

## Conversion d'énergie TD 01

### Exercice 01 :

Soit un cycle Diesel théorique dont le taux de compression est de 18. La chaleur transmise au fluide moteur par cycle est de 1 800 kJ/kg. Au début de la compression, la pression de l'air est de 100 kPa et la température, de 15 °C.

Déterminez le rendement thermique et la pression moyenne effective du cycle.

Admettez les hypothèses d'air standard simplifiées.

On donne :  $c_p = 1,005 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  ;  $c_v = 0,718 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  ;  
 $k = 1,4$  ;  $R = 0,287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ .

### Exercice 02 :

Le cycle d'Otto est constitué de deux isentropiques et deux isochores que subit un mélange d'air et de carburant. Le système fermé considéré est donc une masse déterminée de ce mélange. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :

1. un cylindre admet le mélange à travers une soupape d'admission dans un volume  $V_A$  (portion IA du cycle);
2. les soupapes sont fermées et le mélange subit une compression isentropique jusqu'à un volume  $V_B$  (portion AB). Au point B se produit l'explosion du mélange qui augmente la pression de B à C;
3. les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD);
4. La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.

Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique  $\alpha$  qui vaut  $\frac{V_A}{V_B}$ . Les températures du mélange en A et C valent  $T_A = 293 \text{ K}$  et  $T_C = 1220 \text{ K}$ .

1. Tracer schématiquement ce cycle de Beau de Rochas dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5 points I, A, B, C, et D.
2. Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.
3. Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité  $\eta_m$  de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.
4. Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression  $\alpha$ .
5. Calculer le rendement (par rapport au moteur de Carnot idéal) de ce cycle.

Pour l'application numérique, on considère :  $\gamma = 1,4$  et  $\alpha = 9$ .

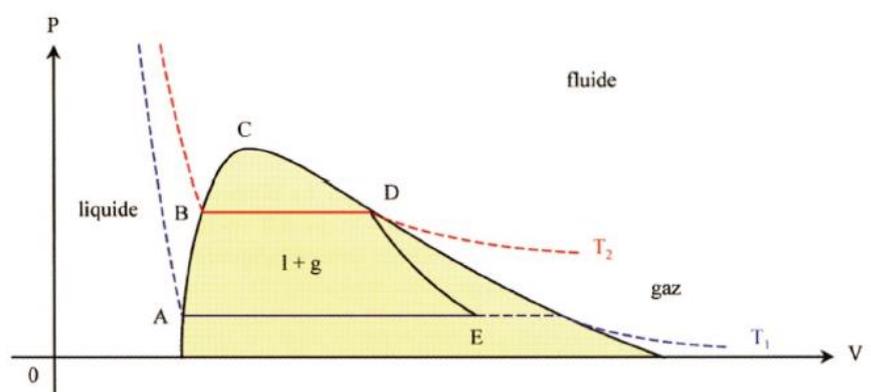
### Exercice 03 :

Une machine à vapeur fait décrire à une masse  $m = 1,0 \text{ kg}$  d'eau un cycle moteur au cours duquel l'eau passe de l'état liquide à l'état vapeur. Le cycle de transformations ABDE est présenté dans le diagramme de Clapeyron (cf. figure ci-contre), sur lequel figurent également les courbes isothermes aux températures :

$$T_1 = 375 \text{ K} \text{ et } T_2 = 500 \text{ K}.$$

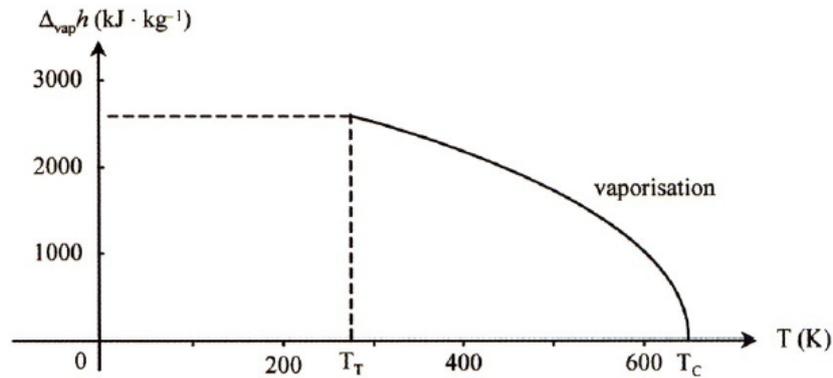
La transformation DE est une détente adiabatique réversible.

L'eau liquide est assimilée à une phase condensée, de capacité thermique massique  $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .



## Conversion d'énergie TD 01

L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est donnée par le diagramme ci-dessous.



- 1) Préciser l'état physique de l'eau aux quatre points du cycle. Caractériser alors les différentes transformations.
- 2) Quelle simplification le modèle de la phase condensée idéale apporte-t-il à la transformation  $AB$  ?
- 3) Déterminer les transferts thermiques reçus par le fluide au cours des différentes étapes du cycle, en utilisant, si cela est nécessaire, la fraction massique de gaz  $x$ .
- 4) Exprimer la variation d'entropie de chaque étape du système, en utilisant si cela est nécessaire, la fraction massique de gaz  $x$ . Déterminer alors  $x$  au point où le fluide est diphasé.
- 5) Définir et calculer le rendement de ce cycle. Comparer la valeur obtenue à celle d'un cycle idéal de Carnot et expliquer l'origine de la différence.

correction

Ex01 :

**Solution** Soit un cycle Diesel théorique. Il faut déterminer le rendement thermique et la pression moyenne effective du cycle.

**Hypothèses** 1. Les hypothèses d'air standard simplifiées sont admises. Par conséquent, les chaleurs massiques de l'air sont constantes et estimées à 25 °C.  
2. Les énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

**Propriétés** De la table A.2:  $c_p = 1,005 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $c_v = 0,718 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $k = 1,4$ ;  $R = 0,287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ .

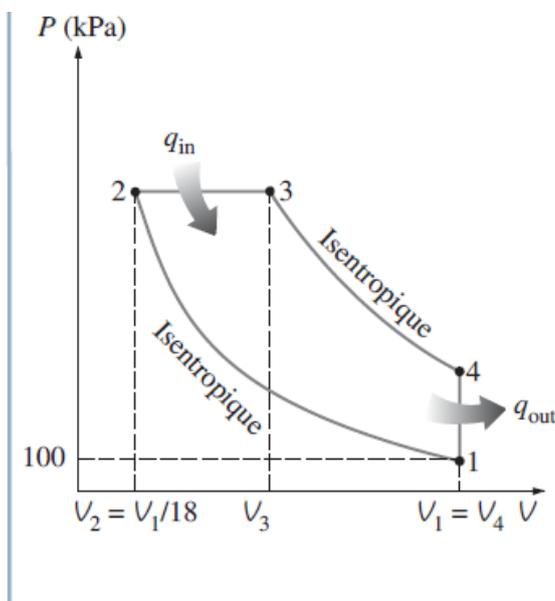


FIGURE 9.23

Diagramme  $P$ - $V$  du cycle Diesel

Afin d'estimer le rendement thermique et la pression moyenne effective, on détermine l'état du fluide moteur aux différents états du cycle.

La compression isentropique de l'état 1 à l'état 2 est

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{(0,287 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}))(288 \text{ K})}{(100 \text{ kPa})} = 0,827 \text{ m}^3/\text{kg}$$

et

$$v_2 = \frac{v_1}{18} = \frac{(0,827 \text{ m}^3/\text{kg})}{18} = 0,04595 \text{ m}^3/\text{kg}$$

## Conversion d'énergie TD 01

D'autre part

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = (18)^{0,4} = 3,1777, \text{ soit } T_2 = 915,8 \text{ K}$$

et

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = (18)^{1,4} = 57,2, \text{ soit } P_2 = 5,72 \text{ MPa}$$

L'apport de chaleur à pression constante de l'état 2 à l'état 3 est

$$q_{\text{in}} = c_p (T_3 - T_2)$$

soit

$$T_3 = T_2 + q_{\text{in}}/c_p = (915,8 \text{ K}) + (1\,800 \text{ kJ/kg})/(1,005 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}) = 2\,710 \text{ K}$$

et

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}, \text{ soit } \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

ou encore

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{(2\,710 \text{ K})}{(915,8 \text{ K})} = 2,959 \text{ et } v_3 = 0,13598 \text{ m}^3/\text{kg}$$

La détente isentropique de l'état 3 à l'état 4 est

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{0,827 \text{ m}^3/\text{kg}}{0,13598 \text{ m}^3/\text{kg}}\right)^{0,4} = 2,0588, \text{ soit } T_4 = 1\,316 \text{ K}$$

L'évacuation de chaleur à volume constant de l'état 4 à l'état 1 est

$$q_{\text{out}} = c_v (T_4 - T_1) = (0,718 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)})/(1\,316 \text{ K} - 288 \text{ K}) = 738,1 \text{ kJ}$$

Le travail net produit est alors

$$w_{\text{net}} = q_{\text{in}} - q_{\text{out}} = 1\,800 \text{ kJ} - 738,1 \text{ kJ} \cong 1\,062 \text{ kJ}$$

Le rendement thermique est

$$\eta_{\text{th}} = \frac{w_{\text{net}}}{q_{\text{in}}} = \frac{(1\,062 \text{ kJ})}{(1\,800 \text{ kJ})} = 0,59 = 59 \%$$

et la pression moyenne effective est

$$\text{PME} = \frac{w_{\text{net}}}{v_1 - v_2} = \frac{(1\,062 \text{ kJ})}{(0,827 \text{ m}^3/\text{kg} - 0,04595 \text{ m}^3/\text{kg})} = 1\,360 \text{ kPa}$$

## Conversion d'énergie TD 01

- Voir la figure 1 ci-dessous.
- Sur les deux isentropiques AB et CD, aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ( $Q_c > 0$ ) au cours de l'explosion (portion BC), et perd de la chaleur ( $Q_f < 0$ ) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni  $W_{total} < 0$  (le cycle est parcouru dans le sens horaire; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail  $W_{AB} > 0$  fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B, et d'un travail  $W_{CD} < 0$  que génère le gaz entre C et D.

Le bilan thermique sur un cycle est le suivant :

$$\Delta U = W_{AB} + Q_c + W_{CD} + Q_f = 0 \quad \text{soit} \quad W_{total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_c - Q_f$$

- Au cours des transformations isochores, les quantités de chaleur échangées sont égales à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soient :

$$Q_c = \Delta U_{B \rightarrow C} = C_v (T_C - T_B) \quad \text{et} \quad Q_f = \Delta U_{D \rightarrow A} = C_v (T_A - T_D)$$

L'efficacité  $\eta_m$  de ce moteur thermique est donnée par

$$\eta = \frac{|W|}{Q_c} = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

- Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a

$$\frac{T_A}{T_B} = \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{1}{\alpha} \right)^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad \frac{T_C}{T_D} = \left( \frac{V_D}{V_C} \right)^{\gamma-1} = \alpha^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit

$$\eta = 1 + \frac{T_B \times \alpha^{1-\gamma} - T_D}{T_D \times \alpha^{\gamma-1} - T_B} = 1 + \alpha^{1-\gamma} \frac{T_B - T_D \times \alpha^{\gamma-1}}{T_D \times \alpha^{\gamma-1} - T_B} = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{90,4} = 58,5\%$$

Numériquement,

- L'efficacité du moteur de Carnot idéal de ce cycle fonctionnant entre les températures  $T_A$  et  $T_C$  vaut

$$\eta_c = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{293}{1220} = 76\%$$

$$r = \frac{\eta}{\eta_c} = \frac{58,5}{76} = 77\%$$

Le rendement du cycle de Beau de Rochas vaut donc

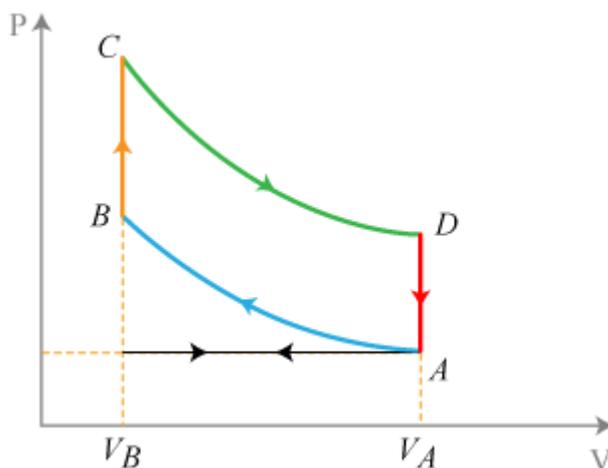


Figure 1

## Conversion d'énergie TD 01

### Correction :

1) Les points A et B sont sur la courbe d'ébullition : l'eau est alors liquide (mélange liquide-vapeur saturé en liquide).

Le point D est sur la courbe de rosée : l'eau est alors gazeuse (mélange liquide-vapeur saturé en vapeur).

Au point E, le système est diphasé : l'eau est en partie liquide, en partie gazeuse.

Transformation AB : échauffement du liquide

Transformation BD : vaporisation totale du liquide, isotherme et isobare

Transformation DE : détente adiabatique et réversible

Transformation EA : liquéfaction partielle de la vapeur, isotherme et isobare

2) Dans une phase condensée et idéale, le volume du système reste constant. La transformation AB peut donc être considérée comme isochore.

3) Transformation AB : la transformation AB étant isochore, on a :

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} \Rightarrow \boxed{Q_{AB} = mc(T_2 - T_1)} = 523 \text{ kJ} > 0$$

Transformation BD : la transformation BD étant isobare, on a :

$$\Delta H_{BD} = Q_{BD} \Rightarrow \boxed{Q_{BD} = m\Delta_{vap}H(T_2)} = 1,8 \text{ MJ} > 0$$

Il est logique que le fluide reçoivent plus de transfert thermique pour le changement d'état que pour l'échauffement liquide.

Transformation DE : la transformation DE est une détente adiabatique, donc le fluide ne reçoit pas de transfert thermique au cours de cette transformation :

$$\boxed{Q_{DE} = 0}$$

## Conversion d'énergie TD 01

Transformation EA : la transformation EA étant isobare, on a :

$$\Delta H_{EA} = Q_{EA} \Rightarrow \boxed{Q_{EA} = -m x \Delta_{vap} H(T_1)} < 0$$

4) Transformation AB : on utilise la première identité thermodynamique :

$$dS_{AB} = \frac{dU_{AB}}{T} = mc \frac{dT}{T} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{AB} = mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

Transformation BD :

$$\boxed{\Delta S_{BD} = \frac{m \Delta_{vap} H(T_2)}{T_2}}$$

Transformation DE : la transformation DE est une transformation adiabatique et réversible, donc :

$$\boxed{\Delta S_{DE} = 0}$$

Transformation EA :

$$\boxed{\Delta S_{EA} = -\frac{m x \Delta_{vap} H(T_1)}{T_1}}$$

Pour une transformation cyclique, on sait que :

$$\begin{aligned} \Delta S = 0 &= \Delta S_{AB} + \Delta S_{BD} + \Delta S_{DE} + \Delta S_{EA} \\ \Leftrightarrow mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m \Delta_{vap} H(T_2)}{T_2} - \frac{m x \Delta_{vap} H(T_1)}{T_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{c T_1}{\Delta_{vap} H(T_1)} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{T_1 \Delta_{vap} H(T_2)}{T_2 \Delta_{vap} H(T_1)}} &= 0,80 \end{aligned}$$

5) Le rendement du cycle est défini par :

$$r = -\frac{W}{Q_c} = -\frac{W}{Q_{AB} + Q_{BD}}$$

Puis, on applique le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle de transformation du gaz :

$$\begin{aligned} \Delta U = 0 &= W + Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA} \\ \Leftrightarrow W &= -(Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA}) \\ \Rightarrow \boxed{r = 1 + \frac{Q_{EA}}{Q_{AB} + Q_{BD}}} &= 0,23 \end{aligned}$$

Pour un cycle de Carnot, le rendement vaut quant à lui :

$$r_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0,25 > r$$

Le rendement du cycle réel est inférieur à celui du cycle idéal de Carnot. Ceci est tout à fait logique car la transformation AB se fait par contact avec une source chaude. Il n'y a donc pas d'équilibre thermique, ce qui rend la transformation irréversible et le rendement inférieur à celui de la machine réversible idéale de Carnot.