text{ K})\ln\frac{473\text{ K}}{300\text{ K}}\right] \\ &= \mathbf{8\ 191\ kJ} \end{aligned}$$

La chaleur massique du fer est tirée de la table A.3. L'irréversibilité de l'évolution est

$$I = W_{\text{rév}} - W_u = 8\ 191 - 0 = \mathbf{8\ 191\ kJ}$$

Remarque La quantité absolue d'irréversibilité est égale ici à la quantité absolue de travail réversible, car tout le potentiel à faire du travail est perdu. La source d'irréversibilité est la chaleur transmise résultant d'une différence finie de température.

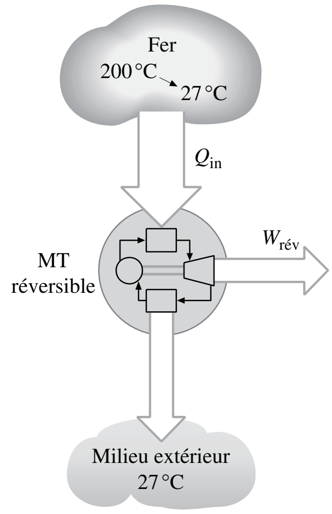

FIGURE 8.12
Une évolution irréversible de transmission de chaleur peut devenir réversible si on installe une machine thermique réversible entre le bloc et le milieu extérieur.

EXEMPLE 8.5 ■ Le potentiel de chauffage d'un bloc de fer chaud

Soit le bloc de fer étudié dans l'exemple précédent. On l'utilise maintenant pour maintenir la température à l'intérieur d'une maison à 27 °C. La température extérieure est de 5 °C. Déterminez la quantité maximale de chaleur qui peut être transmise à la maison alors que le bloc se refroidit à 27 °C.

Solution Un bloc de fer chaud se refroidit jusqu'à atteindre la température de son milieu extérieur. Il faut déterminer la quantité maximale de chaleur que le bloc peut transmettre à la maison.

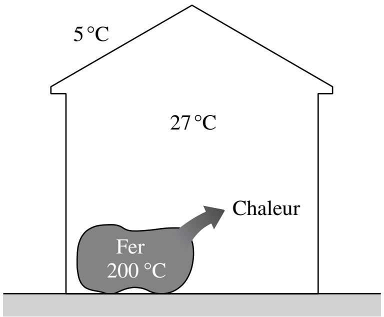

FIGURE 8.13
Schéma de l'exemple 8.5.

Analyse Si le bloc de fer est déposé dans la maison (*voir la figure 8.13*), il perdra de la chaleur jusqu'à ce que sa température atteigne la température du milieu extérieur, soit 27 °C. Dans ce cas, la chaleur transmise du bloc à l'air environnant est $mc_{moy}\Delta T = (500\ \text{kg})(0{,}45\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K))}(473 - 300)\ \text{K} = 38\,925\ \text{kJ}$. Mais est-ce véritablement la quantité maximale de chaleur que le bloc peut transmettre à la maison ?

Dans l'exemple précédent, on a déterminé que l'irréversibilité est de 8 191 kJ. Si on installe une machine thermique réversible entre le réservoir thermique qu'est le bloc de fer et le puits thermique qu'est l'air dans la maison, 8 191 kJ de travail peuvent être produits alors que 38 925 kJ − 8 191 kJ = 30 734 kJ sont rejetés dans la maison. Or, un travail réversible de 8 191 kJ peut alimenter une thermopompe qui déplace de la chaleur du milieu extérieur à 5 °C au milieu intérieur à 27 °C. Le coefficient de performance théorique d'une telle thermopompe est

$$\text{COP}_{\text{TP}} = \frac{1}{1 - T_L/T_H} = \frac{1}{1 - (278\ \text{K})/(300\ \text{K})} = 13{,}6$$

En d'autres termes, pour chaque kilojoule de travail fourni à la thermopompe réversible, 13,6 kJ de chaleur sont transmis de l'extérieur à l'intérieur de la maison, soit, au total, 8 191 kJ × 13,6 = 111 398 kJ. Par conséquent, la quantité maximale de chaleur qui peut être extraite du bloc de fer et transmise à la maison est

$$(30\,734 + 111\,398)\ \text{kJ} = 142\,132\ \text{kJ} \cong \mathbf{142\ MJ}$$

L'irréversibilité dans ce cas est nulle.

Remarque Qu'arriverait-il si la machine thermique fonctionnait entre le bloc de fer et le milieu extérieur plutôt que le milieu intérieur, et ce, jusqu'à ce que la température du bloc chute à 27 °C ? La quantité de chaleur transmise à la maison serait-elle toujours de 142 MJ ?

8.3 Le rendement selon la deuxième loi (η_{II})

Au chapitre 6, on a défini le rendement des machines thermiques et le coefficient de performance des réfrigérateurs et des thermopompes en ne s'appuyant que sur la première loi. Or, cette mesure de la performance est injuste, car elle ne tient pas compte du rendement ou du coefficient de performance optimal des dispositifs.

Examinons, par exemple, les deux machines thermiques de la figure 8.14. Leur rendement, tel qu'il a été défini au chapitre 6, est le même, soit $\eta_{\text{th}} = 30\ \%$. La machine A est alimentée par une source de chaleur dont la température est de 600 K, alors que la machine B est alimentée par une source dont la température est de 1 000 K. Du point de vue de la première loi, les deux machines convertissent la même quantité de chaleur en travail. Du point de vue de la deuxième loi, la situation est toutefois fort différente. Au mieux, ces machines se comportent comme des machines réversibles et, dans ce cas, leur rendement devient

$$\eta_{\text{rév,A}} = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)_{\text{A}} = 1 - \frac{300\ \text{K}}{600\ \text{K}} = 50\ \%$$

$$\eta_{\text{rév,B}} = \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)_{\text{B}} = 1 - \frac{300\ \text{K}}{1\,000\ \text{K}} = 70\ \%$$

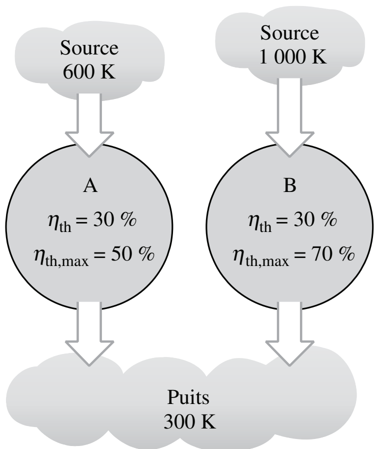

FIGURE 8.14
Deux machines thermiques dont le rendement thermique η_{th} est le même, mais dont le rendement thermique maximal $\eta_{\text{th,rév}}$ est différent.

Le potentiel (ou l'opportunité) de convertir la chaleur en travail est plus grand dans la machine B que dans la machine A. Par conséquent, la machine B devrait être plus performante que la machine A. Cette conclusion n'est cependant pas reflétée dans le rendement η_{th} tel qu'il est défini selon la première loi. C'est pourquoi on définit le **rendement selon la deuxième loi,** η_{II}, comme le rapport du rendement défini selon la première loi, η_{th}, au rendement maximal possible $\eta_{th,rév}$ (l'évolution réversible) dans les mêmes conditions, soit (*voir la figure 8.15*)

$$\eta_{II} = \frac{\eta_{th}}{\eta_{th,rév}} \quad \text{(machines thermiques)} \tag{8.6}$$

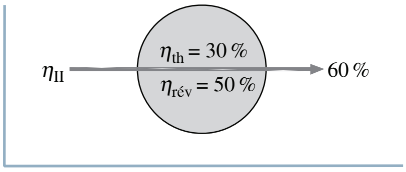

FIGURE 8.15
Le rendement défini selon la deuxième loi, η_{II}, est le rapport du rendement défini selon la première loi, η_{th}, au rendement maximal possible, $\eta_{th,rév}$.

Les rendements définis selon la deuxième loi des machines A et B sont alors

$$\eta_{II,A} = \frac{0,30}{0,50} = 0,60 \quad \text{et} \quad \eta_{II,B} = \frac{0,30}{0,70} = 0,43$$

Cela signifie que la machine A convertit 60 % du potentiel à faire du travail en travail utile, alors que la machine B n'en convertit que 43 %.

Le rendement défini selon la deuxième loi peut aussi être exprimé comme le rapport du travail utile produit par une machine au travail théorique maximal qu'elle peut produire (par une évolution réversible), soit

$$\eta_{II} = \frac{W_u}{W_{rév}} \quad \text{(machines qui produisent du travail)} \tag{8.7}$$

Cette définition s'applique tout aussi bien aux évolutions (par exemple, la turbine) qu'aux cycles (par exemple, la centrale thermique).

Le rendement défini selon la deuxième loi pour les machines qui consomment du travail, que ce soit au cours d'une évolution (par exemple, le compresseur) ou au cours d'un cycle (par exemple, le cycle de réfrigération), est le rapport du travail théorique minimal consommé (une évolution réversible) au travail utile consommé, soit

$$\eta_{II} = \frac{W_{rév}}{W_u} \quad \text{(machines qui consomment du travail)} \tag{8.8}$$

Dans les machines cycliques comme les réfrigérateurs et les thermopompes, le rendement défini selon la deuxième loi peut aussi être exprimé en termes des coefficients de performance, soit

$$\eta_{II} = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_{rév}} \quad \text{(réfrigérateurs et thermopompes)} \tag{8.9}$$

Bien entendu, le rendement défini selon la deuxième loi ne peut dépasser 100 % (*voir la figure 8.16*). De plus, le travail réversible $W_{rév}$ dans les expressions 8.7 et 8.8 doit être déterminé en utilisant les états initial et final de l'évolution réelle.

Les définitions précédentes du rendement selon la deuxième loi ne s'appliquent qu'aux dispositifs qui produisent ou qui consomment du travail. On

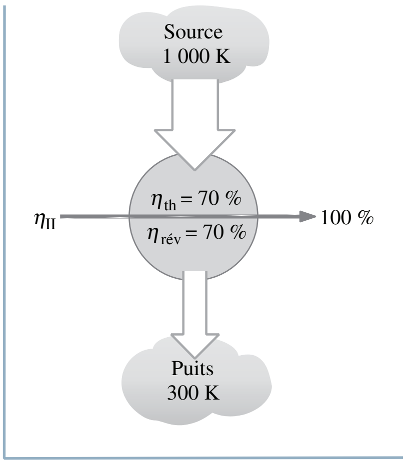

FIGURE 8.16
Le rendement défini selon la deuxième loi de tous les dispositifs réversibles est de 100 %.

peut toutefois proposer une définition plus générale du rendement selon la deuxième loi en termes de l'exergie, soit

$$\eta_{II} = \frac{\text{Exergie récupérée}}{\text{Exergie fournie}} = 1 - \frac{\text{Exergie détruite}}{\text{Exergie fournie}} \tag{8.10}$$

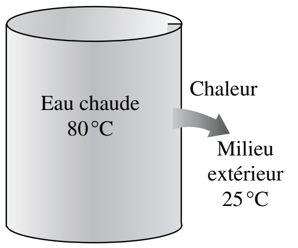

FIGURE 8.17

Le rendement des évolutions naturelles, défini selon la deuxième loi, est de zéro si le potentiel de travail (l'exergie) n'est pas récupéré.

Cette définition stipule que le rendement selon la deuxième loi est le rapport de l'exergie récupérée à l'exergie fournie. Au mieux, toute l'exergie fournie est récupérée (η_{II} = 1,0). C'est le cas d'une machine réversible. Au pire, toute l'exergie fournie est détruite par les irréversibilités (η_{II} = 0,0) (*voir la figure 8.17*).

L'exergie peut être récupérée en différentes quantités et sous diverses formes comme la chaleur, le travail, l'enthalpie et l'énergie interne, cinétique ou potentielle. Dans une machine thermique, l'exergie fournie est égale à la différence entre l'exergie de la chaleur fournie à la machine et l'exergie de la chaleur rejetée par la machine. L'exergie de la chaleur rejetée à la température du milieu extérieur est de zéro. Le travail net produit est alors égal à l'exergie récupérée.

Dans un réfrigérateur ou une thermopompe, l'exergie fournie est le travail fourni pour entraîner le dispositif. L'exergie récupérée est, pour le réfrigérateur, l'exergie de la chaleur extraite du milieu à basse température et, pour la thermopompe, l'exergie de la chaleur transmise au milieu à haute température.

Dans un échangeur de chaleur, l'exergie fournie est égale à la diminution de l'exergie du fluide à haute température, et l'exergie récupérée est égale à l'augmentation de l'exergie du fluide à basse température.

EXEMPLE 8.6 ■ Le rendement selon la deuxième loi d'un élément chauffant électrique

Un marchand prétend que le rendement de ses éléments électriques chauffants est de 100 % (*voir la figure 8.18*). La température à l'intérieur de la maison est de 21 °C, alors que la température extérieure est de 10 °C. Déterminez le rendement des éléments selon la deuxième loi.

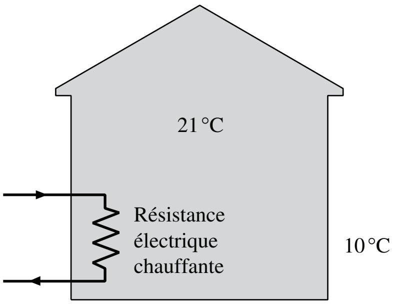

FIGURE 8.18

Schéma de l'exemple 8.6.

Solution Il faut estimer le rendement d'un élément chauffant électrique selon la deuxième loi.

Analyse Il va de soi que le rendement dont le marchand se targue est le rendement défini selon la première loi, c'est-à-dire que, pour chaque kilojoule d'électricité consommé, 1 kJ de chaleur est dissipé par la résistance électrique.

Rappelons néanmoins que l'élément chauffant électrique convertit une forme d'énergie de grande qualité (l'électricité) en une forme d'énergie de basse qualité (la chaleur). Or, selon les conditions thermiques qui règnent à l'intérieur et à l'extérieur de la maison, l'électricité pourrait être utilisée pour alimenter une thermopompe réversible dont le COP est

$$\text{COP}_{\text{TP,rév}} = \frac{1}{1 - T_L/T_H} = \frac{1}{1 - (283\ \text{K})/(294\ \text{K})} = 26{,}7$$

En d'autres termes, pour chaque kilojoule d'électricité consommé, 26,7 kJ de chaleur peuvent être transmis à la maison. Dans ce cas, le rendement selon la deuxième loi est

$$\eta_{II} = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_{\text{rév}}} = \frac{1{,}0}{26{,}7} = \mathbf{0{,}037 \text{ ou } 3{,}7\ \%}$$

En transformant directement l'électricité en chaleur dans un élément chauffant électrique, on ne récupère que 3,7 % du potentiel disponible. Ce résultat est, pour le thermodynamicien, du gaspillage et, pour le marchand, cela n'est sûrement pas un argument de promotion.

8.4 La variation de l'exergie d'un système

L'exergie représente la quantité maximale de travail utile qui peut être extraite en théorie d'un système alors que celui-ci est amené à l'équilibre avec son milieu extérieur. Contrairement à l'énergie, l'exergie dépend non seulement de l'état du système, mais aussi de l'état du milieu extérieur. L'exergie est une variable du couple système-milieu extérieur. L'exergie d'un système en équilibre avec son milieu extérieur est de zéro. À ce point, on ne peut plus extraire de travail utile du système. C'est pourquoi on désigne l'état du milieu extérieur comme le « point mort ».

La présente discussion ne porte que sur l'exergie et la variation de l'exergie de masses et d'écoulements dans les systèmes thermiques et mécaniques. Les systèmes dans lesquels des substances sont mélangées ou des réactions chimiques ou nucléaires interviennent ne sont pas considérés. Par conséquent, le point mort est défini comme l'état dans lequel la température, la pression ainsi que l'énergie cinétique et potentielle du système sont en équilibre avec le milieu extérieur.

8.4.1 L'exergie d'un système fermé

Selon la deuxième loi, la chaleur ne peut être entièrement convertie en travail. Cela signifie que le potentiel à faire du travail avec de l'énergie interne d'une substance est inférieur à l'énergie interne de cette substance. Mais de combien ?

Pour répondre à cette question, examinons le système piston-cylindre fermé et stationnaire de la figure 8.19. Le système contient une masse m d'une substance dont l'état initial est défini par la pression P et la température T. Le volume V, l'énergie interne U et l'entropie S sont également connus. Le système parcourt une évolution réversible jusqu'à atteindre l'état final en équilibre avec le milieu extérieur (la pression P_0 et la température T_0). Le travail utile produit par le système piston-cylindre est de $\delta W_{b,\text{utile}}$. D'autre part, pendant l'évolution, la chaleur rejetée par le système δQ alimente une machine thermique réversible qui produit un travail δW_{MT}.

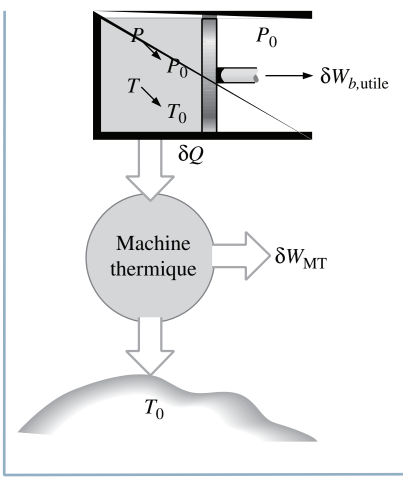

FIGURE 8.19
L'exergie d'une masse donnée qui se trouve dans un état donné est le travail utile que peut produire cette masse en parcourant une évolution réversible pour atteindre l'état du milieu extérieur.

Le bilan d'énergie pour le système piston-cylindre est

$$\underbrace{\delta E_{in} - \delta E_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,} \\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{dE_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,} \\ \text{cinétique et potentielle}}} \qquad \textbf{(8.11)}$$

$$-\,\delta Q - \delta W = dU$$

Le travail de frontière δW produit par le système piston-cylindre est la somme du travail utile $\delta W_{b,\text{utile}}$ et du travail fait pour repousser l'air atmosphérique (l'air du milieu extérieur) qui exerce une pression sur le piston, soit

$$\delta W = P\,d\mathsf{V} = (P - P_0)\,d\mathsf{V} + P_0\,d\mathsf{V} = \delta W_{b,\text{utile}} + P_0\,d\mathsf{V} \tag{8.12}$$

D'autre part, le travail produit par la machine thermique réversible alimentée par une quantité de chaleur δQ est

$$\delta W_{\text{MT}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\delta Q = \delta Q - \frac{T_0}{T}\delta Q = \delta Q - (-T_0\,dS) \longrightarrow$$
$$\delta Q = \delta W_{\text{MT}} - T_0\,dS \tag{8.13}$$

En substituant les équations 8.12 et 8.13 dans le bilan d'énergie 8.11 et en faisant l'intégration sur toute l'évolution, on obtient

$$W_{\text{total utile}} = (U - U_0) + P_0(\mathsf{V} - \mathsf{V}_0) - T_0(S - S_0) \tag{8.14}$$

où $W_{\text{total utile}}$ est le travail total utile produit par le système en parcourant une évolution réversible jusqu'au point mort. $W_{\text{total utile}}$ est l'exergie du système.

De façon générale, l'**exergie d'un système fermé** de masse m est

$$X = (U - U_0) + P_0(\mathsf{V} - \mathsf{V}_0) - T_0(S - S_0) + m\frac{V^2}{2} + mgz \tag{8.15}$$

Par unité de masse, on obtient

$$\begin{aligned} x = \phi &= (u - u_0) + P_0(\mathsf{v} - \mathsf{v}_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz \\ &= (e - e_0) + P_0(\mathsf{v} - \mathsf{v}_0) - T_0(s - s_0) \end{aligned} \tag{8.16}$$

Les variables u_0, v_0 et s_0 sont estimées au point mort. Le symbole utilisé habituellement pour exprimer l'exergie par unité de masse est x (*voir l'équation 8.16*). Cependant, pour insister sur le fait que le système est fermé, on emploiera le symbole ϕ dans le présent ouvrage.

La variation de l'exergie d'un système fermé durant une évolution est simplement la différence entre l'exergie à l'état final et l'exergie à l'état initial, soit

$$\begin{aligned} \Delta X = X_2 - X_1 = m(\phi_2 - \phi_1) &= (E_2 - E_1) + P_0(\mathsf{V}_2 - \mathsf{V}_1) - T_0(S_2 - S_1) \\ &= (U_2 - U_1) + P_0(\mathsf{V}_2 - \mathsf{V}_1) - T_0(S_2 - S_1) + m\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + mg(z_2 - z_1) \end{aligned} \tag{8.17}$$

ou encore, par unité de masse, on obtient

$$\begin{aligned} \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 &= (u_2 - u_1) + P_0(\mathsf{v}_2 - \mathsf{v}_1) - T_0(s_2 - s_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \\ &= (e_2 - e_1) + P_0(\mathsf{v}_2 - \mathsf{v}_1) - T_0(s_2 - s_1) \end{aligned} \tag{8.18}$$

L'exergie est une variable thermodynamique. Sa valeur ne change pas à moins que l'état ne change. Par conséquent, la variation de l'exergie d'un système est de zéro si l'état du système et de son milieu extérieur ne change pas au cours de l'évolution.

L'exergie d'un système fermé est toujours positive ou nulle. Elle n'est jamais négative (*voir la figure 8.20*).

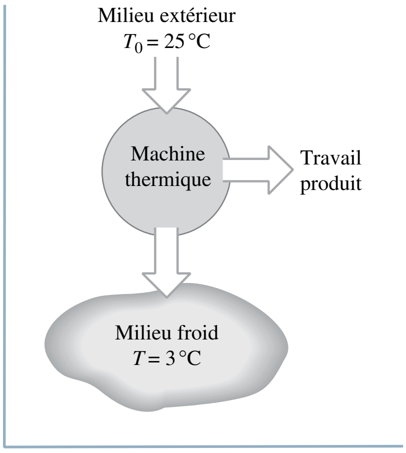

FIGURE 8.20
L'exergie d'un milieu froid est aussi une quantité positive, car du travail peut être produit si de la chaleur lui est transmise.

8.4.2 L'exergie d'un écoulement

On a démontré, au chapitre 5, que l'énergie d'écoulement $w_{\text{écoul}}$ est équivalente au travail de frontière fait pour déplacer un fluide. L'exergie associée à l'énergie d'écoulement est donc l'énergie d'écoulement $w_{\text{écoul}} = Pv$ moins le travail fait pour déplacer un volume d'air v à la pression atmosphérique (la pression du milieu extérieur) P_0, soit (*voir la figure 8.21*)

$$x_{\text{écoul}} = Pv - P_0v = (P - P_0)v \tag{8.19}$$

Par conséquent, l'**exergie d'un écoulement** est simplement l'expression 8.16 à laquelle est ajoutée l'exergie associée à l'énergie d'écoulement, soit (*voir la figure 8.22 à la page suivante*)

$$\begin{aligned} x = \psi = \phi + x_{\text{écoul}} \\ &= (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz + (P - P_0)v \\ &= (u + Pv) - (u_0 + P_0v_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz \\ &= (h - h_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz \end{aligned} \tag{8.20}$$

Les variables h_0 et s_0 sont estimées au point mort. En général, le symbole utilisé pour exprimer l'exergie par unité de masse est x (*voir l'équation 8.20*). Dans le contexte actuel, puisque le système est ouvert (un écoulement), on utilisera plutôt le symbole ψ.

La variation de l'exergie d'un écoulement parcourant une évolution de l'état 1 à l'état 2 est

$$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \tag{8.21}$$

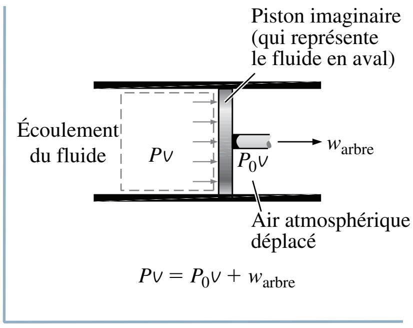

FIGURE 8.21
L'exergie de l'énergie d'écoulement est le travail utile qui pourrait être produit par le piston imaginaire dans la section de passage de l'écoulement.

En résumé, la variation d'exergie d'un système fermé ou d'un écoulement représente le travail maximal utile qui peut être produit en théorie (ou le travail minimal utile qui doit être fourni) par un système parcourant une évolution de l'état 1 à l'état 2. Ce travail est le travail réversible $W_{\text{rév}}$. Il est indépendant du type d'évolution parcouru, du type de système et de son interaction avec le milieu extérieur. L'exergie d'un système fermé ne peut jamais être négative, alors que l'exergie d'un écoulement le peut si sa pression chute au-dessous de la pression du milieu extérieur P_0.

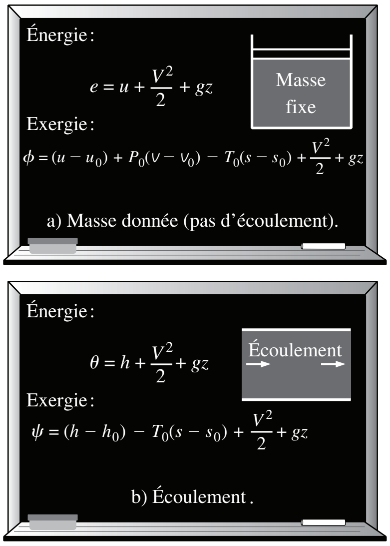

FIGURE 8.22
Énergie et exergie contenues dans a) une masse donnée et b) un écoulement.

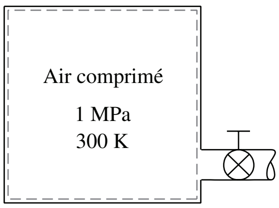

FIGURE 8.23
Schéma de l'exemple 8.7.

EXEMPLE 8.7 ■ L'exergie de l'air comprimé dans un réservoir

Soit un réservoir rigide de 200 m³ contenant de l'air comprimé à 1 MPa et à 300 K. Déterminez l'exergie de l'air comprimé si le milieu extérieur se trouve à 100 kPa et à 300 K.

Solution Il faut estimer l'exergie d'un réservoir d'air comprimé se trouvant dans un milieu donné.

Hypothèses 1. L'air se comporte comme un gaz parfait. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse L'air comprimé est le système étudié (*voir la figure 8.23*). Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution. L'état de l'air dans le réservoir est l'état 1 ($T_1 = T_0 = 300$ K). La masse d'air dans le réservoir est

$$m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} = \frac{(1\,000 \text{ kPa})(200 \text{ m}^3)}{(0{,}287 \text{ (kPa} \cdot \text{m}^3)/(\text{kg} \cdot \text{K}))(300 \text{ K})} = 2\,323 \text{ kg}$$

L'exergie de l'air comprimé estimée à l'aide de l'expression 8.16 est

$$\begin{aligned} X_1 &= m\phi_1 \\ &= m\left[(u_1 - u_0)^{\nearrow 0} + P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0) + \frac{V_1^2}{2}^{\nearrow 0} + gz_1^{\nearrow 0}\right] \\ &= m[P_0(v_1 - v_0) - T_0(s_1 - s_0)] \end{aligned}$$

En outre

$$P_0(v_1 - v_0) = P_0\left(\frac{RT_1}{P_1} - \frac{RT_0}{P_0}\right) = RT_0\left(\frac{P_0}{P_1} - 1\right) \qquad (\text{car } T_1 = T_0)$$

$$T_0(s_1 - s_0) = T_0\left(c_p \ln\frac{T_1}{T_0} - R\ln\frac{P_1}{P_0}\right) = -RT_0 \ln\frac{P_1}{P_0} \qquad (\text{car } T_1 = T_0)$$

Par conséquent, l'exergie par unité de masse est

$$\begin{aligned} \phi_1 &= RT_0\left(\frac{P_0}{P_1} - 1\right) + RT_0 \ln\frac{P_1}{P_0} = RT_0\left(\ln\frac{P_1}{P_0} + \frac{P_0}{P_1} - 1\right) \\ &= (0{,}287 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K))}(300 \text{ K})\left(\ln\frac{1\,000 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} + \frac{100 \text{ kPa}}{1\,000 \text{ kPa}} - 1\right) \\ &= 120{,}76 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

et l'exergie totale est

$$X_1 = m_1\phi_1 = (2\,323 \text{ kg})(120{,}76 \text{ kJ/kg}) = 280\,525 \text{ kJ} \cong \mathbf{281 \text{ MJ}}$$

Remarque Le travail maximal qui peut être extrait de l'air comprimé du réservoir baignant dans ce milieu extérieur est de 281 MJ.

EXEMPLE 8.8 ■ La variation d'exergie durant une évolution de compression

Un écoulement de réfrigérant R-134a est comprimé de 0,14 MPa et de −10 °C à 0,8 MPa et à 50 °C par un compresseur. Le milieu extérieur se trouve à 95 kPa et à 20 °C. Déterminez la variation de l'exergie du réfrigérant au cours de l'évolution et le travail minimal requis pour alimenter le compresseur.

Solution Un écoulement de réfrigérant R-134a est comprimé. Il faut déterminer la variation de l'exergie du réfrigérant au cours de l'évolution et le travail minimal requis pour alimenter le compresseur.

Hypothèses 1. Le régime permanent est établi. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse Le compresseur est le système étudié (*voir la figure 8.24*). Ce système est un volume de contrôle, car un écoulement traverse ses frontières pendant l'évolution. Il faut estimer la variation d'exergie de l'écoulement $\Delta\psi$.

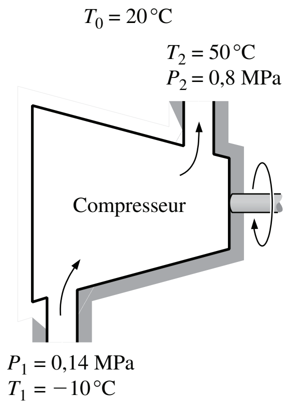

FIGURE 8.24
Schéma de l'exemple 8.8.

L'état du réfrigérant à l'entrée et à la sortie du compresseur est connu.

$$\text{État à l'entrée :}\quad \left.\begin{aligned} P_1 &= 0{,}14 \text{ MPa} \\ T_1 &= -10\,°\text{C} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} h_1 &= 246{,}36 \text{ kJ/kg} \\ s_1 &= 0{,}9724 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

$$\text{État à la sortie :}\quad \left.\begin{aligned} P_2 &= 0{,}8 \text{ MPa} \\ T_2 &= 50\,°\text{C} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} h_2 &= 286{,}69 \text{ kJ/kg} \\ s_2 &= 0{,}9802 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \end{aligned}$$

La variation de l'exergie du réfrigérant durant la compression déterminée à l'aide de l'expression 8.21 est

$$\begin{aligned} \Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 &= (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}^{\nearrow 0} + g(z_2 - z_1)^{\nearrow 0} \\ &= (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) \\ &= (286{,}69 - 246{,}36) \text{ kJ/kg} - (293 \text{ K})[(0{,}9802 - 0{,}9724) \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}] \\ &= \mathbf{38{,}0 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$

Par conséquent, l'exergie du réfrigérant augmente de 38 kJ/kg pendant la compression. La variation de l'exergie d'un système dans un milieu donné représente le travail réversible effectué dans ce milieu. Dans ce cas-ci, c'est le travail minimal requis pour alimenter le compresseur. Par conséquent, l'augmentation d'exergie du réfrigérant est égale au travail minimal requis pour alimenter le compresseur, soit

$$w_{\text{in,min}} = \psi_2 - \psi_1 = \mathbf{38{,}0 \text{ kJ/kg}}$$

Remarque Si le réfrigérant se détendait dans une turbine de 0,8 MPa et de 50 °C à 0,14 MPa et à −10 °C se trouvant dans le même milieu, le travail maximal produit serait de 38,0 kJ/kg.

8.5 Le transfert d'exergie par la chaleur, le travail et l'écoulement

Comme l'énergie, l'exergie peut être transmise à travers les frontières d'un système par la chaleur, le travail et l'écoulement. Si le système est fermé, ses frontières sont imperméables aux écoulements, et l'exergie ne peut être transmise que par la chaleur et le travail.

8.5.1 Le transfert d'exergie par la chaleur (Q)

On a vu, au chapitre 6, que le rendement théorique maximal d'une machine réversible comme la machine de Carnot fonctionnant entre une source de chaleur se trouvant à la température absolue de T et un puits de chaleur se trouvant

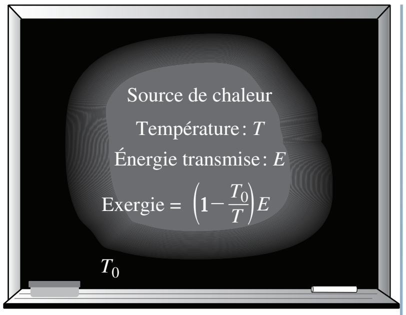

FIGURE 8.25

Le rendement de Carnot $\eta_{th} = 1 - T_0/T$ représente la fraction de l'énergie transmise par une source à la température T qui peut être convertie en travail dans un milieu extérieur à la température de T_0.

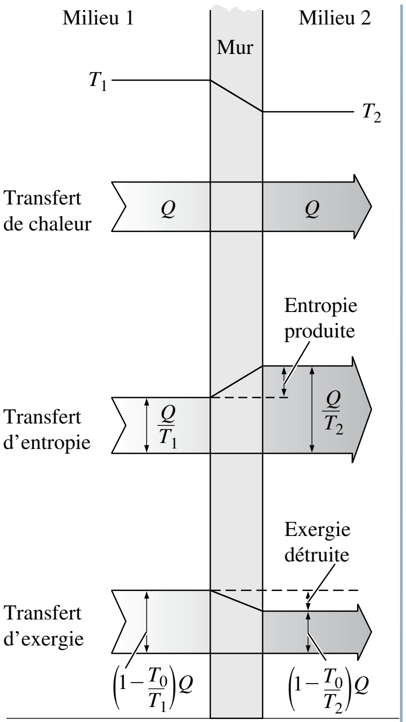

FIGURE 8.26

Exergie transmise et détruite durant la transmission de chaleur qui résulte d'une différence finie de température.

à la température de T_0 est $\eta_{th} = (1 - T_0/T)$ (*voir la figure 8.25*). Par exemple, seulement 70 % de l'énergie transmise d'un réservoir à 1 000 K à un autre à 300 K peut être convertie en travail. La chaleur est une forme d'énergie désordonnée et, par conséquent, seule une fraction de celle-ci peut être convertie en une forme d'énergie ordonnée comme le travail (la deuxième loi).

La transmission de chaleur est toujours accompagnée de transfert d'exergie. Ainsi, le transfert d'exergie $X_{chaleur}$ qui résulte de la transmission d'une quantité de chaleur Q de la source se trouvant à la température absolue de T au milieu extérieur (le point mort) se trouvant à la température de T_0 est

Transfert d'exergie par la chaleur :

$$X_{chaleur} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)Q \quad \text{(kJ)} \tag{8.22}$$

Cette relation est valable peu importe que T soit supérieur, inférieur ou égal à T_0. Lorsque $T > T_0$, l'exergie et la chaleur sont transmises dans le même sens. L'exergie et l'énergie du milieu extérieur à T_0 augmentent.

Lorsque $T < T_0$, la température de la « source » est plus basse que la température du milieu extérieur. La « source » devient alors le puits, et il y a toujours moyen d'exploiter une machine thermique entre le milieu extérieur à haute température et le puits à basse température. L'équation 8.23 montre toutefois que l'exergie transmise durant l'évolution est négative. En fait, la chaleur et l'exergie sont transmises dans des sens opposés. L'énergie du puits augmente alors que son exergie diminue. Par exemple, si $T = 100$ K et que la chaleur transmise au puits est de $Q = 1$ kJ, alors l'exergie qui lui est transmise est de $X_{chaleur} = (1 - 300/100)(1 \text{ kJ}) = -2$ kJ. Au cours de l'évolution, l'énergie du puits a augmenté de 1 kJ, et son exergie a diminué de 2 kJ. Cependant, cette exergie peut être récupérée, et la combinaison milieu extérieur/puits offre la possibilité de produire 2 kJ de travail utile pour chaque kilojoule de chaleur rejeté au puits. En d'autres termes, une machine de Carnot exploitée entre le milieu extérieur à 300 K et le puits à 100 K et alimentée par 3 kJ de chaleur provenant du milieu extérieur produit 2 kJ de travail utile et rejette 1 kJ de chaleur dans le puits.

Enfin, lorsque la température de la source et celle du milieu extérieur sont égales ($T = T_0$), ni chaleur ni exergie ne sont transmises.

Rappelons que la chaleur qui est transmise grâce à une différence finie de températures est un phénomène irréversible. L'irréversibilité produit de l'entropie et détruit de l'exergie (*voir la figure 8.26*). *La chaleur transmise Q en un point où la température est de T s'accompagne toujours d'un transfert d'entropie Q/T et d'un transfert d'exergie* $(1 - T_0/T)Q$, où T_0 est la température du milieu extérieur.

Enfin, il faut noter que ni entropie ni exergie ne sont transmises par la chaleur à travers les frontières d'un système adiabatique.

8.5.2 Le transfert d'exergie par le travail (W)

L'exergie est le potentiel à produire du travail utile, et le transfert d'exergie par le travail est simplement

Transfert d'exergie par le travail :

$$X_{\text{travail}} = \begin{cases} W - W_{\text{env}} & \text{(travail de frontière)} \\ W & \text{(autres formes de travail)} \end{cases} \quad \textbf{(8.23)}$$

où $W_{\text{env}} = P_0(V_2 - V_1)$, P_0 étant la pression du milieu extérieur, c'est-à-dire la pression atmosphérique, et V_1 et V_2 étant les volumes initial et final du système. Par conséquent, le transfert d'exergie par le travail d'arbre ou le travail électrique est égal au travail lui-même.

Pour bien saisir que le travail W_{env} est un travail inutile, examinons le système piston-cylindre de la figure 8.27. Le piston est sans masse et peut se mouvoir sans frottement. Le cylindre est rempli d'un gaz maintenu en tout temps à la pression atmosphérique de P_0. Le système est chauffé, et le gaz se détend. Le piston monte lentement, et du travail de frontière est fait. Ce travail ne peut toutefois pas être utilisé, car il suffit à peine à déplacer l'air du milieu extérieur (l'air atmosphérique) qui exerce une pression sur le piston (si on fixait au piston un système bielle-manivelle, il n'arriverait pas à le mouvoir). À l'inverse, lorsque le gaz est refroidi, le piston descend et le gaz est comprimé. Aucun travail externe n'est nécessaire pour réaliser la compression. Par conséquent, le travail fait par le milieu extérieur ou contre celui-ci n'est pas disponible pour produire du travail utile.

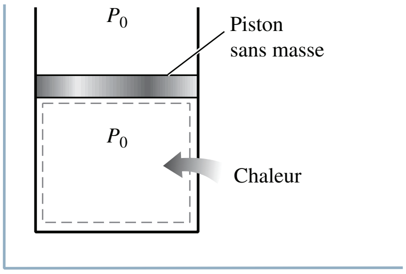

FIGURE 8.27
Il n'y a pas de transfert de travail utile si la pression du système est la même que la pression du milieu extérieur.

8.5.3 Le transfert d'exergie par l'écoulement d'une masse m

L'énergie, l'entropie et l'exergie d'un système sont proportionnelles à sa masse. Le taux auquel l'énergie, l'entropie et l'exergie sont transmises dans un système est proportionnel au débit massique. Lorsqu'une masse m entre ou sort d'un système, l'exergie transmise est $m\psi$ où $\psi = (h - h_0) - T_0(s - s_0) + V^2/2 + gz$, soit

Transfert d'exergie par l'écoulement :

$$X_{\text{masse}} = m\psi \quad \textbf{(8.24)}$$

L'exergie d'un système croît de $m\psi$ lorsqu'une masse m y pénètre. Elle décroît de $m\psi$ lorsqu'une masse m en sort (*voir la figure 8.28*).

Le taux auquel l'exergie est transmise dans un écoulement est donné par

$$\dot{X}_{\text{masse}} = \int_{Ac} \psi \rho V_n \, dA_c \quad \text{et} \quad X_{\text{masse}} = \int \psi \, \delta m = \int_{\Delta t} \dot{X}_{\text{masse}} \, dt \quad \textbf{(8.25)}$$

où Ac est l'aire de passage traversée par l'écoulement dont la vitesse normale est de V_n .

Dans un système fermé, les frontières sont imperméables aux écoulements et le transfert d'exergie par l'écoulement est, bien entendu, nul.

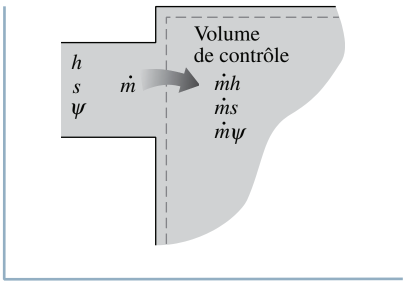

FIGURE 8.28
La masse possède de l'énergie, de l'entropie et de l'exergie. Un écoulement entrant ou sortant d'un volume de contrôle est accompagné de transfert d'énergie, d'entropie et d'exergie.

8.6 Le principe de diminution de l'exergie et l'exergie détruite

Le principe de conservation d'énergie (la première loi) a été présenté au chapitre 2. Ce principe stipule que l'énergie ne peut être ni produite ni détruite pendant une évolution. Le principe d'accroissement de l'entropie (la deuxième loi) a été présenté au chapitre 7. Ce principe stipule que l'entropie peut être produite mais jamais détruite au cours d'une évolution. La production d'entropie $S_{gén}$ est positive dans une évolution réelle et nulle dans une évolution réversible. La production d'entropie ne peut jamais être négative.

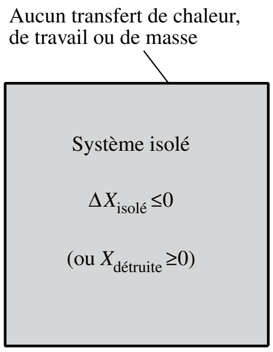

FIGURE 8.29
Le système isolé utilisé pour formuler le principe de diminution d'exergie.

Le pendant du principe d'accroissement de l'entropie est le principe de diminution de l'exergie. Examinons le système isolé de la figure 8.29. Par définition, aucune chaleur, aucun travail et aucun écoulement ne peut traverser les frontières d'un système isolé. Il n'y a donc pas d'énergie ni d'entropie transmises. Le bilan d'énergie et d'entropie pour le système est

Bilan d'énergie : $$E_{in}^{\nearrow 0} - E_{out}^{\nearrow 0} = \Delta E_{système} \longrightarrow 0 = E_2 - E_1$$

Bilan d'entropie : $$S_{in}^{\nearrow 0} - S_{out}^{\nearrow 0} - S_{gén} = \Delta E_{système} \longrightarrow S_{gén} = S_2 - S_1$$

En multipliant la deuxième relation par T_0 (la température absolue du milieu extérieur au point mort) et en la soustrayant de la première, on obtient

$$-T_0 S_{gén} = E_2 - E_1 - T_0(S_2 - S_1) \tag{8.26}$$

Or, selon l'équation 8.17

$$\begin{aligned} X_2 - X_1 &= (E_2 - E_1) + P_0(V_2 - V_1)^{\nearrow 0} - T_0(S_2 - S_1) \\ &= (E_2 - E_1) - T_0(S_2 - S_1) \end{aligned} \tag{8.27}$$

car, dans un système isolé, $V_2 = V_1$. En jumelant les équations 8.26 et 8.27, on obtient

$$-T_0 S_{gén} = X_2 - X_1 \leq 0 \tag{8.28}$$

Le terme $T_0 S_{gén} \geq 0$, car T_0 est la température absolue ($T_0 > 0$) et $S_{gén} \geq 0$. On conclut alors que

$$\boxed{\Delta X_{isolé} = (X_2 - X_1)_{isolé} \leq 0} \tag{8.29}$$

Au cours d'une évolution, l'exergie d'un système isolé diminue ou, au mieux, demeure constante si l'évolution est réversible. *L'exergie d'un système isolé ne croît jamais.* Dans toutes évolutions réelles, l'exergie est détruite. C'est le **principe de diminution de l'exergie.** La diminution de l'exergie dans un système isolé est égale à l'exergie détruite.

8.6.1 L'exergie détruite

Les irréversibilités comme le frottement, le mélange de substances, les réactions chimiques, la transmission de chaleur due à une différence finie de températures, une détente libre ou une compression hors d'équilibre produisent toujours de l'entropie. De plus, tout effet qui produit de l'entropie détruit invariablement de l'exergie. L'exergie détruite est proportionnelle à l'entropie produite et alors, d'après l'équation 8.28, on obtient

$$X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}} \geq 0 \tag{8.30}$$

Dans une évolution réelle, l'exergie détruite est une quantité positive, alors que dans une évolution réversible, l'exergie détruite est nulle. L'exergie détruite est une mesure de la perte de potentiel à faire du travail utile. L'exergie détruite est parfois appelée l'« irréversibilité » ou le « travail perdu ».

L'équation 8.29, qui exprime le principe de la diminution de l'exergie, et l'équation 8.30, qui quantifie l'exergie détruite, sont toutes deux applicables à tous systèmes parcourant toutes évolutions. En effet, un système et son milieu extérieur peuvent toujours être circonscrits par une frontière choisie de façon que ni chaleur, ni travail, ni écoulement ne la traversent. Le système et son milieu extérieur constituent alors un système isolé.

En réalité, aucune évolution n'est réversible, et de l'exergie est toujours détruite. L'exergie de l'univers, qui peut être considéré comme un système isolé, diminue continûment. Plus une évolution est irréversible, plus grande est la quantité d'exergie détruite.

Le principe de diminution d'exergie ne signifie pas que l'exergie d'un système ne peut pas augmenter. La variation d'exergie d'un système peut, au cours d'une évolution, être positive ou négative (*voir la figure 8.30*). Mais l'exergie détruite ne peut être négative. Le principe de diminution d'exergie est résumé selon

$$X_{\text{détruite}} \begin{cases} > 0 & \text{Évolution irréversible} \\ = 0 & \text{Évolution réversible} \\ < 0 & \text{Évolution impossible} \end{cases} \tag{8.31}$$

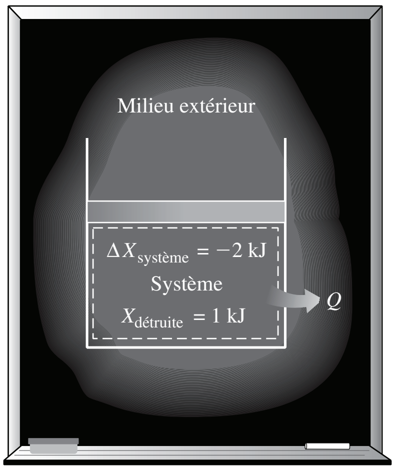

FIGURE 8.30
La variation d'exergie d'un système peut être négative, mais la quantité d'exergie détruite ne peut jamais l'être.

8.7 Le bilan d'exergie dans les systèmes fermés

Les variations d'exergie vont dans le sens opposé aux variations d'entropie. L'exergie peut être détruite, jamais produite. Tout comme le principe d'accroissement de l'entropie a été formulé au chapitre 7 sous forme de bilan d'entropie, le principe de diminution de l'exergie peut être formulé sous forme de bilan d'exergie selon la formule (*voir la figure 8.31*)

$$\begin{pmatrix} \text{Exergie} \\ \text{totale} \\ \text{entrante} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Exergie} \\ \text{totale} \\ \text{sortante} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Exergie} \\ \text{totale} \\ \text{détruite} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Variation de} \\ \text{l'exergie totale} \\ \text{du système} \end{pmatrix}$$

ou encore

$$X_{\text{in}} - X_{\text{out}} - X_{\text{détruite}} = \Delta X_{\text{système}} \tag{8.32}$$

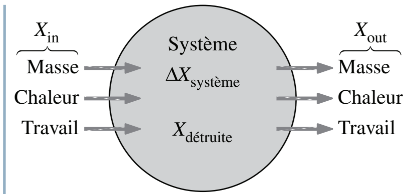

FIGURE 8.31
Phénomènes de transfert d'exergie.

Cette équation de bilan stipule que *la variation de l'exergie d'un système au cours d'une évolution est égale à la différence entre l'exergie nette transférée à travers ses frontières et l'exergie détruite par les irréversibilités au sein de ses frontières.* L'exergie peut être transmise à travers les frontières d'un système par la chaleur, le travail et l'écoulement. Alors, le bilan d'exergie pour tous systèmes parcourant toutes évolutions est

Bilan d'exergie :

$$\underbrace{X_{in} - X_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{détruite}}_{\text{Exergie détruite}} = \underbrace{\Delta X_{système}}_{\text{Variation d'exergie}} \quad (\text{kJ}) \tag{8.33}$$

ou, sous forme de taux, on obtient

Bilan d'exergie (taux) :

$$\underbrace{\dot{X}_{in} - \dot{X}_{out}}_{\substack{\text{Taux de transfert d'exergie par}\\ \text{la chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{\dot{X}_{détruite}}_{\substack{\text{Taux de}\\ \text{destruction d'exergie}}} = \underbrace{dX_{système}/dt}_{\substack{\text{Accumulation}\\ \text{d'exergie}}} \quad (\text{kW}) \tag{8.34}$$

Le taux de transfert d'exergie par la chaleur est $\dot{X}_{chaleur} = (1 - T_0/T)\dot{Q}$. Le taux de transfert d'exergie par le travail est $\dot{X}_{travail} = \dot{W}_{utile}$, et celui par l'écoulement est $\dot{X}_{masse} = \dot{m}\psi$.

Le bilan d'exergie peut être réécrit par unité de masse selon l'équation

Bilan d'exergie par unité de masse :

$$(x_{in} - x_{out}) - x_{détruite} = \Delta x_{système} \quad (\text{kJ/kg}) \tag{8.35}$$

Bien entendu, pour une évolution réversible, $\dot{X}_{détruite} = 0$ dans les expressions précédentes.

Souvent, on estime, en premier lieu, la production d'entropie $S_{gén}$ pour ensuite calculer l'exergie détruite à l'aide de l'équation 8.30, soit

$$X_{détruite} = T_0 S_{gén} \quad \text{ou} \quad \dot{X}_{détruite} = T_0 \dot{S}_{gén} \tag{8.36}$$

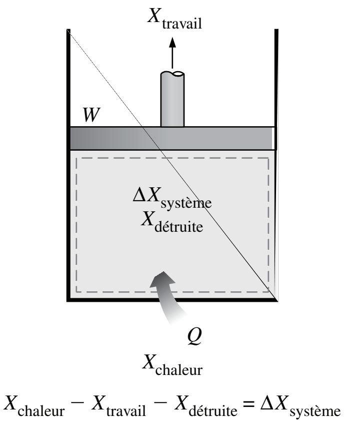

FIGURE 8.32
Bilan d'exergie pour un système fermé. La chaleur ajoutée au système et le travail fait par le système sont des quantités positives.

Dans un système fermé, le transfert d'exergie par l'écoulement n'intervient pas. Le bilan d'exergie d'un système fermé se réduit donc à (*voir la figure 8.32*)

Système fermé :

$$X_{chaleur} - X_{travail} - X_{détruite} = \Delta X_{système} \tag{8.37}$$

ou, plus explicitement, par la formule

Système fermé :

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)Q_k - [W - P_0(V_2 - V_1)] - T_0 S_{gén} = X_2 - X_1 \tag{8.38}$$

où Q_k est la quantité de chaleur transmise à travers la frontière au point k se trouvant à la température T_k. L'équation 8.38 peut aussi être exprimée en termes de taux, soit

Système fermé (taux) :

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k - \left(\dot{W} - P_0\frac{dV_{système}}{dt}\right) - T_0 \dot{S}_{gén} = \frac{dX_{système}}{dt} \tag{8.39}$$

Rappelons que, dans ces expressions, la chaleur ajoutée à un système et le travail produit par un système sont tous deux des quantités positives. La chaleur dégagée par un système et le travail fait sur un système sont tous deux des quantités négatives.

Les expressions du bilan d'exergie peuvent être utilisées pour déterminer le travail réversible $W_{\text{rév}}$. Il s'agit alors de poser $W = W_{\text{rév}}$ et $X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}} = 0$. Au cours d'une évolution réversible, l'entropie produite et l'exergie détruite sont toutes deux nulles. Dans l'équation du bilan d'exergie, la variation d'exergie du système devient alors égale au transfert d'exergie.

Le terme $X_{\text{détruite}}$ représente la quantité d'exergie détruite au sein des frontières du système et non à l'extérieur de celles-ci. Un système pour lequel $X_{\text{détruite}} = 0$ est un système réversible intérieurement, mais pas forcément entièrement réversible (c'est-à-dire réversible intérieurement et extérieurement). On peut calculer l'exergie totale détruite au cours d'une évolution en disposant les frontières de façon à inclure le système et son milieu extérieur immédiat, là où des irréversibilités externes peuvent se produire (*voir la figure 8.33*). Le système et son milieu extérieur immédiat constituent alors ce que l'on désigne par « système élargi ». Dans ce cas, la variation de l'exergie du système élargi est égale à la somme de la variation de l'exergie du système et de la variation de l'exergie du milieu extérieur immédiat. En régime permanent, l'état et donc l'exergie du milieu extérieur ne changent pas au cours de l'évolution. Ainsi, la variation de l'exergie du milieu extérieur est de zéro.

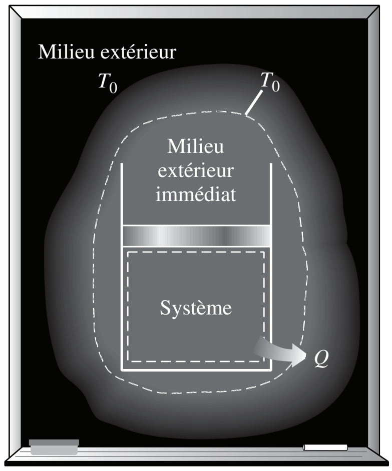

FIGURE 8.33
L'exergie détruite au-delà des frontières du système peut être prise en compte si on fait un bilan d'exergie pour le système élargi, c'est-à-dire le système et son milieu extérieur immédiat.

Pour estimer la quantité d'exergie transmise entre le système élargi et le milieu extérieur, on suppose que la température de la frontière du système élargi est celle de milieu extérieur, soit T_0.

On note aussi que la variation d'énergie d'un système est, dans toutes les évolutions, égale à l'énergie transférée à travers ses frontières. Toutefois, la variation d'exergie d'un système n'est égale à l'exergie transférée à travers ses frontières que dans les évolutions réversibles. La quantité totale d'énergie est toujours conservée au cours d'une évolution (la première loi), mais la qualité de l'énergie est dégradée (la deuxième loi). Cette dégradation de la qualité de l'énergie se traduit par une augmentation de l'entropie et une diminution de l'exergie. Par exemple, lorsque 10 kJ de chaleur sont transmis d'un milieu à haute température vers un milieu à basse température, les 10 kJ d'énergie sont toujours présents à la fin de l'évolution, mais ils se trouvent à plus basse température. Leur qualité et donc leur potentiel à produire du travail ont été réduits.

EXEMPLE 8.9 ■ Le bilan d'exergie pour un système fermé

À l'aide des équations de bilan d'énergie et d'exergie, obtenez l'expression générale pour le bilan d'exergie d'un système fermé (*voir l'équation 8.38*).

Solution Il faut obtenir l'expression générale pour le bilan d'exergie d'un système fermé à l'aide des équations de bilan d'énergie et d'exergie.

Analyse Le système étudié est illustré à la figure 8.34. Ce système est fermé et libre de transmettre de la chaleur et du travail au milieu extérieur. Le système

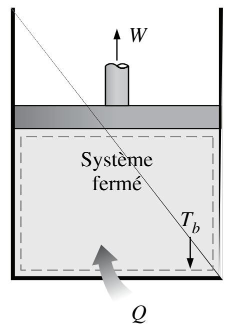

FIGURE 8.34
Système fermé étudié dans l'exemple 8.9.

parcourt une évolution de l'état 1 à l'état 2. Le bilan d'énergie et d'entropie pour ce système est

Bilan d'énergie : $$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{\text{système}} \longrightarrow Q - W = E_2 - E_1$$

Bilan d'entropie : $$S_{in} - S_{out} + S_{\text{gén}} = \Delta S_{\text{système}} \longrightarrow \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{frontière}} + S_{\text{gén}} = S_2 - S_1$$

En multipliant cette dernière relation par T_0 et en la soustrayant de la première, on obtient

$$Q - T_0 \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{frontière}} - W - T_0 S_{\text{gén}} = E_2 - E_1 - T_0(S_2 - S_1)$$

Cependant, la chaleur transmise durant l'évolution 1-2 est $Q = \int_1^2 \delta Q$ et, si on recourt à l'équation 8.17, le membre droit de cette expression est égal à $(X_2 - X_1) - P_0(V_2 - V_1)$. Alors

$$\int_1^2 \delta Q - T_0 \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{\text{frontière}} - W - T_0 S_{\text{gén}} = X_2 - X_1 - P_0(V_2 - V_1)$$

En posant la température de la frontière égale à T_b, on obtient une équation de bilan d'exergie semblable à l'équation 8.38, soit

$$\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right) \delta Q - [W - P_0(V_2 - V_1)] - T_0 S_{\text{gén}} = X_2 - X_1 \qquad \textbf{(8.40)}$$

où le symbole de sommation a été remplacé par une intégrale.

Remarque L'équation de bilan d'exergie a été obtenue à l'aide des équations de bilan d'énergie et d'entropie. L'équation de bilan d'exergie n'est donc pas indépendante. Elle peut toutefois être utilisée à la place de l'équation de bilan d'entropie.

EXEMPLE 8.10 ■ L'exergie détruite durant la transmission de chaleur

Soit un mur de briques d'une maison dont la hauteur est de 5 m, la largeur de 6 m et l'épaisseur, de 30 cm. La température à l'intérieur de la maison est de 27 °C et celle à l'extérieur, de 0 °C. La température sur la surface intérieure du mur est de 20 °C, alors que celle sur la surface extérieure est de 5 °C. La puissance transmise à travers le mur est de 1 035 W. Déterminez le taux auquel l'exergie est détruite dans le mur et le taux auquel l'exergie totale est détruite.

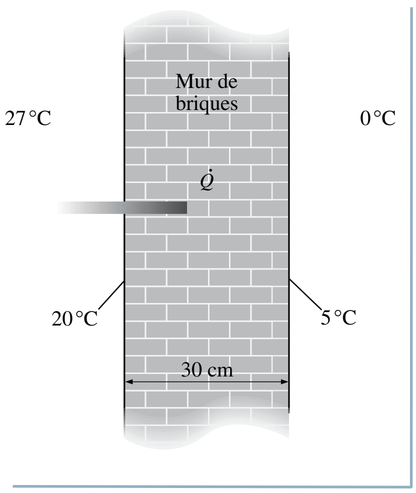

FIGURE 8.35
Schéma de l'exemple 8.10.

Solution De la chaleur est transmise à travers un mur de briques. La température du milieu extérieur de chaque côté du mur et la température des surfaces du mur ainsi que la puissance transmise sont connues. Il faut déterminer le taux auquel l'exergie est détruite dans le mur et le taux auquel l'exergie totale est détruite.

Hypothèses 1. L'évolution est en régime permanent. La puissance transmise à travers le mur est donc constante. 2. La variation de l'exergie du mur est nulle pendant l'évolution, car l'état et donc l'exergie du mur ne changent pas. 3. La transmission de chaleur à travers le mur est unidimensionnelle.

Analyse Le système étudié est le mur (*voir la figure 8.35*). Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution. La chaleur et l'exergie qui entrent d'un côté du mur ressortent de l'autre côté. Le bilan d'exergie pour le mur est

$$\underbrace{\dot{X}_{\text{in}} - \dot{X}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Taux de transfert d'exergie par}\\ \text{la chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{\dot{X}_{\text{détruite}}}_{\substack{\text{Taux de destruction}\\ \text{d'exergie}}} = \underbrace{dX_{\text{système}}/dt^{\nearrow 0\,(\text{permanent})}}_{\substack{\text{Accumulation}\\ \text{d'exergie}}} = 0$$

$$\dot{Q}\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)_{\text{in}} - \dot{Q}\left(1 - \frac{T_0}{T}\right)_{\text{out}} - \dot{X}_{\text{détruite}} = 0$$

$$(1\,035\ \text{W})\left(1 - \frac{273\ \text{K}}{293\ \text{K}}\right) - (1\,035\ \text{W})\left(1 - \frac{273\ \text{K}}{278\ \text{K}}\right) - \dot{X}_{\text{détruite}} = 0$$

Si on isole $\dot{X}_{\text{détruite}}$, on obtient

$$\dot{X}_{\text{détruite}} = \mathbf{52{,}0\ W}$$

Afin de déterminer le taux auquel l'exergie totale est détruite, les frontières du système sont repoussées de façon à inclure le milieu extérieur immédiat de chaque côté du mur. La frontière devient alors, d'un côté du mur, la température intérieure (27 °C) et, de l'autre côté, la température extérieure (0 °C). Le bilan d'exergie de ce système élargi (mur + milieu extérieur immédiat) est le même, excepté que les températures des surfaces du mur (293 K et 278 K) sont remplacées par les températures des nouvelles frontières (respectivement de 300 K et de 273 K). Le taux d'exergie totale détruite devient

$$\dot{X}_{\text{détruite,totale}} = (1\,035\ \text{W})\left(1 - \frac{273\ \text{K}}{300\ \text{K}}\right) - (1\,035\ \text{W})\left(1 - \frac{273\ \text{K}}{273\ \text{K}}\right) = \mathbf{93{,}2\ W}$$

La différence entre les deux taux est de 41,2 W. Cette différence représente l'exergie détruite dans les couches d'air de chaque côté du mur. L'exergie détruite durant cette évolution est attribuée à la transmission de chaleur irréversible résultant d'une différence finie de températures.

Remarque Ce problème a été résolu au chapitre 7 (*voir l'exemple 7.17*) afin d'estimer l'entropie produite. On aurait pu alors calculer l'exergie détruite simplement en multipliant l'entropie produite par la température du milieu extérieur T_0.

EXEMPLE 8.11 ■ L'exergie détruite durant une détente de vapeur d'eau

Soit un système piston-cylindre contenant 0,05 kg de vapeur d'eau à 1 MPa et à 300 °C. La vapeur se détend en faisant du travail et atteint un état final à 200 kPa et à 150 °C. Au cours de l'évolution, le système transmet 2 kJ de chaleur au milieu extérieur qui se trouve à P_0 = 100 kPa et à T_0 = 25°C. Déterminez: a) l'exergie de la vapeur à l'état initial et à l'état final; b) la variation de l'exergie de la vapeur; c) l'exergie détruite; d) le rendement de l'évolution selon la deuxième loi.

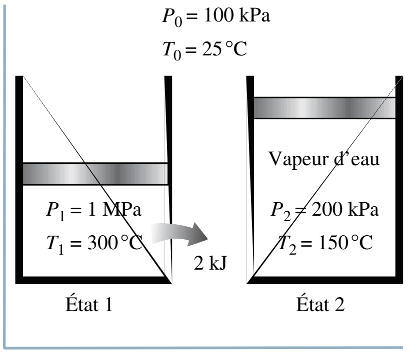

FIGURE 8.36
Schéma de l'exemple 8.11.

Solution De la vapeur d'eau se détend dans un système piston-cylindre. Il faut déterminer l'exergie de la vapeur à l'état initial et à l'état final, la variation de l'exergie de la vapeur au cours de l'évolution, l'exergie détruite et le rendement de l'évolution selon la deuxième loi.

Hypothèse Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse Le système étudié est la vapeur contenue dans le dispositif piston-cylindre (*voir la figure 8.36*). Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution.

Le système fait un travail de frontière, et de la chaleur est transmise du système au milieu extérieur.

a) Les variables thermodynamiques de la vapeur d'eau à l'état initial et à l'état final ainsi qu'aux conditions du milieu extérieur (le point mort) tirées des tables sont

$$\textit{État 1:}\quad \left.\begin{aligned} P_1 &= 1\ \text{MPa} \\ T_1 &= 300\,°\text{C} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} u_1 &= 2\,793{,}7\ \text{kJ/kg} \\ v_1 &= 0{,}25799\ \text{m}^3/\text{kg} \\ s_1 &= 7{,}1246\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned} \qquad (\textit{voir la table A.6})$$

$$\textit{État 2:}\quad \left.\begin{aligned} P_2 &= 200\ \text{kPa} \\ T_2 &= 150\,°\text{C} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} u_2 &= 2\,577{,}1\ \text{kJ/kg} \\ v_2 &= 0{,}95986\ \text{m}^3/\text{kg} \\ s_2 &= 7{,}2810\text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned} \qquad (\textit{voir la table A.6})$$

$$\textit{État du point mort:}\quad \left.\begin{aligned} P_0 &= 100\ \text{kPa} \\ T_0 &= 25\,°\text{C} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} u_0 &\cong u_{f,25\,°\text{C}} = 104{,}83\ \text{kJ/kg} \\ v_0 &\cong v_{f,25\,°\text{C}} = 0{,}00103\ \text{m}^3/\text{kg} \\ s_0 &\cong s_{f,25\,°\text{C}} = 0{,}3672\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)} \end{aligned} \qquad (\textit{voir la table A.4})$$

L'exergie du système à l'état initial 1 et l'exergie du système à l'état final 2 estimées à l'aide de l'équation 8.15 sont

$$\begin{aligned} X_1 &= m[(u_1 - u_0) - T_0(s_1 - s_0) + P_0(v_1 - v_0)] \\ &= (0{,}05\ \text{kg})\{(2\,793{,}7 - 104{,}83)\ \text{kJ/kg} \\ &\quad - (298\ \text{K})[(7{,}1246 - 0{,}3672)\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}] \\ &\quad + (100\ \text{kPa})[(0{,}25799 - 0{,}00103)\ \text{m}^3/\text{kg}]\}(\text{kJ/(kPa}\cdot\text{m}^3)) \\ &= \mathbf{35{,}0\ kJ} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} X_2 &= m[(u_2 - u_0) - T_0(s_2 - s_0) + P_0(v_2 - v_0)] \\ &= (0{,}05\ \text{kg})\{(2\,577{,}1 - 104{,}83)\ \text{kJ/kg} \\ &\quad - (298\ \text{K})[(7{,}2810 - 0{,}3672)\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}] \\ &\quad + (100\ \text{kPa})[(0{,}95986 - 0{,}00103)\ \text{m}^3/\text{kg}]\}(\text{kJ/(kPa}\cdot\text{m}^3)) \\ &= \mathbf{25{,}4\ kJ} \end{aligned}$$

L'exergie de la vapeur d'eau passe de 35 kJ à l'état initial à 25,4 kJ à l'état final. Autrement dit, si la vapeur d'eau se détendait de façon réversible de l'état initial à l'état du milieu extérieur, elle produirait 35 kJ de travail utile.

b) La variation d'exergie de l'évolution est simplement la différence entre l'exergie à l'état initial et l'exergie à l'état final, soit

$$\Delta X = X_2 - X_1 = 25{,}4 - 35{,}0 = \mathbf{-9{,}6\ kJ}$$

En d'autres termes, si la détente de vapeur entre l'état initial 1 et l'état final 2 était réversible, le système produirait 9,6 kJ de travail utile.

c) On détermine l'exergie détruite durant l'évolution en dressant un bilan d'exergie pour le système élargi (le système piston-cylindre et le milieu extérieur immédiat) dont la frontière se trouve à la température de T_0 selon

$$\underbrace{X_{\text{in}} - X_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la} \\ \text{chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{\text{détruite}}}_{\substack{\text{Exergie} \\ \text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation} \\ \text{d'exergie}}}$$

$$\begin{aligned} -X_{\text{travail,out}} - X_{\text{chaleur,out}}^{\nearrow 0} - X_{\text{détruite}} &= X_2 - X_1 \\ X_{\text{détruite}} &= X_1 - X_2 - W_{u,\text{out}} \end{aligned}$$

où $W_{u,\text{out}}$ est le travail de frontière utile produit à mesure que la vapeur se détend. Quant au travail de frontière produit pendant l'évolution $W_{b,\text{out}}$, c'est-à-dire le travail de frontière total fait par le système incluant le travail fait pour déplacer l'air atmosphérique (l'air du milieu extérieur), il est déterminé à l'aide du bilan d'énergie selon

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,}\\ \text{cinétique et potentielle}}}$$

$$\begin{aligned}
-Q_{\text{out}} - W_{b,\text{out}} &= \Delta U \\
W_{b,\text{out}} &= -Q_{\text{out}} - \Delta U = -Q_{\text{out}} - m(u_2 - u_1) \\
&= -(2\ \text{kJ}) - (0{,}05\ \text{kg})(2\,577{,}1 - 2\,793{,}7)\ \text{kJ/kg} \\
&= 8{,}8\ \text{kJ}
\end{aligned}$$

Alors, le travail de frontière utile est

$$\begin{aligned}
W_u &= W - W_{\text{env}} = W_{b,\text{out}} - P_0(V_2 - V_1) = W_{b,\text{out}} - P_0 m(v_2 - v_1) \\
&= 8{,}8\ \text{kJ} - (100\ \text{kPa})(0{,}05\ \text{kg})[(0{,}9599 - 0{,}25799)\ \text{m}^3/\text{kg}]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ (\text{kPa}\cdot\text{m}^3)}\right) \\
&= 5{,}3\ \text{kJ}
\end{aligned}$$

Si on fait la substitution dans l'équation du bilan d'exergie, l'exergie détruite est

$$X_{\text{détruite}} = X_1 - X_2 - W_{u,\text{out}} = 35{,}0 - 25{,}4 - 5{,}3 = \mathbf{4{,}3\ kJ}$$

Ce résultat signifie que 4,3 kJ de potentiel à faire du travail utile sont détruits au cours de l'évolution.

L'exergie détruite aurait pu aussi être déterminée selon

$$\begin{aligned}
X_{\text{détruite}} &= T_0 S_{\text{gén}} = T_0\left[m(s_2 - s_1) + \frac{Q_{\text{env}}}{T_0}\right] \\
&= (298\ \text{K})\left\{(0{,}05\ \text{kg})[(7{,}2810 - 7{,}1246)\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}] + \frac{2\ \text{kJ}}{298\ \text{K}}\right\} \\
&= 4{,}3\ \text{kJ}
\end{aligned}$$

d) On sait que la diminution de l'exergie de la vapeur est l'exergie fournie et que le travail utile est l'exergie récupérée. Le rendement de l'évolution selon la deuxième loi est donc

$$\eta_{\text{II}} = \frac{\text{Exergie récupérée}}{\text{Exergie fournie}} = \frac{W_u}{X_1 - X_2} = \frac{5{,}3}{35{,}0 - 25{,}4} = \mathbf{0{,}552\ ou\ 55{,}2\ \%}$$

En d'autres termes, 44,8 % du potentiel de la vapeur à faire du travail utile est perdu au cours de la détente.

EXEMPLE 8.12 ■ L'exergie détruite lorsqu'un gaz est remué à l'aide d'un agitateur

Soit un réservoir rigide et isolé contenant 1 kg d'air à 150 kPa et à 20 °C (*voir la figure 8.37 à la page suivante*). Un agitateur remue le gaz jusqu'à ce que la température dans le réservoir atteigne 50 °C. La température de l'air du milieu extérieur est de 20 °C. Déterminez : a) l'exergie détruite ; b) le travail réversible effectué durant l'évolution.

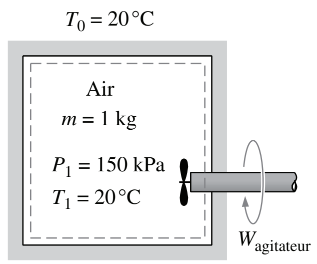

FIGURE 8.37
Schéma de l'exemple 8.12.

Solution Un réservoir rigide contient de l'air qui est chauffé en étant remué. Il faut déterminer l'exergie détruite et le travail réversible effectué durant l'évolution.

Hypothèses 1. L'air peut être modélisé comme un gaz parfait dont les chaleurs massiques sont constantes et estimées à 300 K. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables. 3. Le volume du réservoir est constant. Il n'y a donc pas de travail de frontière. 4. Le réservoir est isolé. Il n'y a pas de chaleur transmise à travers ses frontières.

Analyse Le système étudié est l'air emprisonné dans le réservoir. Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution. Un travail d'arbre est toutefois fait sur le système pendant l'évolution.

a) On peut estimer l'exergie détruite pendant l'évolution en dressant un bilan d'exergie ou en calculant $X_{détruite} = T_0 S_{gén}$. On recourt à cette dernière méthode et on dresse un bilan d'entropie sur le système selon

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'entropie par la}\\\text{chaleur et l'écoulement}}} + \underbrace{S_{gén}}_{\substack{\text{Production}\\\text{d'entropie}}} = \underbrace{\Delta S_{système}}_{\substack{\text{Variation}\\\text{d'entropie}}}$$

$$0 + S_{gén} = \Delta S_{système} = m\left(c_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}\nearrow^{0}\right)$$

$$S_{gén} = mc_V \ln\frac{T_2}{T_1}$$

À l'aide de la chaleur massique tirée de la table A.2, $c_v = 0{,}718$ kJ/(kg • K), l'exergie détruite devient

$$= (293\text{ K})(1\text{ kg})(0{,}718\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K}))\ln\left(\frac{323\text{ K}}{293\text{ K}}\right)$$
$$= \mathbf{20{,}5\ kJ}$$

b) Le travail réversible, qui est le travail minimal requis $W_{rév,in}$, est estimé à l'aide d'un bilan d'exergie dans lequel la quantité d'exergie détruite est posée égale à zéro, soit

$$\underbrace{X_{in} - X_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,}\\\text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{détruite}\nearrow^{0\,(\text{réversible})}}_{\substack{\text{Exergie}\\\text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{système}}_{\substack{\text{Variation}\\\text{d'exergie}}}$$

$$W_{rev,in} = X_2 - X_1$$
$$= (E_2 - E_1) + P_0(V_2 - V_1)\nearrow^{0} - T_0(S_2 - S_1)$$
$$= (U_2 - U_1) - T_0(S_2 - S_1)$$

En effet, $\Delta KE = \Delta PE = 0$ et $V_2 = V_1$.

On sait que $T_0(S_2 - S_1) = T_0\,\Delta S_{système} = 20{,}5$ kJ. Donc, le travail réversible devient

$$= (1\text{ kg})(0{,}718\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K}))(323\text{ K} - 293\text{ K}) - 20{,}5\text{ kJ} = \mathbf{1{,}04\ kJ}$$

Si toutes les irréversibilités étaient éliminées du système, un travail de 1,04 kJ suffirait pour augmenter la température du gaz de 20 °C à 50 °C en le remuant à l'aide d'un agitateur.

Remarque On peut déterminer le travail fait par l'agitateur pendant l'évolution en dressant un bilan d'énergie selon

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,}\\ \text{cinétique et potentielle}}}$$

soit

$$W_{\text{agitateur,in}} = \Delta U = mc_v\,(T_2 - T_1) = 21{,}54\ \text{kJ}$$

car le système est adiabatique ($Q = 0$) et le travail de frontière est de zéro ($W_b = 0$).

En résumé, 21,54 kJ de travail sont consommés pendant l'évolution, 20,5 kJ d'exergie sont détruits et 1,04 kJ de travail réversible est requis. Autrement dit, il serait théoriquement possible d'élever la température de l'air de 20 °C à 50 °C à l'aide d'une thermopompe réversible qui ne consommerait que 1,04 kJ. Ainsi, on épargnerait 20,5 kJ.

Pour démontrer cette affirmation, on utilise une thermopompe de Carnot qui absorbe de la chaleur du milieu extérieur à 20 °C et la rejette dans le réservoir à 50 °C (*voir la figure 8.38*). La chaleur fournie au système est

$$\delta Q_H = dU = mc_v\,dT$$

Le coefficient de performance de la thermopompe réversible est

$$\text{COP}_{\text{TP}} = \frac{\delta Q_H}{\delta W_{\text{net,in}}} = \frac{1}{1 - T_0/T}$$

Donc

$$\delta W_{\text{net,in}} = \frac{\delta Q_H}{\text{COP}_{\text{TP}}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) mc_v\,dT$$

soit, si on fait l'intégration, on obtient

$$W_{\text{net,in}} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) mc_v\,dT$$

$$= mc_{v,\text{moy}}(T_2 - T_1) - T_0\,mc_{v,\text{moy}} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$= (21{,}54 - 20{,}5)\ \text{kJ} = 1{,}04\ \text{kJ}$$

Le premier terme de cette expression est ΔU, alors que le deuxième terme est l'exergie détruite.

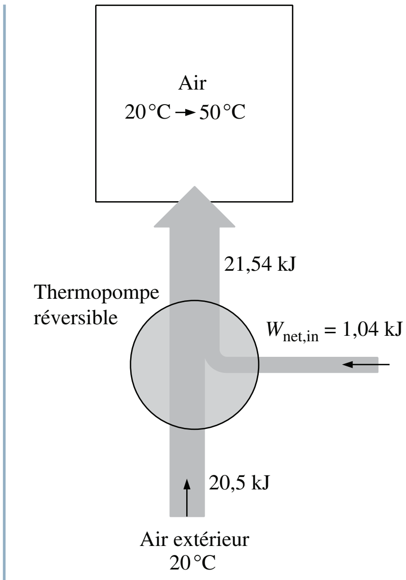

FIGURE 8.38
Le même effet de réchauffement pourrait être obtenu si on recourait à une thermopompe réversible qui ne consomme que 1,04 kJ.

EXEMPLE 8.13 ■ Un bloc de fer chaud plongé dans l'eau

Un bloc de fer dont la masse est de 5 kg et la température initiale, de 350 °C, est plongé dans un réservoir isolé contenant 100 kg d'eau à 30 °C (*voir la figure 8.39*). Déterminez : a) la température d'équilibre ; b) l'exergie du système élargi (le bloc et l'eau) à l'état initial et à l'état final ; c) l'exergie détruite pendant l'évolution. Supposez que l'eau évaporée au cours de l'évolution s'est condensée et que les conditions du milieu extérieur sont de 20 °C et de 100 kPa.

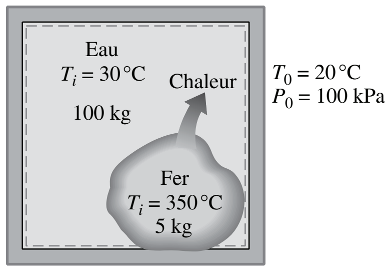

FIGURE 8.39
Schéma de l'exemple 8.13.

Solution Un bloc de fer est plongé dans un réservoir isolé rempli d'eau. Il faut déterminer la température d'équilibre, l'exergie du système élargi à l'état initial et à l'état final ainsi que l'exergie détruite pendant l'évolution.

Hypothèses 1. L'eau et le bloc de fer sont des substances incompressibles. 2. Les chaleurs massiques de l'eau et du bloc de fer sont constantes et sont estimées à 300 K. 3. Le système est stationnaire, et les énergies cinétique et potentielle sont négligeables. 4. Aucune forme de travail n'intervient pendant l'évolution. 5. Le système est isolé. Il n'y a pas de transfert de chaleur avec le milieu extérieur.

Analyse Le système étudié est constitué par le bloc de fer et l'eau (*voir la figure 8.39 à la page précédente*). Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution. Le volume du réservoir est constant. Donc, aucun travail de frontière n'est effectué.

a) On sait qu'il n'y a pas d'énergie qui traverse les frontières du système pendant l'évolution. Donc, le bilan d'énergie pour le système est

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,}\\ \text{cinétique et potentielle}}}$$

$$0 = \Delta U$$
$$0 = (\Delta U)_{\text{fer}} + (\Delta U)_{\text{eau}}$$
$$0 = [mc(T_f - T_i)]_{\text{fer}} + [mc(T_f - T_i)]_{\text{eau}}$$

En substituant les chaleurs massiques du fer et de l'eau tirées de la table A.3, on peut estimer la température finale T_f selon

$$0 = (5\ \text{kg})(0{,}45\ \text{kJ}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}))(T_f - 350\,^\circ\text{C}) + (100\ \text{kg})(4{,}18\ \text{kJ}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}))(T_f - 30\,^\circ\text{C})$$

soit

$$T_f = \mathbf{31{,}7\ ^\circ C}$$

b) L'exergie est une variable extensive. Par conséquent, l'exergie du système élargi dans un état donné est la somme des exergies de ses composants dans cet état. L'exergie de chaque composant (le bloc de fer et l'eau) estimée à l'aide de l'expression 8.15 pour des substances incompressibles est

$$\begin{aligned} X &= (U - U_0) - T_0(S - S_0) + P_0(\overset{\nearrow 0}{V - V_0}) \\ &= mc(T - T_0) - T_0 mc \ln\frac{T}{T_0} + 0 \\ &= mc\left(T - T_0 - T_0\ln\frac{T}{T_0}\right) \end{aligned}$$

où T est la température du système et T_0 est la température du milieu extérieur. Dans l'état initial, on obtient

$$\begin{aligned} X_{1,\text{fer}} &= (5\ \text{kg})(0{,}45\ \text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))\left[(623 - 293)\ \text{K} - (293\ \text{K})\ln\frac{623\ \text{K}}{293\ \text{K}}\right] \\ &= 245{,}2\ \text{kJ} \\ X_{1,\text{eau}} &= (100\ \text{kg})(4{,}18\ \text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))\left[(303 - 293)\ \text{K} - (293\ \text{K})\ln\frac{303\ \text{K}}{293\ \text{K}}\right] \\ &= 69{,}8\ \text{kJ} \\ X_{1,\text{totale}} &= X_{1,\text{fer}} + X_{1,\text{eau}} = (245{,}2 + 69{,}8)\ \text{kJ} = \mathbf{315\ kJ} \end{aligned}$$

De même, dans l'état final, on obtient

$$X_{2,\text{fer}} = 0{,}5 \text{ kJ}$$
$$X_{2,\text{eau}} = 95{,}1 \text{ kJ}$$
$$X_{2,\text{totale}} = X_{2,\text{fer}} + X_{2,\text{eau}} = 0{,}5 + 95{,}1 = \mathbf{95{,}6\ kJ}$$

Parce que de la chaleur est transmise de façon irréversible (différence finie de températures), l'exergie du système élargi (le bloc de fer et l'eau) décroît de 315 kJ à 95,6 kJ au cours de l'évolution.

c) L'exergie détruite (ou le potentiel détruit à faire du travail) peut être estimée avec la relation $X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}}$ ou encore en dressant un bilan d'exergie sur le système. Cette dernière approche est préconisée, car les exergies initiale et finale du système ont déjà été estimées.

$$\underbrace{X_{\text{in}} - X_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,} \\ \text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{\text{détruite}}}_{\substack{\text{Exergie} \\ \text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation} \\ \text{d'exergie}}}$$

$$0 - X_{\text{détruite}} = X_2 - X_1$$
$$X_{\text{détruite}} = X_1 - X_2 = 315 - 95{,}6 = \mathbf{219{,}4\ kJ}$$

Remarque Autrement dit, tandis que le bloc de fer se refroidissait de 350 °C à 31,7 °C et que l'eau se réchauffait de 30 °C à 31,7 °C, 219,4 kJ de travail auraient pu être produits, mais ne l'ont pas été.

EXEMPLE 8.14 ■ L'exergie détruite lorsqu'un gaz est chauffé

Soit un dispositif piston-cylindre sans frottement contenant 0,01 m³ d'argon à 350 kPa et à 400 K (*voir la figure 8.40*). L'argon est chauffé à l'aide d'une fournaise à 1 200 K, et le gaz se détend de façon isotherme jusqu'à ce que son volume ait doublé. Il n'y a pas de chaleur transmise entre l'argon et l'air du milieu extérieur qui se trouve à $T_0 = 300$ K et à $P_0 = 100$ kPa. Déterminez : a) le travail utile produit ; b) l'exergie détruite ; c) le travail réversible de l'évolution.

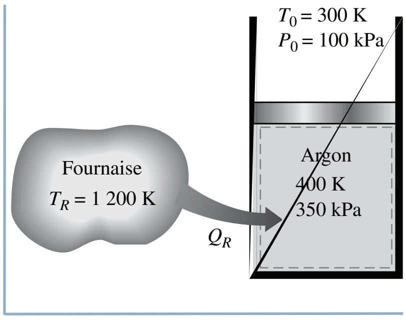

FIGURE 8.40
Schéma de l'exemple 8.14.

Solution De l'argon se trouvant dans un dispositif piston-cylindre sans frottement est chauffé et se détend de façon isotherme. Il faut déterminer le travail utile produit, l'exergie détruite et le travail réversible de l'évolution.

Hypothèses 1. L'argon peut être modélisé comme un gaz parfait, car il se trouve à une température bien au-delà de sa température critique de 151 K. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse Le système étudié est l'argon contenu dans le dispositif piston-cylindre. Ce système est fermé, car aucun écoulement ne traverse ses frontières pendant l'évolution. De la chaleur est transmise d'une source à 1 200 K au système, mais aucune chaleur n'est transmise au milieu extérieur qui se trouve à 300 K. Pendant l'évolution, la température du système demeure constante ($T_2 = T_1$), et le volume double ($V_2 = 2V_1$).

a) Le travail de frontière fait pendant l'évolution est

$$W = W_b = \int_1^2 P\,dV = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = (350 \text{ kPa})(0{,}01 \text{ m}^3) \ln \frac{0{,}02 \text{ m}^3}{0{,}01 \text{ m}^3}$$
$$= 2{,}43 \ (\text{kPa} \cdot \text{m}^3) = 2{,}43 \text{ kJ}$$

Une partie de ce travail est toutefois utilisée pour déplacer l'air atmosphérique (l'air du milieu extérieur) qui appuie une pression P_0 sur le piston. Il faut donc retrancher du travail de frontière W le travail de l'atmosphère W_{env}

$$W_{env} = P_0(V_2 - V_1) = (100\ \text{kPa})[(0{,}02 - 0{,}01)\ \text{m}^3]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ (\text{kPa}\cdot\text{m}^3)}\right) = 1\ \text{kJ}$$

pour obtenir le travail utile W_u

$$W_u = W - W_{env} = 2{,}43 - 1 = \mathbf{1{,}43\ kJ}$$

Autrement dit, 1,43 kJ de travail est disponible pour entraîner, par exemple, un système bielle-manivelle.

La chaleur transmise de la fournaise au système déterminée à l'aide d'un bilan d'énergie est

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'énergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation des énergies interne,}\\ \text{cinétique et potentielle}}}$$

$$Q_{in} - W_{b,out} = \Delta U = mc_v \Delta T^{\nearrow 0} = 0$$

$$Q_{in} = W_{b,out} = 2{,}43\ \text{kJ}$$

b) On peut estimer l'exergie détruite pendant l'évolution en dressant un bilan d'exergie ou, plus simplement, en recourant à l'expression $X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}}$. Il s'agit alors de dresser un bilan d'entropie sur le système élargi (le dispositif piston-cylindre et le milieu extérieur immédiat) qui inclut la région où la chaleur est transmise de la source à 1 200 K au gaz dans le cylindre. De cette façon, la production d'entropie résultant de la transmission de chaleur est prise en compte. De plus, la variation d'entropie de l'argon peut être estimée avec $Q/T_{\text{système}}$, car sa température demeure constante.

$$\underbrace{S_{in} - S_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'entropie par la}\\ \text{chaleur et l'écoulement}}} + \underbrace{S_{\text{gén}}}_{\substack{\text{Production}\\ \text{d'entropie}}} = \underbrace{\Delta S_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation}\\ \text{d'entropie}}}$$

$$\frac{Q}{T_R} + S_{\text{gén}} = \Delta S_{\text{système}} = \frac{Q}{T_{\text{système}}}$$

Par conséquent

$$S_{\text{gén}} = \frac{Q}{T_{\text{système}}} - \frac{Q}{T_R} = \frac{2{,}43\ \text{kJ}}{400\ \text{K}} - \frac{2{,}43\ \text{kJ}}{1\,200\ \text{K}} = 0{,}00405\ \text{kJ}$$

et

$$X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}} = (300\ \text{K})(0{,}00405\ \text{kJ/K}) = \mathbf{1{,}22\ kJ}$$

c) Pour déterminer le travail réversible, c'est-à-dire le travail utile maximal qui peut être produit $W_{\text{rév,out}}$, on dresse un bilan d'exergie dans lequel la quantité d'exergie détruite est nulle, soit

$$\underbrace{X_{in} - X_{out}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{\text{détruite}}^{\nearrow 0\ (\text{réversible})}}_{\substack{\text{Exergie}\\ \text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation}\\ \text{d'exergie}}}$$

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right)Q - W_{\text{rév,out}} = X_2 - X_1$$

$$= (U_2 - U_1) + P_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1)$$

$$= 0 + W_{env} - T_0\frac{Q}{T_{\text{système}}}$$

car $\Delta KE = \Delta PE = 0$ et $\Delta U = 0$ (la variation d'énergie interne d'un gaz parfait est de zéro durant une évolution isotherme). De surcroît, dans une évolution isotherme et réversible, $\Delta S_{\text{système}} = Q/T_{\text{système}}$. Alors

$$\begin{aligned} W_{\text{rév,out}} &= T_0 \frac{Q}{T_{\text{système}}} - W_{\text{env}} + \left(1 - \frac{T_0}{T_R}\right)Q \\ &= (300\ \text{K})\frac{2{,}43\ \text{kJ}}{400\ \text{K}} - (1\ \text{kJ}) + \left(1 - \frac{300\ \text{K}}{1\ 200\ \text{K}}\right)(2{,}43\ \text{kJ}) \\ &= \mathbf{2{,}65\ kJ} \end{aligned}$$

Si l'évolution était totalement réversible, le travail utile maximal qui pourrait être produit serait de 2,65 kJ au lieu du 1,43 kJ de l'évolution irréversible.

8.8 Le bilan d'exergie dans les systèmes ouverts

En plus du transfert d'exergie par la chaleur et le travail, le bilan d'exergie dans un système ouvert (un volume de contrôle) prend en compte le transfert d'exergie par l'écoulement qui traverse ses frontières (*voir la figure 8.41*). Les équations 8.37 à 8.39 deviennent alors dans un volume de contrôle

$$X_{\text{chaleur}} - X_{\text{travail}} + X_{\text{masse,in}} - X_{\text{masse,out}} - X_{\text{détruite}} = (X_2 - X_1)_{\text{VC}} \qquad \textbf{(8.41)}$$

soit

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)Q_k - [W - P_0(V_2 - V_1)] + \sum_{\text{in}} m\psi - \sum_{\text{out}} m\psi - X_{\text{détruite}} = (X_2 - X_1)_{\text{VC}} \qquad \textbf{(8.42)}$$

ou sous forme de taux comme

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k - \left(\dot{W} - P_0\frac{dV_{VC}}{dt}\right) + \sum_{\text{in}} \dot{m}\psi - \sum_{\text{out}} \dot{m}\psi - \dot{X}_{\text{détruite}} = \frac{dX_{VC}}{dt} \qquad \textbf{(8.43)}$$

Selon cette dernière expression, *le taux auquel l'exergie varie dans un volume de contrôle durant une évolution est égal au taux auquel l'exergie est transférée à travers ses frontières par la chaleur, le travail et l'écoulement moins le taux auquel l'exergie est détruite au sein des frontières.* Lorsque l'état initial et l'état final du volume de contrôle sont connus, la variation d'exergie du volume de contrôle est $X_2 - X_1 = m_2\phi_2 - m_1\phi_1$.

8.8.1 Le bilan d'exergie en régime permanent

Les machines et les dispositifs comme les turbines, les compresseurs, les pompes, les tuyères, les diffuseurs, les échangeurs de chaleur, les conduits et les tuyaux fonctionnent, la plupart du temps, avec un écoulement en régime établi. Par conséquent, la variation temporelle de la masse, du volume, de l'énergie, de l'entropie et de l'exergie au sein du volume de contrôle qui les représente est de zéro ($dm_{\text{VC}}/dt = dV_{\text{VC}}/dt = dE_{\text{VC}}/dt = dS_{\text{VC}}/dt = dX_{\text{VC}}/dt = 0$). Dans une telle situation, l'exergie qui entre dans le volume de contrôle sous forme de chaleur, de travail et d'écoulement est égale à l'exergie qui en ressort

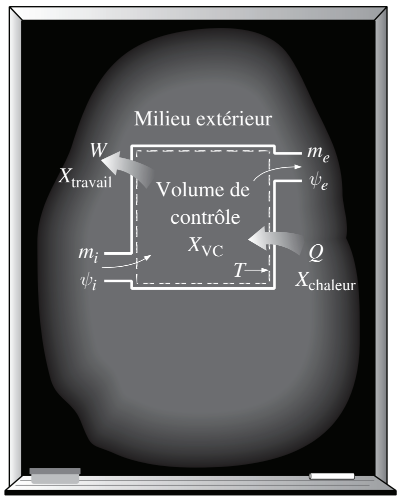

FIGURE 8.41

L'exergie est transmise dans un volume de contrôle par la chaleur, le travail et l'écoulement.

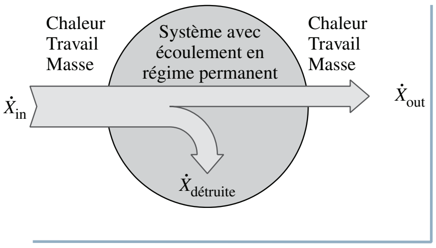

FIGURE 8.42

Le transfert net d'exergie dans un volume de contrôle avec écoulement en régime permanent est égal à l'exergie détruite.

plus l'exergie qui est détruite (*voir la figure 8.42*). L'équation du bilan d'exergie 8.43 se réduit, pour les écoulements en régime permanent, à

Écoulement en régime permanent :
$$\sum\left(1-\frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k - \dot{W} + \sum_{\text{in}}\dot{m}\psi - \sum_{\text{out}}\dot{m}\psi - \dot{X}_{\text{détruite}} = 0 \qquad \textbf{(8.44)}$$

Si l'écoulement à travers le système est unique (l'écoulement n'emprunte qu'une seule entrée et une seule sortie), l'équation 8.44 devient

Écoulement simple :
$$\sum\left(1-\frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k - \dot{W} + \dot{m}(\psi_1-\psi_2) - \dot{X}_{\text{détruite}} = 0 \qquad \textbf{(8.45)}$$

Les indices 1 et 2 représentent respectivement les conditions à l'entrée et à la sortie du volume de contrôle. Le débit massique est de $\dot{m}$. Quant à la variation de l'exergie de l'écoulement, elle est donnée par l'expression 8.21, soit

$$\psi_1-\psi_2 = (h_1-h_2) - T_0(s_1-s_2) + \frac{V_1^2-V_2^2}{2} + g(z_1-z_2)$$

Si on divise l'équation 8.45 par le débit $\dot{m}$, le bilan d'exergie par unité de masse devient

$$\sum\left(1-\frac{T_0}{T_k}\right)q_k - w + (\psi_1-\psi_2) - x_{\text{détruite}} = 0 \qquad (\text{kJ/kg}) \qquad \textbf{(8.46)}$$

où $q = \dot{Q}/\dot{m}$ et $w = \dot{W}/\dot{m}$.

Dans le cas où l'écoulement en régime permanent traverse un système adiabatique sans que du travail ne soit fait, le bilan d'exergie devient simplement $\dot{X}_{\text{détruite}} = \dot{m}(\psi_1-\psi_2)$. Si, de surcroît, l'évolution est réversible, $\psi_2 = \psi_1$.

8.8.2 Le travail réversible ($W_{\text{rév}}$)

Pour déterminer le travail réversible $W_{\text{rév}}$, on pose l'exergie détruite égale à zéro dans l'équation du bilan d'exergie. En conséquence, le travail W devient le travail réversible.

En général :
$$W = W_{\text{rév}} \quad \text{lorsque } X_{\text{détruite}} = 0 \qquad \textbf{(8.47)}$$

Par exemple, de l'équation 8.45, le travail réversible produit par un écoulement unique en régime permanent est

Écoulement simple :
$$\dot{W}_{\text{rév}} = \dot{m}(\psi_1-\psi_2) + \sum\left(1-\frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k \quad (\text{kW}) \qquad \textbf{(8.48)}$$

Si, de plus, le système est adiabatique

Écoulement simple, adiabatique :
$$\dot{W}_{\text{rév}} = \dot{m}(\psi_1-\psi_2) \qquad \textbf{(8.49)}$$

Soulignons que l'exergie détruite est nulle seulement dans une évolution réversible. Le travail réversible représente le travail maximal que peut produire une machine comme une turbine, ou le travail minimal consommé par une machine tel un compresseur.

8.8.3 Le rendement selon la deuxième loi de dispositifs avec écoulement en régime permanent

Le rendement, défini selon la deuxième loi de dispositifs avec écoulement en régime permanent, est η_{II} = Exergie récupérée/Exergie fournie. Lorsque les énergies cinétique et potentielle sont négligeables, ce rendement, pour une turbine adiabatique, est

$$\eta_{\text{II,turb}} = \frac{w}{w_{\text{rév}}} = \frac{h_1 - h_2}{\psi_1 - \psi_2} \quad \text{ou encore} \quad \eta_{\text{II,turb}} = 1 - \frac{T_0 s_{\text{gén}}}{\psi_1 - \psi_2} \qquad \textbf{(8.50)}$$

où $s_{\text{gén}} = s_2 - s_1$.

Dans un compresseur adiabatique, le rendement défini selon la deuxième loi est

$$\eta_{\text{II,comp}} = \frac{w_{\text{rév,in}}}{w_{\text{in}}} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{h_2 - h_1} \quad \text{ou encore} \quad \eta_{\text{II,comp}} = 1 - \frac{T_0 s_{\text{gén}}}{h_2 - h_1} \qquad \textbf{(8.51)}$$

où, encore une fois, $s_{\text{gén}} = s_2 - s_1$.

Dans un échangeur de chaleur adiabatique, le rendement défini selon la deuxième loi est (*voir la figure 8.43*)

$$\eta_{\text{II,échang}} = \frac{\dot{m}_{\text{froid}}(\psi_4 - \psi_3)}{\dot{m}_{\text{chaud}}(\psi_1 - \psi_2)} \quad \text{ou encore} \quad \eta_{\text{II,échang}} = 1 - \frac{T_0 \dot{S}_{\text{gén}}}{\dot{m}_{\text{chaud}}(\psi_1 - \psi_2)} \qquad \textbf{(8.52)}$$

où $\dot{S}_{\text{gén}} = \dot{m}_{\text{chaud}}(s_2 - s_1) + \dot{m}_{\text{froid}}(s_4 - s_3)$.

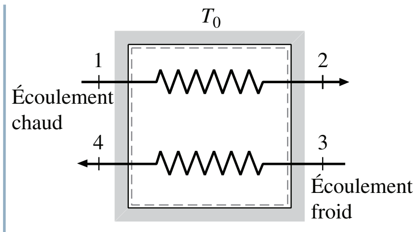

FIGURE 8.43
Échangeur de chaleur. Les écoulements ne sont pas mélangés.

Qu'arrive-t-il si l'échangeur n'est pas adiabatique ? Dans le cas où la température de la surface extérieure de l'échangeur T_b est égale à la température du milieu extérieur T_0, le rendement défini selon l'expression 8.52 tient toujours. Dans le cas où $T_b > T_0$, l'exergie de la chaleur perdue à la surface de l'échangeur devrait être incluse dans l'exergie récupérée. En pratique toutefois, cette exergie n'est jamais récupérée. Elle est perdue. C'est pourquoi, si on s'intéresse à l'exergie détruite durant l'évolution, les calculs de bilan d'exergie devraient être réalisés pour le système élargi (l'échangeur et le milieu extérieur immédiat) dont la frontière se trouve à la température du milieu extérieur T_0. Le rendement du système élargi défini selon la deuxième loi doit refléter l'effet des irréversibilités qui se manifestent non seulement dans le système étudié, mais aussi dans son milieu extérieur immédiat.

Lorsque la température de l'écoulement froid demeure, en tout temps, inférieure à la température du milieu extérieur, l'exergie de l'écoulement froid diminue au lieu de croître. Dans ce cas, il est préférable de définir le rendement selon la deuxième loi comme le rapport de la somme des exergies des écoulements sortants à la somme des exergies des écoulements entrants.

Enfin, le rendement défini selon la deuxième loi d'une chambre de mélange dans laquelle un écoulement entrant chaud 1 est mélangé avec un écoulement entrant froid 2 pour donner un écoulement sortant 3, est

$$\eta_{\text{II,mél}} = \frac{\dot{m}_3\psi_3}{\dot{m}_1\psi_1 + \dot{m}_2\psi_2} \quad \text{ou encore} \quad \eta_{\text{II,mél}} = 1 - \frac{T_0\dot{S}_{\text{gén}}}{\dot{m}_1\psi_1 + \dot{m}_2\psi_2} \tag{8.53}$$

où $\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$ et $\dot{S}_{\text{gén}} = \dot{m}_3 s_3 - \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_1 s_1$.

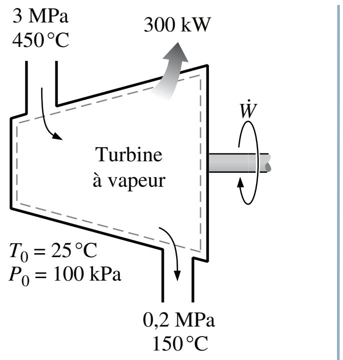

FIGURE 8.44
Schéma de l'exemple 8.15.

EXEMPLE 8.15 ■ Une turbine à vapeur d'eau

Un écoulement de vapeur d'eau dont le débit massique est de 8 kg/s s'engage dans une turbine à 3 MPa et à 450 °C et en ressort à 0,2 MPa et à 150 °C (*voir la figure 8.44*). Les conditions du milieu extérieur sont de 100 kPa et de 25 °C. La vapeur perd 300 kW de puissance thermique au profit du milieu extérieur. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables. Déterminez : a) la puissance produite par la turbine ; b) la puissance maximale que pourrait produire la turbine ; c) son rendement selon la deuxième loi ; d) l'exergie détruite ; e) l'exergie de l'écoulement à l'entrée de la turbine.

Solution Un écoulement de vapeur d'eau se détend dans une turbine. L'état de l'écoulement à l'entrée et à la sortie de la turbine est connu. Il faut déterminer la puissance produite par la turbine, la puissance maximale que pourrait produire la turbine, son rendement selon la deuxième loi, l'exergie détruite et l'exergie de l'écoulement à l'entrée de la turbine.

Hypothèses 1. L'évolution est une évolution avec écoulement en régime permanent : $\Delta m_{\text{VC}} = 0$, $\Delta E_{\text{VC}} = 0$, $\Delta X_{\text{VC}} = 0$. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse Le système étudié est la turbine. Ce système est un volume de contrôle, car un écoulement traverse ses frontières pendant l'évolution. L'écoulement est unique : il n'y a qu'une seule entrée et une seule sortie, de sorte que $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$. La turbine perd de la chaleur au profit du milieu extérieur et elle produit du travail.

Les variables thermodynamiques de la vapeur d'eau à l'entrée et à la sortie de la turbine ainsi qu'au point mort tirées des tables de vapeur sont

État à l'entrée : $\left.\begin{array}{l} P_1 = 3 \text{ MPa} \\ T_1 = 450\,°\text{C} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} h_1 = 3\,344{,}9 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = 7{,}0856 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \end{array}$ (*voir la table A.6*)

État à la sortie : $\left.\begin{array}{l} P_2 = 0{,}2 \text{ MPa} \\ T_2 = 150\,°\text{C} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} h_2 = 2\,769{,}1 \text{ kJ/kg} \\ s_2 = 7{,}2810 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \end{array}$ (*voir la table A.6*)

État au point mort : $\left.\begin{array}{l} P_0 = 100 \text{ kPa} \\ T_0 = 25\,°\text{C} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} h_0 \cong h_{f,25\,°\text{C}} = 104{,}83 \text{ kJ/kg} \\ s_0 \cong s_{f,25\,°\text{C}} = 0{,}3672 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)} \end{array}$ (*voir la table A.4*)

a) La puissance produite par la turbine est estimée à l'aide d'un bilan d'énergie selon

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Puissance transférée par la chaleur,} \\ \text{le travail et l'écoulement}}} = \underbrace{dE_{\text{système}}/dt^{\nearrow 0\,(\text{permanent})}}_{\substack{\text{Accumulation des énergies interne,} \\ \text{cinétique et potentielle}}} = 0$$

$$\dot{E}_{\text{in}} = \dot{E}_{\text{out}}$$

$$\dot{m}h_1 = \dot{W}_{\text{out}} + \dot{Q}_{\text{out}} + \dot{m}h_2 \qquad (\text{car } ke \cong pe \cong 0)$$

$$\dot{W}_{\text{out}} = \dot{m}(h_1 - h_2) - \dot{Q}_{\text{out}}$$

$$= (8 \text{ kg/s})[(3\,344{,}9 - 2\,769{,}1) \text{ kJ/kg}] - 300 \text{ kW}$$

$$= \mathbf{4\,306\ kW}$$

b) La puissance maximale que pourrait produire la turbine est la puissance réversible. On détermine cette puissance : 1) en dressant un bilan d'exergie sur le système élargi, c'est-à-dire la turbine et son milieu extérieur immédiat dont la température est de T_0 ; 2) en posant, dans ce bilan, $\dot{X}_{\text{détruite}} = 0$, selon

$$\underbrace{\dot{X}_{\text{in}} - \dot{X}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Taux de transfert d'exergie par la} \\ \text{chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{\dot{X}_{\text{détruite}}^{\nearrow 0\,(\text{réversible})}}_{\substack{\text{Taux de destruction} \\ \text{d'exergie}}} = \underbrace{dX_{\text{système}}/dt^{\nearrow 0\,(\text{permanent})}}_{\substack{\text{Accumulation} \\ \text{d'exergie}}} = 0$$

$$\dot{X}_{\text{in}} = \dot{X}_{\text{out}}$$

$$\dot{m}\psi_1 = \dot{W}_{\text{rév,out}} + \dot{X}_{\text{chaleur}}^{\nearrow 0} + \dot{m}\psi_2$$

$$\dot{W}_{\text{rév,out}} = \dot{m}(\psi_1 - \psi_2)$$

$$= \dot{m}[(h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2) - \Delta ke^{\nearrow 0} - \Delta pe^{\nearrow 0}]$$

Soulignons, dans ce cas-ci, que le transfert d'exergie par la chaleur est de zéro, car la température de la frontière du système élargi est égale à la température du milieu extérieur T_0. En substituant les valeurs numériques dans cette expression, on obtient le travail réversible

$$\dot{W}_{\text{rév,out}} = (8 \text{ kg/s})[(3\,344{,}9 - 2\,769{,}1) \text{ kJ/kg} - (298 \text{ K})(7{,}0856 - 7{,}2810) \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}]$$

$$= \mathbf{5\,072\ kW}$$

c) Le rendement de la turbine, défini selon la deuxième loi, est le rapport du travail réel produit au travail réversible, soit

$$\eta_{\text{II}} = \frac{\dot{W}_{\text{out}}}{\dot{W}_{\text{rév,out}}} = \frac{4\,306 \text{ kW}}{5\,072 \text{ kW}} = \mathbf{0{,}849\ ou\ 84{,}9\ \%}$$

Autrement dit, 15,1 % du potentiel à faire du travail est perdu au cours de la détente de vapeur dans la turbine.

d) L'exergie détruite est égale à la différence entre le travail réversible et le travail réel produit, ce qui donne en termes de taux

$$\dot{X}_{\text{détruite}} = \dot{W}_{\text{rév,out}} - \dot{W}_{\text{out}} = 5\,072 - 4\,306 = \mathbf{766\ kW}$$

Le potentiel à faire du travail est perdu au taux de 766 kW pendant l'évolution. On pourrait aussi estimer l'exergie détruite en calculant le taux de production d'entropie $\dot{S}_{\text{gén}}$ durant l'évolution.

e) L'exergie de l'écoulement à l'entrée de la turbine est (*voir l'équation 8.20*)

$$\begin{aligned}\psi_1 &= (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) + \frac{V_1^2}{2}^{\nearrow 0} + gz_1^{\nearrow 0} \\ &= (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) \\ &= (3\,344{,}9 - 104{,}83)\ \text{kJ/kg} - (298\ \text{K})(7{,}0856 - 0{,}3672)\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)} \\ &= \mathbf{1\,238\ kJ/kg}\end{aligned}$$

Chaque kilogramme de vapeur qui pénètre dans la turbine offre un potentiel à faire du travail de 1 238 kJ ou encore un potentiel à produire une puissance de (8 kg/s)(1 238 kJ/kg) = 9 904 kW. La turbine ne récupère que 4 306/9 904 = 43,5 % de ce potentiel.

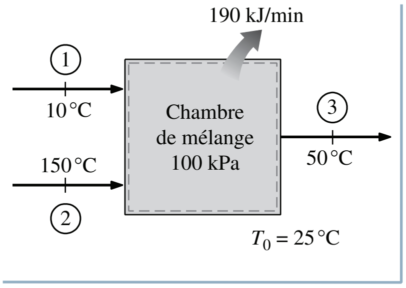

FIGURE 8.45

Schéma de l'exemple 8.16.

EXEMPLE 8.16 ■ L'exergie détruite dans une chambre de mélange

Un écoulement d'eau dont le débit massique est de 140 kg/min pénètre dans une chambre de mélange à 100 kPa et à 10 °C (*voir la figure 8.45*). Il est mélangé avec un écoulement de vapeur qui pénètre dans la chambre à 100 kPa et à 150 °C. L'écoulement résultant quitte la chambre à 100 kPa et à 50 °C. La puissance thermique perdue par la chambre au profit du milieu extérieur est de 190 kJ/min. La température du milieu extérieur est de 25 °C. Déterminez la puissance réversible et le taux auquel l'exergie est détruite durant l'évolution. Supposez que la variation des énergies cinétique et potentielle des écoulements est négligeable.

Solution Un écoulement d'eau est mélangé à un écoulement de vapeur au sein d'une chambre de mélange qui perd de la chaleur au profit du milieu extérieur. Il faut déterminer la puissance réversible et le taux auquel l'exergie est détruite durant l'évolution.

Hypothèses 1. L'évolution est une évolution avec écoulement en régime permanent. Par conséquent, $\Delta m_{VC} = 0$; $\Delta E_{VC} = 0$; $\Delta S_{VC} = \Delta X_{VC} = 0$. 2. Aucun travail n'intervient durant l'évolution. 3. La variation des énergies cinétique et potentielle est négligeable durant l'évolution $\Delta ke = \Delta pe \cong 0$.

Analyse Ce problème a été abordé dans l'exemple 7.20, à la page 336. Le débit massique de la vapeur entrante a été estimé à $\dot{m}_2 = 9{,}2$ kg/min. Pour déterminer la puissance maximale (la puissance réversible) : 1) on dresse un bilan d'exergie sur le système élargi (la chambre de mélange et le milieu extérieur immédiat) dont la température de la frontière est égale à celle du milieu extérieur T_0 ; 2) on pose, dans ce bilan, $\dot{X}_{\text{détruite}} = 0$, ce qui donne

$$\underbrace{\dot{X}_{\text{in}} - \dot{X}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Taux de transfert d'exergie par la}\\ \text{chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{\dot{X}_{\text{détruite}}^{\nearrow 0 \text{(réversible)}}}_{\substack{\text{Taux de destruction}\\ \text{d'exergie}}} = \underbrace{dX_{\text{système}}/dt^{\nearrow 0 \text{(permanent)}}}_{\substack{\text{Accumulation}\\ \text{d'exergie}}}$$

$$\dot{X}_{\text{in}} = \dot{X}_{\text{out}}$$

$$\dot{m}_1\psi_1 + \dot{m}_2\psi_2 = \dot{W}_{\text{rév,out}} + \dot{X}_{\text{chaleur}}^{\nearrow 0} + \dot{m}_3\psi_3$$

$$\dot{W}_{\text{rév,out}} = \dot{m}_1\psi_1 + \dot{m}_2\psi_2 - \dot{m}_3\psi_3$$

Soulignons que le transfert d'exergie par la chaleur est de zéro, car la température de la frontière du système élargi est égale à la température du milieu extérieur T_0. Par conséquent, la puissance maximale est

$$\dot{W}_{\text{rév,out}} = \dot{m}_1(h_1 - T_0 s_1) + \dot{m}_2(h_2 - T_0 s_2) - \dot{m}_3(h_3 - T_0 s_3)$$

Si on substitue les valeurs numériques, on obtient

$$\begin{aligned} &= (140\ \text{kg/min}[(42{,}022\ \text{kJ/kg}) - (298\ \text{K}) \times (0{,}1511\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{K}))] \\ &\quad + (9{,}2\ \text{kg/min}[(2\ 776{,}6\ \text{kJ/kg}) - (298\ \text{K}) \times (7{,}6148\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{K}))] \\ &\quad - (149{,}2\ \text{kg/min}[(209{,}34\ \text{kJ/kg}) - (298\ \text{K}) \times (0{,}7038\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{K}))] \\ &= 4\ 306\ \text{kJ/min} \end{aligned}$$

Autrement dit, si, au lieu de mélanger les écoulements, on avait installé entre eux une machine réversible, une puissance maximale de 4 306 kJ/min aurait pu être produite.

L'exergie détruite est obtenue selon

$$\dot{X}_{\text{détruite}} = \dot{W}_{\text{rév,out}} - \dot{W}_u^{\nearrow 0} = T_0\, \dot{S}_{\text{gén}}$$

soit

$$\dot{X}_{\text{détruite}} = \dot{W}_{\text{rév,out}} = \mathbf{4\ 306\ kJ/min}$$

car aucun travail n'est produit durant l'évolution.

Remarque Dans l'exemple 7.20, à la page 336, l'entropie produite durant l'évolution a été estimée à $\dot{S}_{\text{gén}} = 14{,}4$ kJ/(min · K). L'exergie détruite aurait pu être calculée immédiatement ainsi : $\dot{X}_{\text{détruite}} = T_0 \dot{S}_{\text{gén}} = (298\ \text{K})(14{,}4\ \text{kJ/(min} \cdot \text{K))} = 4\ 291$ kJ/min. La différence de 15 kJ/min est due aux arrondissements dans les calculs.

EXEMPLE 8.17 ■ Le remplissage d'un réservoir d'air comprimé

Soit un réservoir rigide de 200 m³ contenant au départ de l'air à 100 kPa et à 300 K (*voir la figure 8.46*). Le réservoir est rempli d'air comprimé à 1 MPa et à 300 K à l'aide d'un compresseur alimenté en air atmosphérique (l'air du milieu extérieur) à P_0 = 100 kPa et à T_0 = 300 K. Déterminez le travail minimal requis pour réaliser cette évolution.

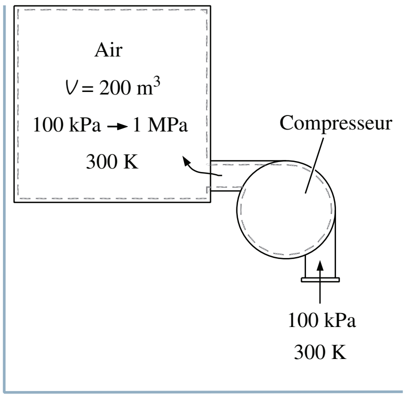

FIGURE 8.46
Schéma de l'exemple 8.17.

Solution Un écoulement d'air est comprimé et stocké dans un réservoir rigide. Il faut déterminer le travail minimal requis pour réaliser cette évolution.

Hypothèses 1. L'air se comporte comme un gaz parfait. 2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables. 3. Les propriétés de l'air à l'entrée du compresseur demeurent constantes pendant l'évolution.

Analyse Le système comprend le compresseur et le réservoir. Ce système est un volume de contrôle, car un écoulement traverse ses frontières pendant l'évolution. De plus, l'évolution est transitoire, car la masse d'air dans le réservoir change pendant l'évolution. L'écoulement est unique puisqu'il n'y a qu'une seule entrée. Il n'y a pas de sortie.

Pour déterminer le travail minimal requis pour réaliser l'évolution : 1) on dresse un bilan d'exergie sur le système élargi (le système et le milieu extérieur immédiat) dont la température de la frontière est égale à celle du milieu extérieur T_0 ; 2) on pose, dans ce bilan, $\dot{X}_{\text{détruite}} = 0$, ce qui donne

$$\underbrace{X_{\text{in}} - X_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{\text{détruite}}^{\nearrow 0\,(\text{réversible})}}_{\substack{\text{Exergie}\\ \text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation}\\ \text{d'exergie}}}$$

$$X_{\text{in}} - X_{\text{out}} = X_2 - X_1$$

$$W_{\text{rév,in}} + m_1\psi_1^{\nearrow 0} = m_2\phi_2 - m_1\phi_1^{\nearrow 0}$$

$$W_{\text{rév,in}} = m_2\phi_2$$

On remarque que $\phi_1 = \psi_1 = 0$, car l'état initial de l'air dans le réservoir et l'état de l'air admis sont les mêmes que celui de l'air du milieu extérieur. L'exergie d'une substance en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur est de zéro.

La masse et l'exergie de l'air à l'état final dans le réservoir sont

$$m_2 = \frac{P_2 V}{RT_2} = \frac{(1\,000 \text{ kPa})(200 \text{ m}^3)}{(0{,}287 \text{ (kPa} \cdot \text{m}^3)/(\text{kg} \cdot \text{K}))(300 \text{ K})} = 2\,323 \text{ kg}$$

$$\phi_2 = (u_2 - u_0)^{\nearrow 0\,(\text{car } T_2 = T_0)} + P_0(v_2 - v_0) - T_0(s_2 - s_0) + \frac{V_2^{2\,\nearrow 0}}{2} + gz_2^{\nearrow 0}$$

$$= P_0(v_2 - v_0) - T_0(s_2 - s_0)$$

Toutefois

$$P_0(v_2 - v_0) = P_0\left(\frac{RT_2}{P_2} - \frac{RT_0}{P_0}\right) = RT_0\left(\frac{P_0}{P_2} - 1\right) \qquad (\text{car } T_2 = T_0)$$

$$T_0(s_2 - s_0) = T_0\left(c_p \ln\frac{T_2}{T_0}^{\nearrow 0} - R \ln\frac{P_2}{P_0}\right) = -RT_0 \ln\frac{P_2}{P_0} \qquad (\text{car } T_2 = T_0)$$

Par conséquent

$$\phi_2 = RT_0\left(\frac{P_0}{P_2} - 1\right) + RT_0 \ln\frac{P_2}{P_0} = RT_0\left(\ln\frac{P_2}{P_0} + \frac{P_0}{P_2} - 1\right)$$

$$= (0{,}287 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K}))(300 \text{ K})\left(\ln\frac{1\,000 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} + \frac{100 \text{ kPa}}{1\,000 \text{ kPa}} - 1\right)$$

$$= 120{,}76 \text{ kJ/kg}$$

et le travail minimal requis est

$$W_{\text{rév,in}} = m_2\phi_2 = (2\,323 \text{ kg})(120{,}76 \text{ kJ/kg}) = 280\,525 \text{ kJ} \cong \mathbf{281 \text{ MJ}}$$

Remarque Le travail minimal requis par le compresseur pour remplir le réservoir à 1 MPa et à 300 K est de 281 MJ. Bien entendu, le travail réel requis est plus grand. Le travail réel requis est la somme du travail minimal requis et de l'exergie détruite au cours de l'évolution. Comparez ce résultat à celui de l'exemple 8.7. Quelle conclusion en tirez-vous?

RÉSUMÉ

Dans ce chapitre, la notion d'exergie a été présentée et utilisée afin de quantifier les effets des irréversibilités dans les évolutions de divers systèmes. Les points saillants de la discussion ont été les suivants :

- L'exergie est le travail utile maximal qui peut être produit en théorie par un système se trouvant dans un état donné et dans un milieu donné.
- Contrairement à l'énergie, l'exergie n'est pas conservée. Une fois perdue, l'exergie est irrécupérable.
- L'exergie est une variable thermodynamique qui dépend non seulement du système, mais aussi de son milieu extérieur. L'exergie d'un système en équilibre thermodynamique avec son milieu extérieur est nulle. Cet état est appelé le « point mort ».
- Le travail réversible est le travail utile maximal qui peut être produit par un système (ou le travail minimal consommé par un système) en parcourant une évolution d'un état initial donné à un état final donné.
- La différence entre le travail réversible $W_{\text{rév}}$ et le travail utile W_u est l'irréversibilité I. L'irréversibilité est l'exergie détruite $X_{\text{détruite}}$

  $$I = X_{\text{détruite}} = T_0 S_{\text{gén}} = W_{\text{rév,out}} - W_{u\text{,out}} = W_{u\text{,in}} - W_{\text{rév,in}}$$

  où $S_{\text{gén}}$ est l'entropie produite au cours de l'évolution. L'exergie détruite représente la perte de potentiel à faire du travail.
- Durant une évolution entièrement réversible, l'exergie détruite est nulle. Le travail utile devient égal au travail réversible.
- Le rendement défini selon la deuxième loi est une mesure de la performance d'un système par rapport à la performance d'un système réversible fonctionnant entre les mêmes états initial et final. Ce rendement, pour les machines qui produisent du travail comme les machines thermiques, est

  $$\eta_{\text{II}} = \frac{\eta_{\text{th}}}{\eta_{\text{th,rév}}} = \frac{W_u}{W_{\text{rév}}}$$

  et pour les machines qui consomment du travail comme les réfrigérateurs et les thermopompes

  $$\eta_{\text{II}} = \frac{\text{COP}}{\text{COP}_{\text{rév}}} = \frac{W_{\text{rév}}}{W_u}$$

- En général, le rendement défini selon la deuxième loi est

  $$\eta_{\text{II}} = \frac{\text{Exergie récupérée}}{\text{Exergie fournie}} = 1 - \frac{\text{Exergie détruite}}{\text{Exergie fournie}}$$

- Les exergies d'un système fermé et d'un écoulement sont respectivement

  Exergie d'un système fermé :

  $$\phi = (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz$$
  $$= (e - e_0) + P_0(v - v_0) - T_0(s - s_0)$$

  Exergie d'un écoulement :

  $$\psi = (h - h_0) - T_0(s - s_0) + \frac{V^2}{2} + gz$$

- La variation d'exergie d'un système fermé et d'un écoulement parcourant une évolution d'un état 1 à un état 2 sont respectivement

  $$\Delta X = X_2 - X_1 = m(\phi_2 - \phi_1)$$

  Système fermé :

  $$= (E_2 - E_1) + P_0(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1) - T_0(S_2 - S_1)$$
  $$= (U_2 - U_1) + P_0(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1) - T_0(S_2 - S_1) + m\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + mg(z_2 - z_1)$$

  Écoulement :

  $$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)$$

- L'exergie peut être transmise par la chaleur, le travail et l'écoulement. Ces transferts sont estimés sous la forme

  Transfert d'exergie par la chaleur :

  $$X_{\text{chaleur}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)Q$$

  Transfert d'exergie par le travail :

  $$X_{\text{travail}} = \begin{cases} W - W_{\text{env}} & \text{(travail de frontière)} \\ W & \text{(autres formes de travail)} \end{cases}$$

Transfert d'exergie par l'écoulement :

$$X_{\text{masse}} = m\psi$$

- Le principe de diminution d'exergie stipule qu'au cours d'une évolution, l'exergie d'un système isolé diminue toujours ou demeure inchangée si l'évolution est réversible

$$\Delta X_{\text{isolé}} = (X_2 - X_1)_{\text{isolé}} \leq 0$$

- Le bilan d'exergie, exprimé sous différentes formes, pour tous systèmes parcourant toutes évolutions est

Forme générale :

$$\underbrace{X_{\text{in}} - X_{\text{out}}}_{\substack{\text{Transfert d'exergie par la chaleur,}\\ \text{le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{X_{\text{détruite}}}_{\substack{\text{Exergie}\\ \text{détruite}}} = \underbrace{\Delta X_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation}\\ \text{d'exergie}}}$$

En termes de taux :

$$\underbrace{\dot{X}_{\text{in}} - \dot{X}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Taux de transfert d'exergie par}\\ \text{la chaleur, le travail et l'écoulement}}} - \underbrace{\dot{X}_{\text{détruite}}}_{\substack{\text{Taux de destruction}\\ \text{d'exergie}}} = \underbrace{dX_{\text{système}}/dt}_{\substack{\text{Accumulation}\\ \text{d'exergie}}}$$

Par unité de masse :

$$(x_{\text{in}} - x_{\text{out}}) - x_{\text{détruite}} = \Delta x_{\text{système}}$$

où

$$\dot{X}_{\text{chaleur}} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\dot{Q}$$

$$\dot{X}_{\text{travail}} = \dot{W}_{\text{utile}}$$

$$\dot{X}_{\text{masse}} = \dot{m}\psi$$

- Dans une évolution réversible, il n'y a pas d'exergie détruite : $X_{\text{détruite}} = 0$.
- Le bilan d'exergie peut être exprimé plus explicitement selon

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)Q_k - [W - P_0(V_2 - V_1)] + \sum_{\text{in}} m\psi - \sum_{\text{out}} m\psi - X_{\text{détruite}} = (X_2 - X_1)_{\text{VC}}$$

ou sous forme de taux comme

$$\sum\left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right)\dot{Q}_k - \left(\dot{W} - P_0\frac{dV_{\text{VC}}}{dt}\right) + \sum_{\text{in}} \dot{m}\psi - \sum_{\text{out}} \dot{m}\psi - \dot{X}_{\text{détruite}} = \frac{dX_{\text{VC}}}{dt}$$

RÉFÉRENCES

1. AHERN, J.E. *The Exergy Method of Energy Systems Analysis,* New York, John Wiley & Sons, 1980.
2. BEJAN, A. *Advanced Engineering Thermodynamics,* 2e édition, New York, Wiley, 1997.
3. BEJAN, A. *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow,* New York, Wiley, 1982.
4. ÇENGEL, Y.A. « A Unified and Intuitive Approach to Teaching Thermodynamics », ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Atlanta AES, vol. 36, novembre 17-22, 1996, p. 251-260.

PROBLÈMES*

L'exergie, l'irréversibilité, le travail réversible et le rendement selon la deuxième loi

8.1C Quelle est la différence entre le travail réversible et le travail utile ?

8.2C Dans quelles conditions le travail réversible devient-il équivalent à l'irréversibilité ?

8.3C Quel est l'état final d'une évolution qui maximise le travail produit par une machine ?

8.4C Le milieu extérieur influe-t-il sur l'exergie d'un système ?

8.5C Quelle est la différence entre le travail utile et le travail réel ? Pour quels types de systèmes les deux sont-ils équivalents ?

* Les problèmes ayant un numéro suivi du symbole C sont des questions de compréhension générale. L'étudiant est invité à répondre à toutes ces questions.