

Exercice 01

Un guichet au niveau d'une poste reçoit en moyenne 10 clients par heure. Le temps moyen de service d'un client égale à 3 minutes. On suppose que le temps d'arrivée des clients et le temps de service sont distribués suivant des lois exponentielles.

1. Calculer la probabilité que le temps de service dépasse 6 minutes.
2. Montrer que le système admet une distribution stationnaire.
3. Calculer le nombre moyen de clients dans le système, le temps moyen passé par un client dans le système, la longueur moyenne de la file d'attente et le temps moyen passé dans la file.

Exercice 02

Dans un atelier de réparation des appareils en panne, les appareils arrivent à l'atelier pour être réparés une fois toutes les 30 minutes en moyenne, et le temps moyen de réparation d'un appareil par un technicien est de 45 minutes. On suppose que les deux temps suivent une distribution exponentielle.

1. Déterminer le nombre minimum de techniciens nécessaires pour avoir un système stationnaire.
2. Calculer le taux d'utilisation des techniciens de réparation.
3. Calculer la probabilité qu'un appareil ne sera pas réparé immédiatement (Tous les techniciens sont occupés).
4. Calculer le nombre moyen de machines dans l'atelier (en attente et en réparation).
5. Calculer le nombre moyen de machines en panne et en attente de réparation.
6. Calculer le temps moyen qu'une machine passe dans l'atelier (attente + réparation)

Exercice 03

Considérons un fast-food où les clients arrivent selon une loi de Poisson à la moyenne d'un client par minute. Le temps de service est distribué de manière exponentielle avec une moyenne de 3 clients chaque 10 minutes. Sachant que le coût d'un serveur est de 150 Dinars par heure et le coût horaire d'attente d'un client dans le fast-food est de 100 Dinars.

1. Déterminer le nombre minimum de serveurs pour avoir un système stationnaire.
2. Déterminer le nombre optimal de serveur qui minimise le coût total moyen par heure.

Exercice 04

Les clients arrivent dans un salon de coiffure avec un moyen de 5 clients/heure et des temps inter-arrivées distribués de façon exponentielle. Il y a toujours un coiffeur présent dans le salon à tout moment et il y a 4 chaises pour les clients qui arrivent quand le coiffeur est occupé. Les clients qui arrivent lorsque le salon est plein ne peuvent pas y entrer. Le temps de service est distribué de façon exponentielle avec une moyenne de 20 minutes par clients. Déterminer :

1. La probabilité que le système est vide (Aucun client dans le système)
2. La probabilité de rejet d'un client
3. Le nombre moyen de clients dans le salon de coiffure
4. Le nombre moyen de clients en attente
5. Le nombre moyen de clients en service
6. Le temps moyen passé par un client dans le salon de coiffure
7. Le temps d'attente moyen d'un client dans le salon de coiffure.

Exercice 05

Considérons une station-service où les voitures arrivent pour faire le plein d'essence. Les arrivées des voitures suivent une distribution de Poisson avec un taux moyen d'arrivée de 25 voitures par heure. Le temps de service moyen pour faire le plein est de 5 minutes par voiture. La station-service a deux pompes disponibles, et peut accueillir jusqu'à 20 voitures simultanément, aucune autre voiture ne sera autorisée à entrer au-delà de cette capacité maximale.

1. Le système est-il stationnaire ?
2. Calculez le taux de service de la station-service.
3. Déterminez l'intensité de trafic (ρ).
4. Calculer les mesures de performances suivantes :
 - La probabilité qu'il n'y ait aucune voiture à la station-service.
 - La probabilité qu'une voiture doive attendre avant de faire le plein.
 - La probabilité de rejet d'une voiture qui arrive à la station pour faire le plein.
 - Le nombre moyen de voitures dans la station-service
 - Le nombre moyen de voitures en attente
 - Le nombre moyen de voitures en service (le nombre moyen de pompes occupées)
 - Le temps moyen passé par une voiture dans la station-service
 - Le temps d'attente moyen d'une voiture dans la station-service.
5. Le propriétaire de la station-service veut savoir l'impact de l'installation d'une troisième pompe sur les performances de la station-service. Recalculer les mesures de performance précédente dans le cas où la station-service se dote d'une troisième pompe.