

Interrogation

**Exercice 01 (05pts)**

Étudier la nature des séries numériques suivantes

$$1. \sum_{n \geq 0} \frac{n-1}{n+1}, \quad 2. \sum_{n \geq 0} \frac{n}{n^3+1}, \quad 3. \sum_{n \geq 1} \ln \left( \frac{n^2+1}{n^2} \right)$$

**Exercice 02 (09.5pts)**

I. Soit pour tout  $n \geq 0$ , la série de fonctions de terme général:

$$f_n(x) = x^n \ln^2(x), \quad x \in ]0, 1].$$

1. Montrer que la série de fonctions  $\sum_{n \geq 0} f_n(x)$  converge simplement sur  $]0, 1]$  et calculer sa somme  $S$ .
  2. Étudier la convergence normale de cette série sur  $]0, 1]$ .
- II. Soit la série entière suivante

$$f(x) = \sum_{n \geq 2} \frac{x^n}{n-1}.$$

1. Trouver le rayon et le domaine de convergence de cette série ainsi que sa somme.
2. En passant à la limite convenablement justifié, calculer  $f(-1)$ .