

## **CHAPITRE II: ÉCOULEMENT DANS LES CANALISATIONS EN CHARGES.**

### **Introduction:**

Dans la pratique d'ingénierie hydraulique le calcul dans une conduite en charge est effectué sous l'hypothèse que l'écoulement est uniforme, les caractéristiques géométriques et hydrauliques d'un tel écoulement sont invariable dans le temps et dans l'espace.

### **II.1. Rappels sur les régimes d'écoulement :**

Il existe plusieurs régimes d'écoulement ou régime hydraulique. Depuis longtemps les hydrauliciens avaient constaté l'existence de différents régimes, mais c'est à Osborne Reynolds qu'il appartenait de les mettre expérimentalement en évidence et de dégager le critère permettant de les différencier qui est le nombre de Reynolds.

$$R = \frac{U \cdot D}{\nu} \dots\dots\dots II.1$$

Avec

U : la vitesse moyenne dans le tube

D : est le diamètre du tube

$\nu$  : le coefficient de viscosité cinématique du liquide en mouvement,

- Si  $R < 2320 \Rightarrow$  le régime est tranquille ou laminaire.
- Si  $R > 2320 \Rightarrow$  le régime est turbulent.
- $R = 2320 \Rightarrow$  régime de transition (transitoire ou critique)

### **II.2. Quantité de mouvement:**

La quantité élémentaire de mouvement de la masse liquide qui pendant l'intervalle de temps  $dt$  traverse l'élément  $ds$  de la surface  $S$  avec la vitesse  $V$ , est:

$$\rho dQ dt V = \rho V^2 ds dt \dots\dots\dots II.2$$

- La quantité de mouvement de la masse liquide qui traverse toute la section  $S$  pendant le temps  $dt$  est:

$$\int_s \rho V^2 ds dt = \rho dt \int_s V^2 ds \dots\dots\dots II.3$$

- La quantité de mouvement fictive serait pour toute la section  $S$ :

$$\rho Q dt U. \quad / Q = S \times U \quad \text{Ce qui donne:}$$

$$\rho dt U^2 S \dots \dots \dots II.4$$

U: La vitesse moyenne

$$\int_s V^2 ds \text{ Pour la valeur réelle et } U^2.S \text{ pour la valeur fictive.}$$

- Désignons par  $v$  l'excès, positif, négatif ou nul, de la valeur  $V$  de la vitesse d'un filet traversant la section  $S$  sur la valeur moyenne  $U$ , on a donc:

$$V = U + v \quad \text{Ou} \quad V^2 = U^2 + 2Uv + v^2$$

- Multiplions les deux membre par  $ds$  et intégrant dans toute la section

$$\int_s V^2 ds = U^2 S + 2U \int_s v ds + \int_s v^2 ds$$

Par ce que  $\int_s v ds = 0$ , la somme des écarts (de la vitesse de pulsation) est nul

$$\text{Donc : } \int_s V^2 ds = U^2 S + \int_s v^2 ds \quad \text{On divise par } U^2.S: \quad \Rightarrow \frac{\int_s V^2 ds}{U^2 S} = 1 + \frac{\int_s v^2 ds}{U^2 S}$$

$$\forall v, v^2 > 0, \text{ donc en posant : } \frac{\int_s v^2 ds}{U^2 S} = \eta \quad \text{ou} \quad \eta > 0$$

$$\text{On } \frac{\int_s V^2 ds}{U^2 S} = 1 + \eta \quad / \quad \beta = 1 + \eta > 1$$

Le coefficient  $\beta$  est appelé "coefficient de quantité de mouvement" ou "coefficient de Boussinesq"

- La quantité de mouvement réelle du courant donc:  $\rho dt \int_s V^2 ds = \beta \rho dt U^2 S \dots \dots \dots II.5$

Quantité de mouvement réel =  $\beta \times$  quantité de mouvement fictive.

### **II.3 Energie cinétique:**

- L'énergie cinétique réelle du courant est:  $\int_s \frac{1}{2} \rho dQ dt V^2 = \frac{1}{2} \rho dt \int_s V^3 ds \dots \dots \dots II.6$

- L'énergie cinétique fictive est:  $\frac{1}{2} \rho dQ dt U^2 = \frac{1}{2} \rho dt U^3 S \dots \dots \dots II.7$

Du même raisonnement de la quantité de mouvement:

$$V = U + v \Rightarrow V^3 = U^3 + 3U^2v + 3v^2U + v^3$$

- Multiplions chaque terme par  $ds$  et intégrons dans toute la section  $S$ :

$$\int_s V^3 ds = U^3 S + 0 + 3U \int_s v^2 ds + \int_s v^3 ds$$

On divise par  $U^3 S$ :

$$\frac{\int V^3 ds}{U^3 S} = 1 + \frac{3 \int v^2 ds}{U^2 S} + \frac{\int v^3 ds}{U^3 S}$$

- Le dernier terme du deuxième membre est négligeable puisque  $v$  est petit par rapport à  $U$

Donc, il reste:  $\frac{\int V^3 ds}{U^3 S} = 1 + 3\eta$       On pose  $1 + 3\eta = \alpha$

- Le coefficient  $\alpha$  est appelé "coefficient d'énergie cinétique" ou "coefficient de Coriolis"

- L'énergie cinétique réelle du courant est donc:

$$\frac{1}{2} \rho dt \int V^3 ds = \alpha \frac{1}{2} \rho dt U^3 . S \dots \dots \dots \text{II.8}$$

Energie cinétique réelle =  $\alpha \times$  énergie cinétique fictive

- En particulier l'application à un filet liquide du théorème de l'énergie cinétique conduit, comme nous le savons, à l'expression du théorème de Bernoulli.

- Compte tenu du coefficient de Coriolis, le théorème de Bernoulli prend cette forme:

$$Z + \frac{\rho}{\varpi} + \alpha \frac{U^2}{2g} + j = Cte.$$

- La valeur des coefficients  $\eta, \alpha$  et  $\beta$  varie avec le degré d'inégalité des vitesses  $c$  à  $d$  pratiquement avec la forme de section d'écoulement et la nature des parois qui limitent ces sections.

- Dans la pratique usuelle de l'écoulement

\*  $\alpha = 1,04$  pour les conduites de faible et moyen diamètre (0,2 à 1 m)

\*  $\alpha = 1,02$  pour les conduites de diamètre supérieures à 1 m.

\*  $\alpha = 1,01$  pour les conduites aqueduc de section circulaire.

- Dans la pratique, comme on néglige  $\eta$   $c$  à  $d$  on prend  $\alpha = \beta = 1$

#### II.4 Répartition des vitesses dans une section transversale:

La courbe de répartition des vitesses dans une section transversale d'un courant liquide en régime turbulent à l'allure générale indiquée dans la Fig. II.1.

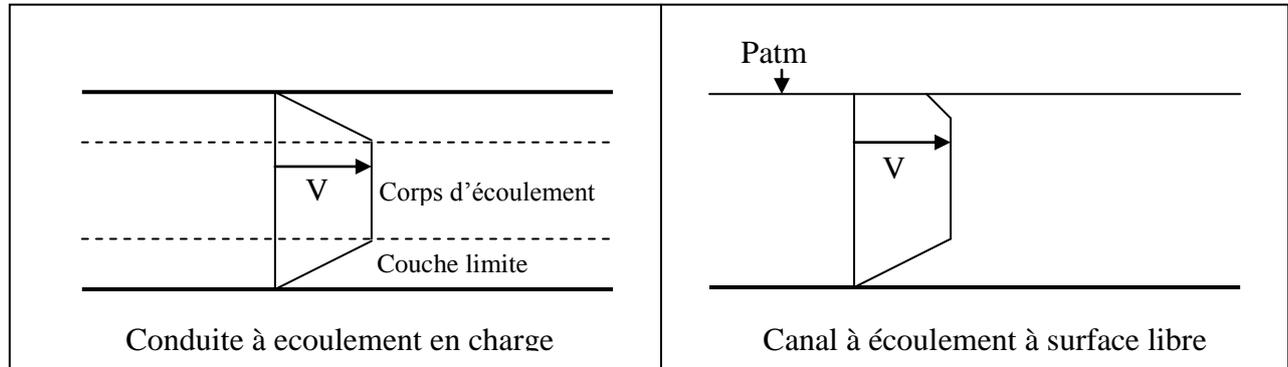


Fig. II.1 : répartition des vitesses en régime turbulent

#### II.5. Perte de charge :

La perte de charge ou perte d'énergie est due au frottement des molécules liquides entre elles et contre la paroi.

La perte de charge totale est égale à la somme des pertes de charges linéaires et des pertes de charges singulières.

$$J = j_l + j_s \dots\dots\dots (m) \dots\dots\dots II.9$$

##### II.5.1 Perte de charge linéaire:

L'expression de la perte de charge le long d'une conduite rectiligne et d'une section transversale constante est:

$$j_l = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot L \dots\dots\dots (m) \dots\dots\dots II.10$$

Où:  $\lambda$  : c'est un coefficient adimensionnel qui dépend de la nature de l'écoulement (R) et de la rugosité de la paroi de la canalisation, appelée aussi coefficient de frottement.

D: diamètre de la conduite (m).

V: vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).

g: accélération de la pesanteur ( $m/s^2$ ).

L: longueur de la conduite (m).

➤ Détermination du coefficient de frottement  $\lambda$  :

**1. Cas d'un régime laminaire:**

Dans ce cas  $\lambda = f(R_l)$ , est donné par la formule suivante:  $\lambda = \frac{64}{R_l}$  .....II.11

**2. Cas d'un régime turbulent:**

$\lambda$  Dépend de plusieurs facteurs, comme : le type des parois de la conduite, la rugosité,....etc.

**a .Ecoulement turbulent lisse:  $R < 10^5$**

La surface de la paroi solide n'a pas d'influence sur le corps d'écoulement c à d sur l'intensité d'agitation, celle-ci est appelée surface lisse.

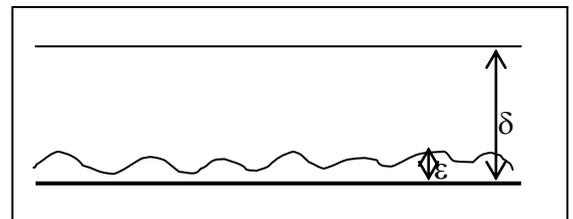


Fig.II.2

Si la hauteur de l'aspérité  $\epsilon < \delta$  à l'épaisseur du film laminaire, toutes les irrégularités sont émergées dans le film laminaire, dans ce cas la rugosité n'a aucune influence sur le caractère de l'écoulement.

Donc  $\lambda = f(R)$ , elle peut être déterminée par les formules suivantes:

Si  $3000 < R < R_{cTI} \Rightarrow R_{cTI} = 27 \left(\frac{d}{\epsilon}\right)^{8/7}$

**\* Formule de FILONENKO et ALTSCHOUL:**

$\lambda = (1,8 \log R - 1,64)^{-2}$  .....II.12

**\* Formule de SCHILLER et HERMANN:**

$\lambda = 0,0054 + \frac{0,396}{R^{0,3}}$  .....II.13

**\* Formule de VAN KARMAN:**

$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{2,51}{R \sqrt{\lambda}}$  .....II.14

**\* Formule de BLASUIS:**

$\lambda = \frac{0,3164}{R^{0,25}}$  .....II.15

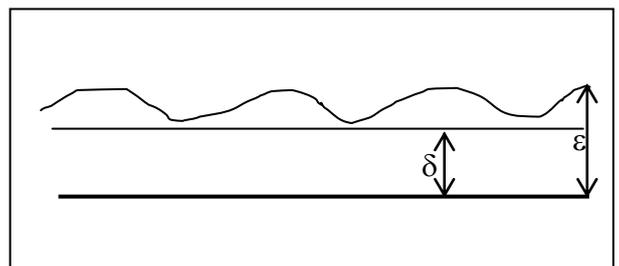


Fig.II.3

### b. Ecoulement turbulent rugueux: $R > 10^5$

$\varepsilon > \delta \Rightarrow$  donc la surface de la paroi a une action directe sur le corps de l'écoulement c à d sur l'intensité d'agitation, celle-ci est appelée surface rugueuse ou bien surface à paroi rugueuse.

Donc  $\lambda = f(\varepsilon/d) / \frac{\varepsilon}{d}$  : rugosité relative

$$\text{Si } R > R_{\text{CTR}} \quad / \quad R_{\text{CTR}} \approx 21,6C \frac{d}{\varepsilon}$$

Avec C: coefficient de CHEZZY ; D: diamètre de la conduite ;  $\varepsilon$ : La rugosité

Pour la détermination du coefficient de Chezy plusieurs formules sont proposées:

\* **Formule de Manning:**  $C = \frac{1}{n} R h^{1/6}$

\* **Formule de Pavlovsky:**  $C = \frac{1}{n} R_h^y$

n: coefficient de rugosité

y: exposant variable dépend de (R, n)

$R_h$ : rayon hydraulique.

Si  $0,01 < R_h < 1 \Rightarrow y = 1,5 \sqrt{n}$

Si  $R_h > 1 \Rightarrow y \approx 1,3 \cdot \sqrt{n}$

$$R_h = \frac{\omega}{X} = \frac{\text{Séction.mouillée}}{\text{Périmètre.mouillé}}$$

\* **Formule d'Agroskine:**  $C = \frac{1}{n} + 17,72 \log R_h$

On peut déterminer  $\lambda$  suivant les formules:

\* **Formule de Nikuradze:**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \frac{\varepsilon}{3,7D} \dots \dots \dots II.16$$

### c. Ecoulement transitoire (critique) : $R = 10^5$

Si la hauteur des aspérités  $\varepsilon = \delta$  à l'épaisseur du film laminaire, dans ce cas, le régime est de faible turbulence ou de transition.

$\lambda = f(R, \frac{\varepsilon}{D})$ , on utilise:

**\* Formule de Colebrook-White:**

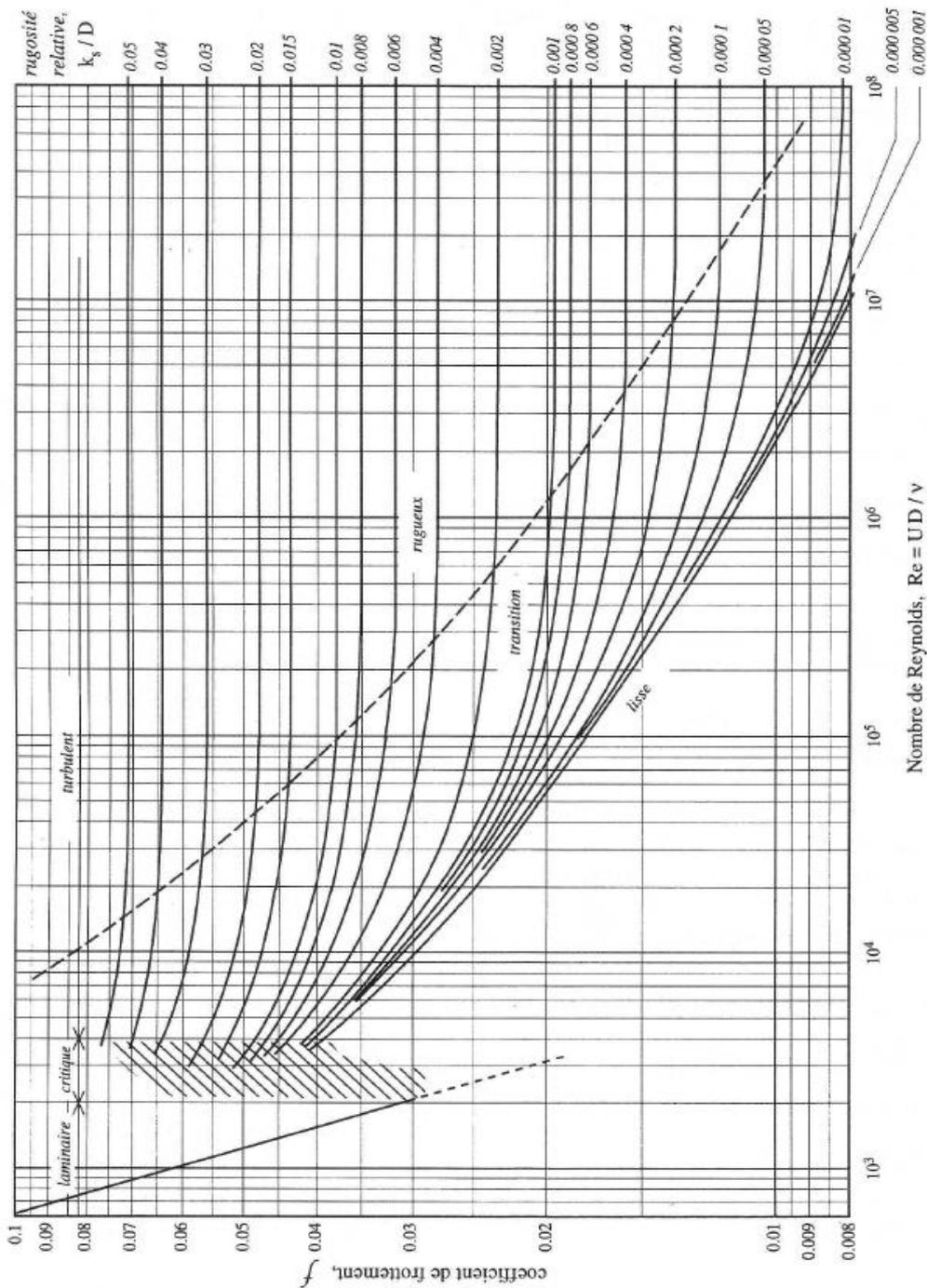
En 1939, **Colebrook-White** présente la formule qui permet de calculer le coefficient de frottement pour la conduite de diamètre (d) et rugosité donnée, la formule est la suivante:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[ \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{R\sqrt{\lambda}} \right]$$

**3. Diagramme universel de MOODY:**

On peut utiliser le diagramme de Moody (Fig.III.7) pour la détermination de  $\lambda$ ,  $\lambda = f(R, \frac{\varepsilon}{d})$

Fig. II.4 : Diagramme de Moody



**II.5.2.Perte de charge singulière:**

La perte de charge singulière J, localisée dans une section de la conduite est provoquée par un changement de direction et d'intensité de vitesse, cette perte de charge peut être provoquée par:

- Un changement de section de la conduite
- Un changement de la direction d'écoulement.
- Un branchement ou un raccordement de conduite.
- Les dispositifs mesurent le débit.
- Les dispositifs contrôlent le débit.

La perte de charge singulière est généralement exprimée comme suit:

$$j_s = \xi \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots II.17$$

Avec: V: vitesse moyenne de l'écoulement (m/s)

g: accélération de la pesanteur, (m/s<sup>2</sup>)

ξ: Coefficient de la perte de charge singulière qui dépend de la géométrie (forme, dimension).

La valeur de ξ dépend des cas suivants:

**\* Changement de section :**

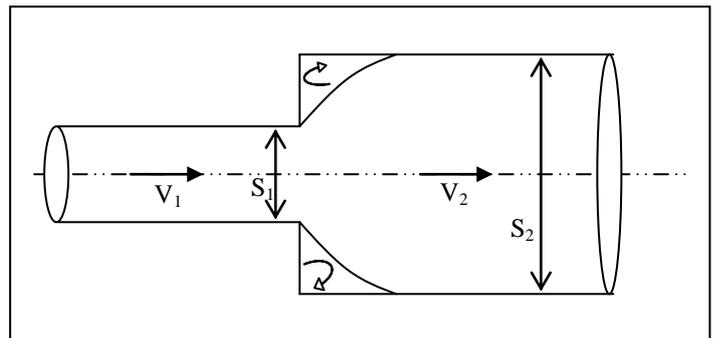
**a. Elargissement:**

a.1 Elargissement brusque:

la perte de charge provoquée par un élargissement brusque est donnée par la formule de BORDA

$$j_s = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right)^2 \cdot \frac{V_1^2}{2g}$$

$$j_s = \xi \frac{V_1^2}{2g} \dots\dots\dots II.18$$

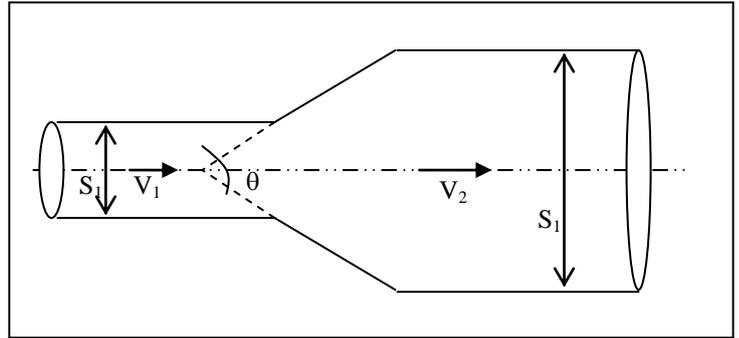


ξ: Coefficient de perte de charge singulière :  $\xi = \left(1 - \frac{s_1}{s_2}\right)^2$

**a.2 Elargissement progressif "DIFFUSEUR"**

$$j_s = \xi \frac{(V_1)^2 - (V_2)^2}{2g}$$

Où  $\xi = f(\theta, \frac{s_1}{s_2})$



- Pour  $\theta < 7^\circ$ , il n'y a pas de décollement et la perte de charge singulière  $\approx 0$ , mais si le divergent est long, il faut tenir compte de la perte de charge linéaire.
- Pour  $120 < \theta < 180^\circ$ , l'écoulement se décolle de la paroi, le coefficient  $\xi \approx 1$

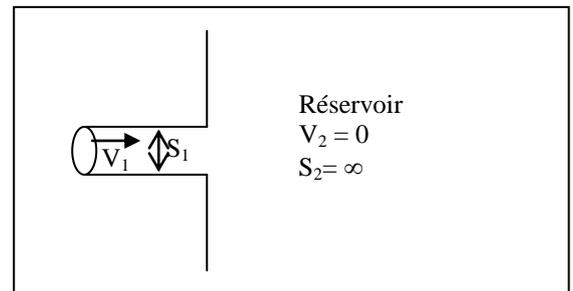
Quelque valeur de :  $\xi = f(\theta)$ .

$\theta^\circ$	8	10	16	18	20	30	40
$\xi$	0,088	0,119	0,245	0,307	0,389	0,8	0,9

**a.3 Cas particulier:**

La conduite débouche dans un réservoir

$\Rightarrow \xi \approx 1$



**b. Rétrécissement**

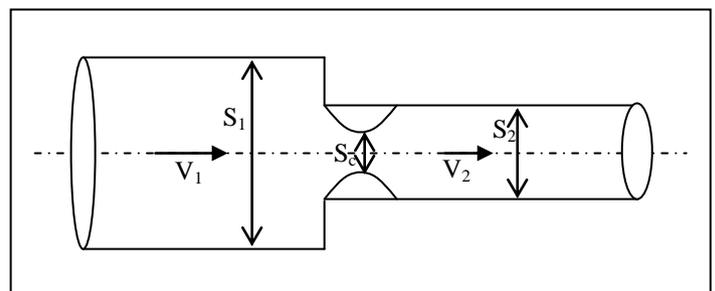
b.1 rétrécissement brusque:

$$j_s = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2}\right) \frac{V_2^2}{2g} = \xi \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\xi = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 / C_c = \frac{S_c}{S_2}$$

$S_c$  : section contractée

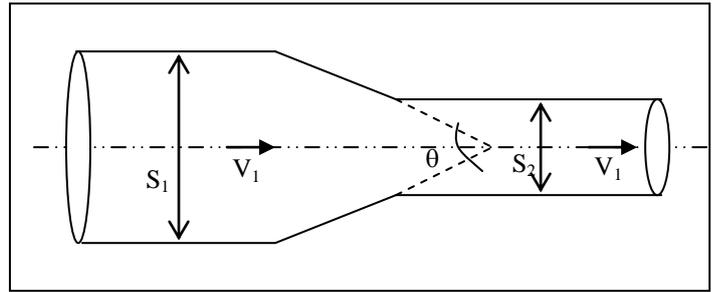
$$C_c = 0,63 + 0,37 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^3 \text{ (Formule Wisbatch).}$$



**b.2 rétrécissement progressif:**

$$j_s = \xi \left( \frac{(V_2)^2 - (V_1)^2}{2g} \right)$$

$$\xi = \left( \frac{1}{C_c} - 1 \right)^2 \sin \theta, C_c = 0,63 + 0,37 \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^3$$

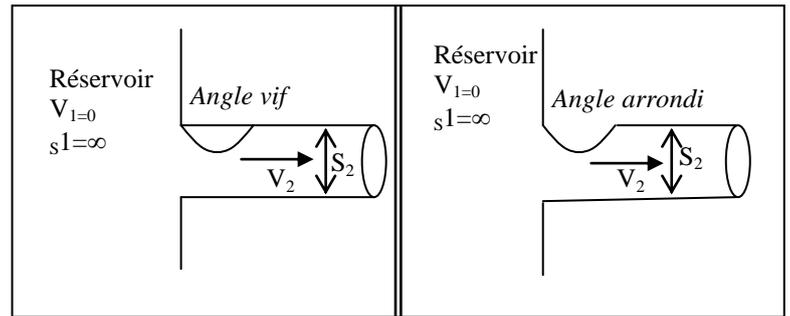


**b.3 Cas particulier**

Cas d'une conduite part d'un réservoir

$$\xi = 0,5, C_c = 0,6 \Rightarrow \text{angle.vif}$$

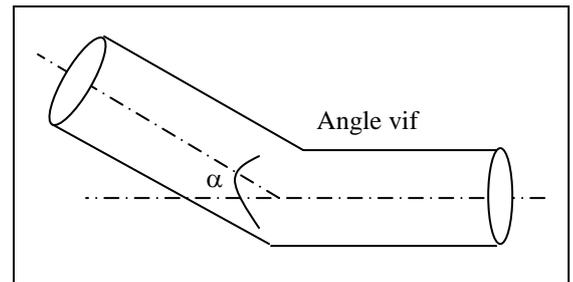
$$\xi = 0,01, C_c = 1 \Rightarrow \text{angle.arrondi}$$



**\* Coudes**

**a. Coude à angle vif:**

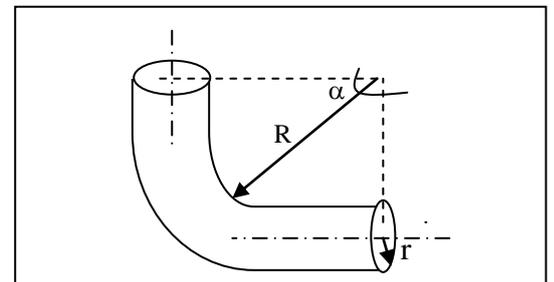
$$\xi = 0,946 \cdot \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) + 2,05 \sin^4 \left( \frac{\alpha}{2} \right)$$



$\alpha$	20	40	60	80	90	100	120	140	160
$\xi$	0,04	0,14	0,36	0,74	0,98	1,26	1,86	2,43	2,85

**b. Coude courbé:**

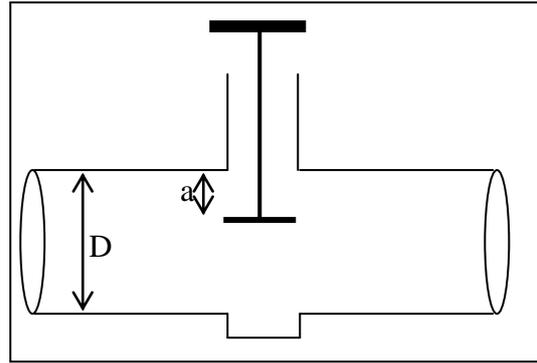
$$\xi = \left[ 0,131 + 1,847 \left( \frac{r}{R} \right)^{3,5} \right] \frac{\alpha}{90^\circ}$$



$r/R$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\alpha = 60^\circ$	0,087	0,091	0,105	0,136	0,196	0,294	0,441	0,651	0,937	1,318
$\alpha = 90^\circ$	0,132	0,138	0,158	0,206	0,294	0,44	0,661	0,971	1,408	1,978

- **Vanne:**

a : degré d'ouverture de le vanne



$a/D$	$1/4$	$3/8$	$1/2$	$5/8$	$3/4$	$7/8$
$\xi$	0,26	0,81	2,06	5,52	17	97,8