سلسلة تمارين رقم 03

التمرين الأول

1- بإستعمال نظرية التزايدات المنتهية برهن أن :

$$\forall\, x > 0 \;, \frac{1}{x+1} < Ln(x+1) - Lnx < \frac{1}{x}$$

2- إستنتج أن الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}_+^*$ بـ :

$$f(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} \quad et \quad g(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+1}$$

أنهما رتيبتين

3 - أوجد النهايتين : $\lim\limits_{x\to\infty}[Lnf](x)$ و $\lim\limits_{x\to\infty}[Lng](x)$

ثم إستنتج النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

التمرين الثاني

بتطبيق نظرية التزايدات المنتهية على الدالة $Arctg$ برهن أن :

$$\forall\, x > 0 \;, \qquad Arctgx > \frac{x}{1+x^2}$$

التمرين الثالث

تعطى عبارة ليبنز بالطريقة التالية :

إذا كانت الدالتين f و g قابلتين للإشتقاق n مرة على مجال I فإن الدالة $(f.g)$ قابلة للإشتقاق على I ، n مرة ولدينا :

$$(f.g)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)} g^{(n-k)}$$

- أحسب المشتقة النونية (المشتقة من الرتبة n) للدالة $f(x) = x^2 Lnx$

....

$C_n^k = \frac{n!}{p!(n-p)!}$,

$C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$