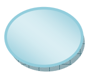
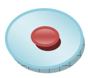
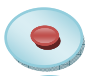
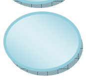
Introduction

De nos jours les systèmes informatiques sont devenus d'une grande complexité. En plus les systèmes dynamiques ne peuvent pas être décrits en ne prenant en compte que leurs états initiaux et finaux. En effet, on doit tenir compte de leur comportement permanent qui est une séquence d'états, pour qu'on puisse parler d'une description bien fondée. Parmi le grand nombre des techniques formelles qui ont déjà été proposées pour spécifier, analyser et vérifier ce genre de systèmes, les réseaux de pétri sont l'une des plus utilisés

Les réseaux de pétri offrent un outil formel (Sémantique et Mathématique) et une bonne représentation graphique qui permettent de modéliser et d'analyser les systèmes discrets, particulièrement les systèmes concurrents et parallèles. La facette graphique des réseaux de pétri, nous aide à comprendre aisément le système modélisé. Par ailleurs, leur puissance d'expression mathématique permet de simuler des activités dynamiques et concurrentes. L'intérêt majeur de ces réseaux réside dans leurs possibilité d'analyser les systèmes modélisés, grâce aux modèles de graphes et aux équations algébriques (aspect mathématique). Les réseaux de pétri sont des outils de modélisation utilisés généralement en phase préliminaire de conception de système afin de réaliser leur spécification fonctionnelle, modélisation et suivre leur évaluation. Grâce à leur expressivité et à leur souplesse, ils sont utilisés dans une large variété de domaines. Ils permettent notamment : La modélisation des systèmes informatiques, l'évaluation des performances des systèmes discrets, des interfaces homme-machine, la commande des ateliers de fabrication, la conception de systèmes temps réel, la modélisation des protocoles de communication et la modélisation des chaines de production (de fabrication), les systèmes distribués et l'architecture des ordinateurs, … etc.

1. Définition de RdP

Un Réseau de Pétri (RDP) est un graphe composé de deux sortes de nœuds :

- **Les places :** (représentées par des cercles) qui permettent la description des états (conditions), possibles du système. 
- **Les transitions :** (représentées par des barres) qui permettent la description des événements ou les actions qui causent le changement de l'état. 
- Satisfaction d'une condition: modélisée à l'aide d'un jeton 
- Condition vraie 
- Condition fausse 

Les Réseaux de Pétri offrent une description d'un système en faisant une distinction claire entre l'aspect statique et l'aspect dynamique, telle que sa représentation graphique facile et compréhensible par les utilisateurs. L'analyse d'un réseau de Pétri peut énoncer des caractéristiques importantes du système concernant sa structure et son comportement dynamique. Les résultats de cette analyse sont utilisés pour évaluer le système et en permettre la modification ou l'amélioration. La figure suivante représente la méthode générale de modélisation :

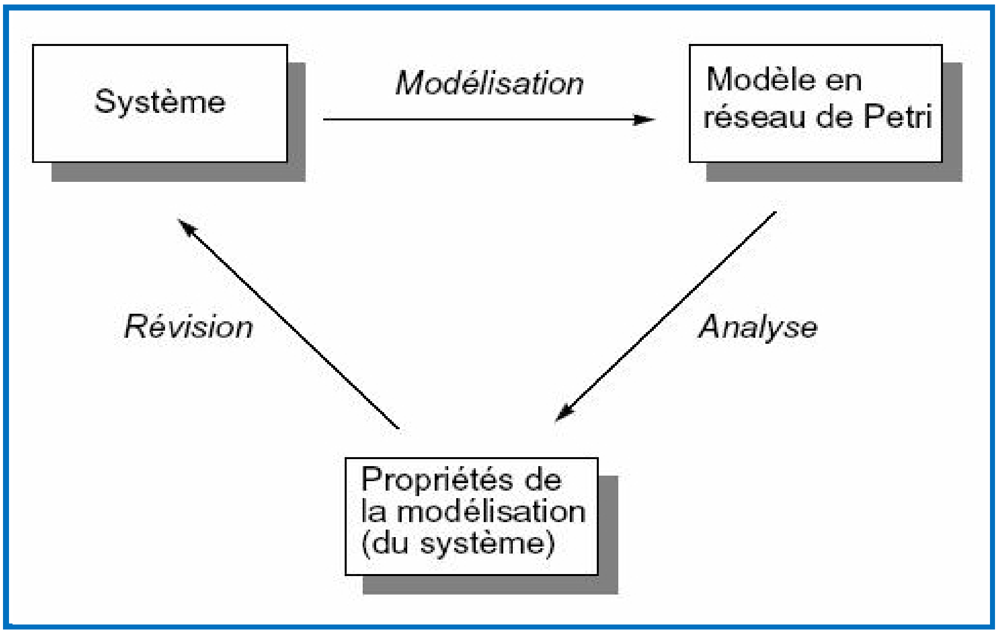


Figure 01 : Méthode générale de modélisation et d'analyse basée sur les réseaux de pétri.

- , **Concepts de base pour les RDP :** Il existe trios concepts de base : [BENMOUSSA, HOUIDI ; 2015]
  - **Condition :** Une condition est un prédicat ou une description logique d'un état du système. Une condition peut être vraie ou fausse. Un état du système peut être décrit comme un ensemble des conditions.
  - **Evénement :** Les événements sont des actions se déroulant dans le système. Le déclenchement d'un événement dépend de l'état du système.
  - **Déclenchement, pré-condition, post-condition :** Les conditions nécessaires au déclenchement d'un événement sont les pré-conditions de l'événement. Lorsqu'un événement se produit, certaines de ses pré-conditions peuvent cesser d'être vraies alors que d'autres conditions, appelées post conditions de l'événement, deviennent vraies.

1.1. Aspect structurel

1.1.1. Formellement

Un réseau de pétri est défini par un quadruplet PN = (P, T, E, S) Ou :

- P= (p1, p2,…. pm), un ensemble fini de places.
- T= (t1, t2,…. tm), un ensemble fini de transitions.
- E la fonction d'incidence avant (forward function), relient des transitions à des places, E : P * T → N
- S la fonction d'incidence arrière (backward function), relient des places à des transitions, S : P * T → N

- L'ensemble de places et l'ensemble de transition sont disjoints $P \cap T = \Phi$ **[Bah05]**

1.1.2. Représentation graphique

Un réseau de Pétri est représenté par un graphe orienté composé d'arcs reliant des places et des transitions .Deux places ne peuvent être reliées entre elles, ni deux transitions. **[Wiki]**. Les places peuvent contenir des jetons .la distribution des jetons dans les places est appelée le marquage du réseau de pétri. **[Boimond04]**. Les places : sont représentées par des cercles qui contiennent des jetons. Et les transitions : sont représenter par des rectangle et représentent des événements.

Il y a deux types de transition soit une place vers une transition, soit une transition vers une place et La figure suivante nous montre cette notion :

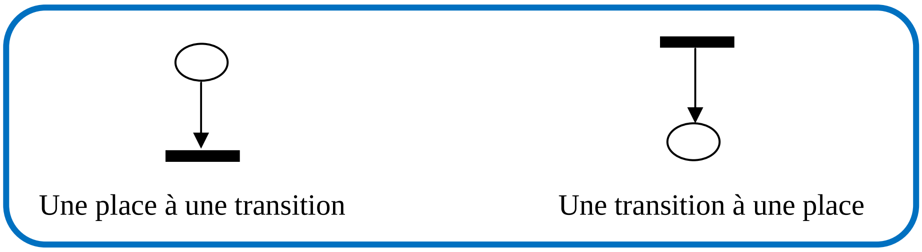


Figure 02 : Les différents types de transition.

Le tir d'une transition conduit au changement d'état du réseau. Ce tir correspond à des mouvements de jeton d'une place d'entrée vers une place de sortie de la transition.

La figure suivante représente un exemple « Modèle d'opérations sur deux entiers naturels » : Soient *n*1 et *n*2 deux entiers naturels. On veut modéliser l'*addition* de ses deux entiers par un RDP.

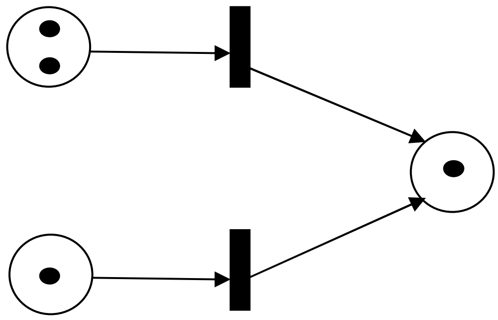


Figure 03 : Exemple d'addition de 2 entiers par un réseau de Pétri.

L'état du système est caractérisé par :

- Le nombre $n1$ à l'instant initial (nombre de marques dans la place $P1$)
- Le nombre $n2$ à l'instant initial (nombre de marques dans la place $P2$)
- La somme $n1 + n2$ à l'instant final (nombre de marques dans la place $P3$)

L'état du système va évoluer quand :

- Une marque est enlevée de $P1$ pour être placée dans $P3$ (franchissement de la transition $T1$)
- Une marque est enlevée de $P2$ pour être placée dans $P3$ (franchissement de la transition $T2$)

1.2. Aspect comportemental

1.2.1. Marquage

Un réseau de pétri marqué est définie par le couple {R, M}, où R est un réseau de pétri, et M : P->N est une application appelé la fonction de marquage qui associe à chaque place de R un nombre de jetons. L'état d'un réseau est souvent appelé *marquage* du réseau.
Un réseau de Pétri marqué est donné par $\Sigma = (P, T, W, M0)$ où $M0$ est le marquage initial.
Le comportement d'un réseau de Pétri marqué est défini par une *règle de franchissement*.

- Notion de changement d'état (règle de franchissement) : Un ***changement d'état*** est dénoté par un mouvement de jetons (points noirs) de places d'entrée vers des places de sortie d'une transition. Ce mouvement est causé par le franchissement d'une transition **[RDP]**. Le franchissement est conditionné par la présence de jetons dans les places d'entrée de la transition, chaque place contient un nombre entiers positive ou nul de marques ou jetons

Ci-dessous un exemple de marquage est schématisé :

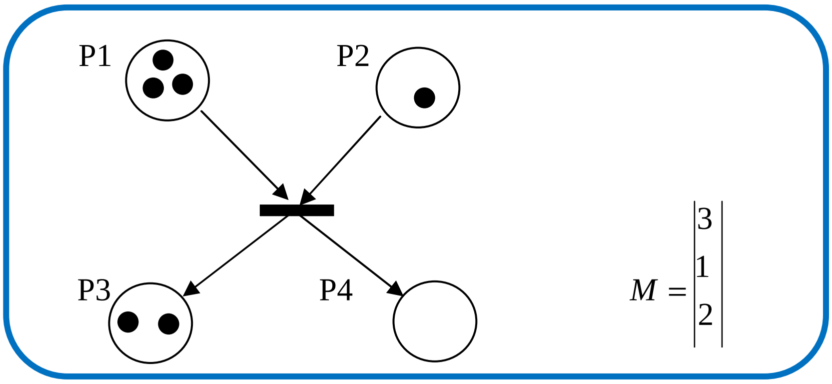


Figure 04: Le marquage.

1.2.1.1. Marquage accessible

L'ensemble des marquages est l'ensemble Mi qui peuvent être atteint par le franchissement d'une S à partir du marquage initial M0. *M0 = {Mi tel que Mi[s →Mj]} Comme il est représenté par l'exemple suivant :

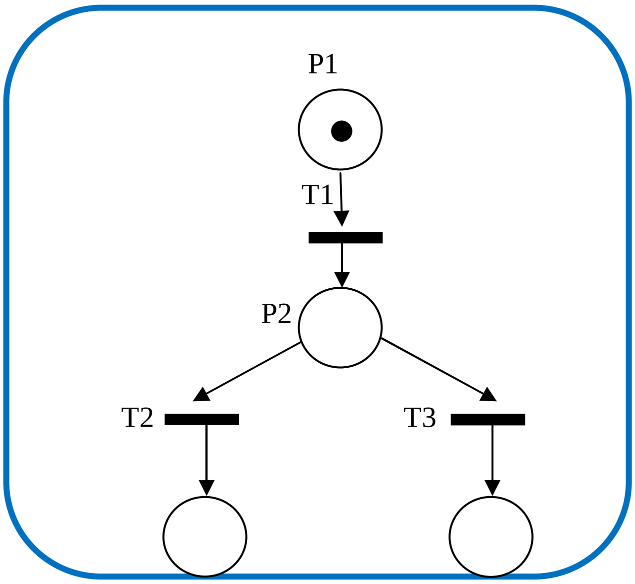


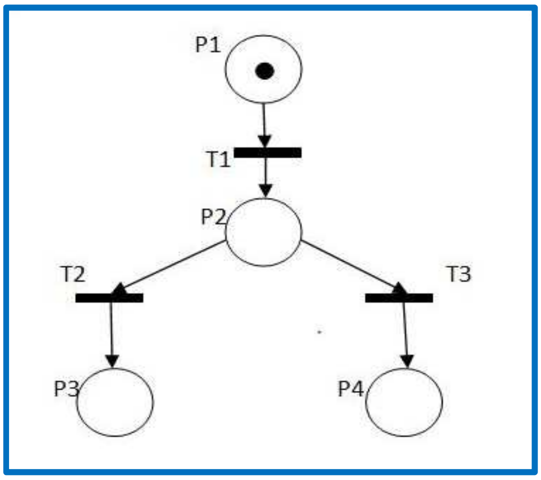
Figure 05: Ensemble de marquage.

*M0={M0 M1 M2 M3} avec M0=[1 0 0 0] ; M1=[0 1 0 0] ;M2=[0 0 1 0] ;M3=[0 0 0 1].

1.2.1.2. Graphe de marquage accessible

On utilise le graphe de marquage quand le nombre de marquages accessibles est fini.

Exemple : dans cet exemple nous montrons le marquage accessible et son graphe correspondant.



Le graphe de marquage correspondant :

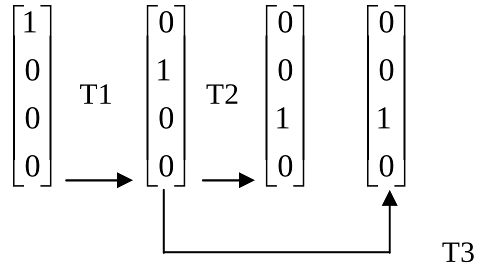


Figure 06 : Le graphe de marquage accessible.

1.2.2. Franchissement d'une transition

En peut dire qu'une transition est franchissable si toutes les places d'entrée de la transition contiennent au moins un jeton. Le franchissement consiste à retirer un jeton de chacune des places d'entrée et à rajouter un jeton à chacune des places de sortie de la même transition. Si dessous on a un exemple concret sur le franchissement d'une transition. **[RDP]**. ***Exemple :*** le franchissement d'une transition source consiste à rajouter un jeton à chacune de ces places de sortie comme il est présenté dans cette figure :

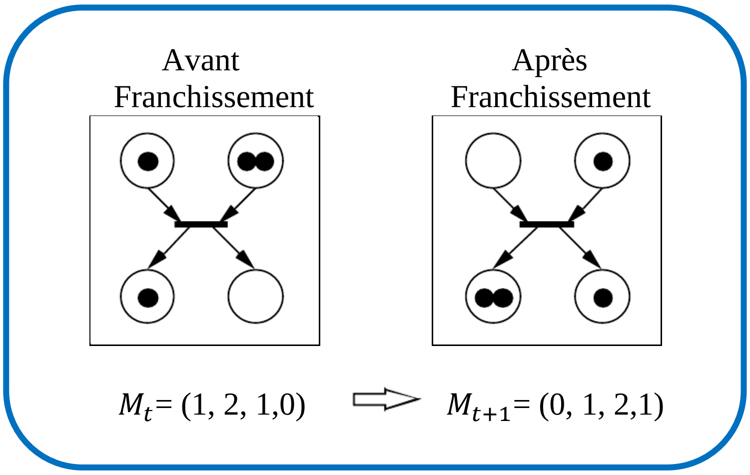


Figure 07 :   Le franchissement d'une transition.

- **Les règles générales d'évolution temporelle d'un réseau de Pétri**

Les règles générales d'évolution des réseaux de Pétri marqué simple sont les suivantes :

A. Une transition est franchissable ou sensibilisée ou encore validée lorsque chacune des places en amont possède au moins un jeton.

B. Le réseau ne peut évoluer que par franchissement d'une seule transition à la fois, transition choisie parmi toutes celles qui sont validées à cet instant.

C. Le franchissement d'une transition est indivisible et de durée nulle.

Si une transition est validée, cela n'implique pas qu'elle sera immédiatement franchie. Ces règles introduisent en effet un certain indéterminisme dans l'évolution des réseaux de Pétri, puisque ceux-ci peuvent passer par différents états dont l'apparition est conditionnée par le choix des transitions tirées. Ce fonctionnement représente assez bien les situations réelles où il n'y a pas de priorité dans la succession des événements. **[Kaiser01]**

1.2.3. Séquence de franchissement

Dans un réseau de pétri une séquence de franchissement S est une suite de transition Ti, Tj,….,Tk qui peuvent être franchis successivement à partir d'un marquage donné. Une seule transition peut être franchie à la fois.

On note : Mi[S→Mj] ou Mi[S>Mj] à partir du marquage Mi, le franchissement de la séquence S aboutit au marquage Mj. Exemple : T1 T2 et T1 T3 sont deux séquences de franchissement. **[RDP]**

M0 [T1 T2→M1] et M0 [T1 T3→M2] avec M1= [0 0 1 0] t et M2= [0 0 0 1] t.

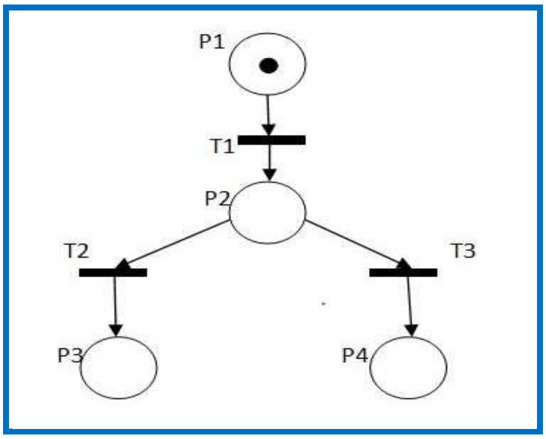


Figure 08 : Une séquence de franchissement.

2. RdP autonomes et non autonomes

2.1. Un RdP autonome : décrit le fonctionnement d'un système qui évolue de façon autonome, c à-d dont les instants de franchissement ne sont pas connus, ou pas indiqués. (Exemple : Le cycle des saisons. Le moment de passage de l'été à l'automne est inconnu.).

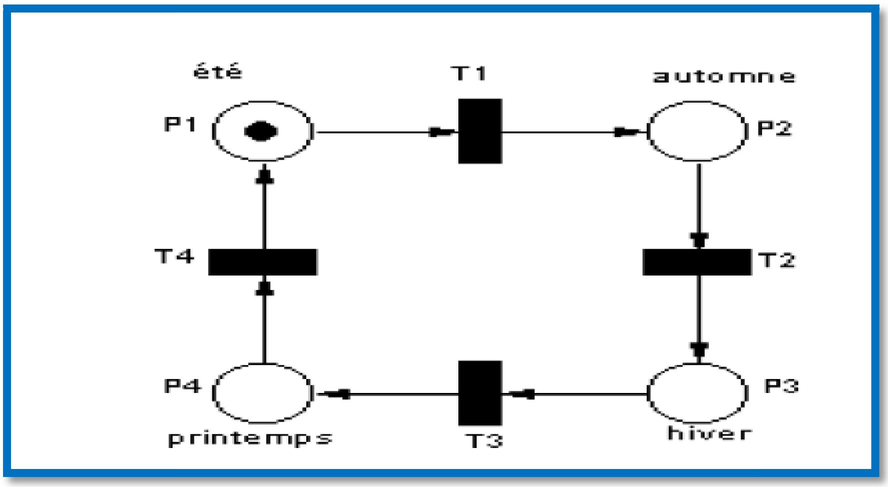


Figure 09 : RDP Autonome

2.2. Un RdP non autonome : décrit le fonctionnement d'un système dont l'évolution est conditionnée par des **événements externes** ou par **le temps** (Exemple : Démarrage d'un moteur). Un RdP non autonome est Synchronisé et/ou Temporisé.

3. Réseaux de Pétri particuliers

3.1. Graphe d'état : Un réseau de Pétri non marqué est un graphe d'état si et seulement si toute transition a exactement une seule place d'entrée et une place de sortie .Exemple : les transitions T1, T2, T3, T4 et T5 possède une place d'entrée et une seule place de sortie. **[Kurt03]**

Comme il est détaillé dans cette figure :

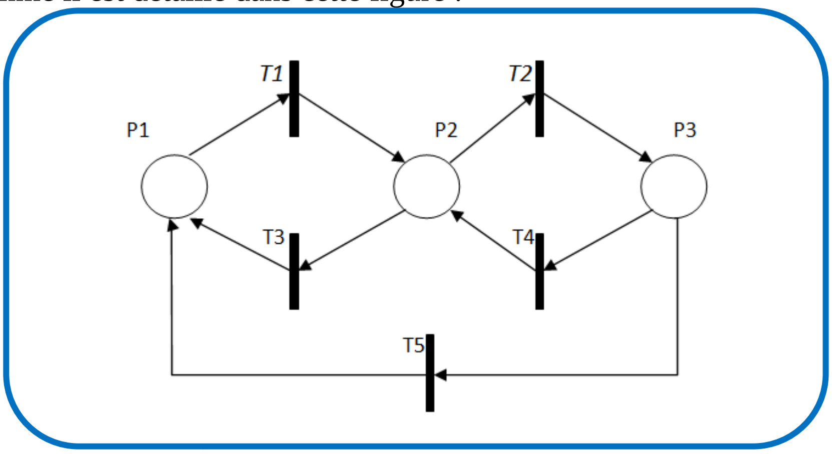


Figure 10 : Graphe d'état.

3.2. Graphe d'événement : Un réseau de Pétri est un graphe d'événement si et seulement si chaque place possède exactement une seule transition d'entrée et une seule transition de sortie comme il est schématisé ci-dessous. **[Kurt03]**

Exemple

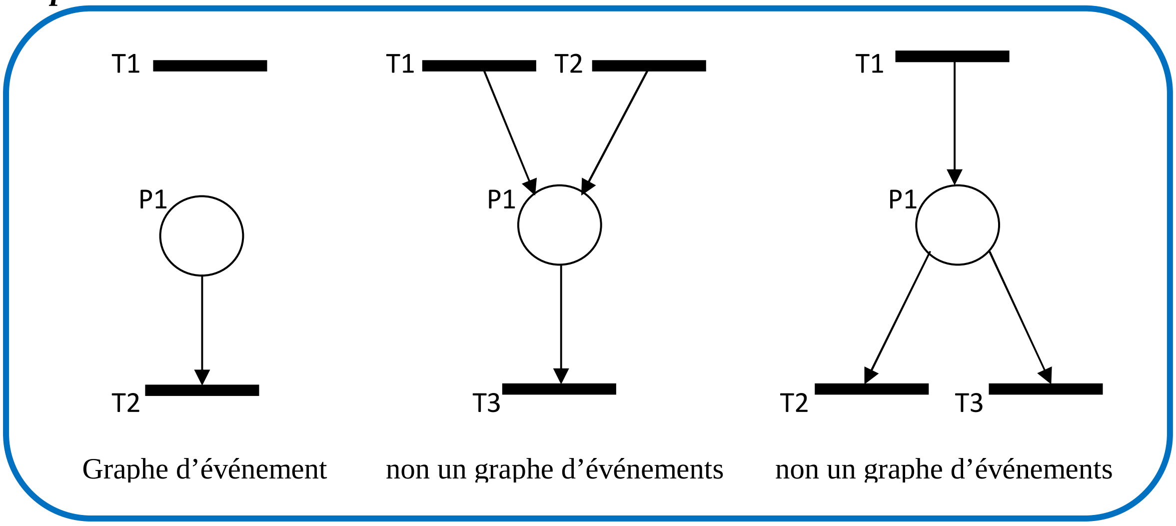


Figure 11 : Graph d'événement.

3.3. **RDP sans conflit :** En dire qu'un RDP est un réseau sans conflit si et seulement si chaque place a au plus une transition de sortie. Un RDP avec conflit est un réseau qui possède donc une place avec au moins deux transitions de sorties. Un conflit est noté : [Pi ,{T1,T2,….. ,Tn}] ; avec T1,T2,….,Tn étant les transitions de sortie de la place Pi. Comme il est montré dans la figure 11 **[Kurt03]**

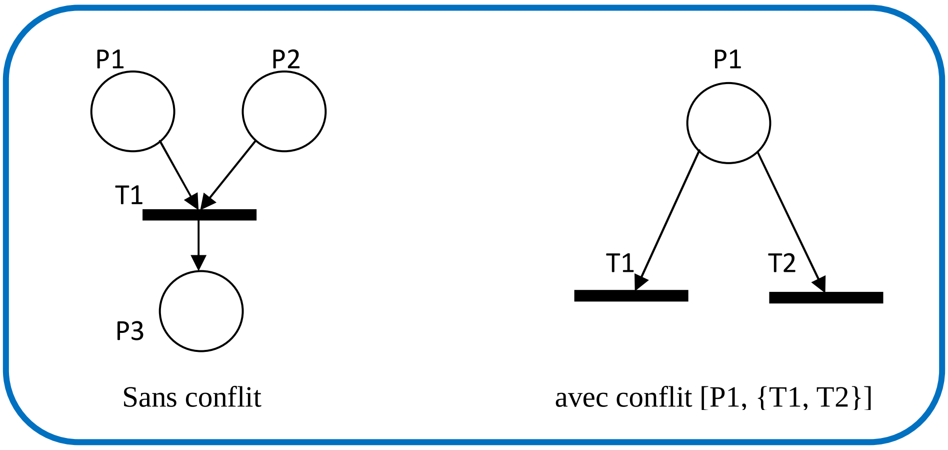


Figure 12 : Graphe RDP sans conflit.

3.4. **RDP à choix libre :** Un RDP est à choix libre est un réseau dans lequel pour tout conflit [Pi, {T1, T2,…. Tn}] aucune des transitions T1, T2,…. ,Tn ne possède aucune autre place d'entrée que Pi. Comme il est exprimé dans la figure 13. **[Kurt03]**

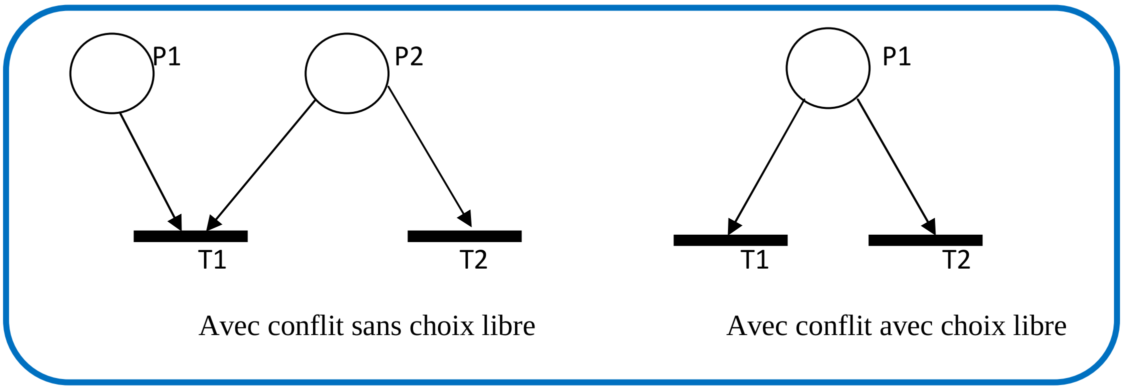


Figure 13 : RDP avec choix libre.

3.5. RDP simple : Un réseau de Pétri simple est un RDP dans lequel chaque transition ne peut être concernée que par un conflit au plus. Tel qu'il est présenté dans la figure 14. **[Kurt03]**

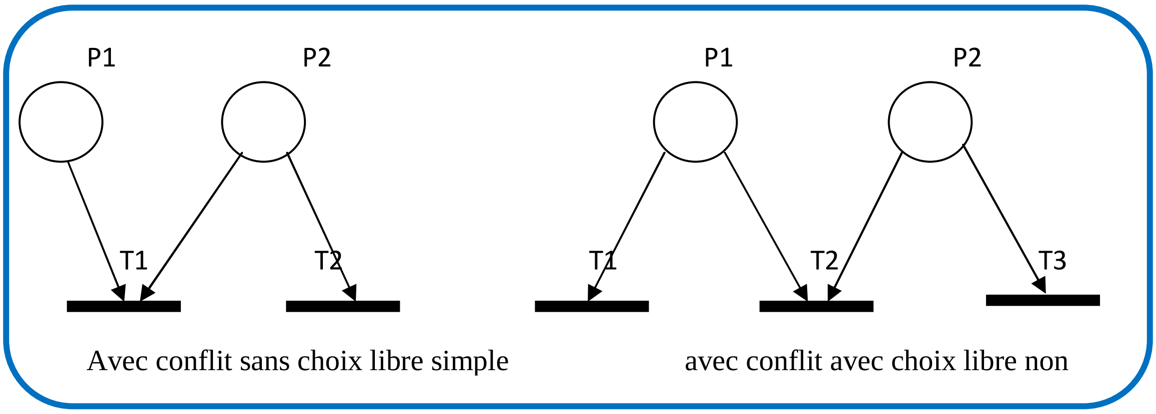


Figure 14: RDP simple.

3.6. RDP pur : Un RDP pur est un réseau dans lequel il n'existe pas de transition ayant une place d'entrée qui soit à la fois place de sortie de cette transition. **[Kurt03]**

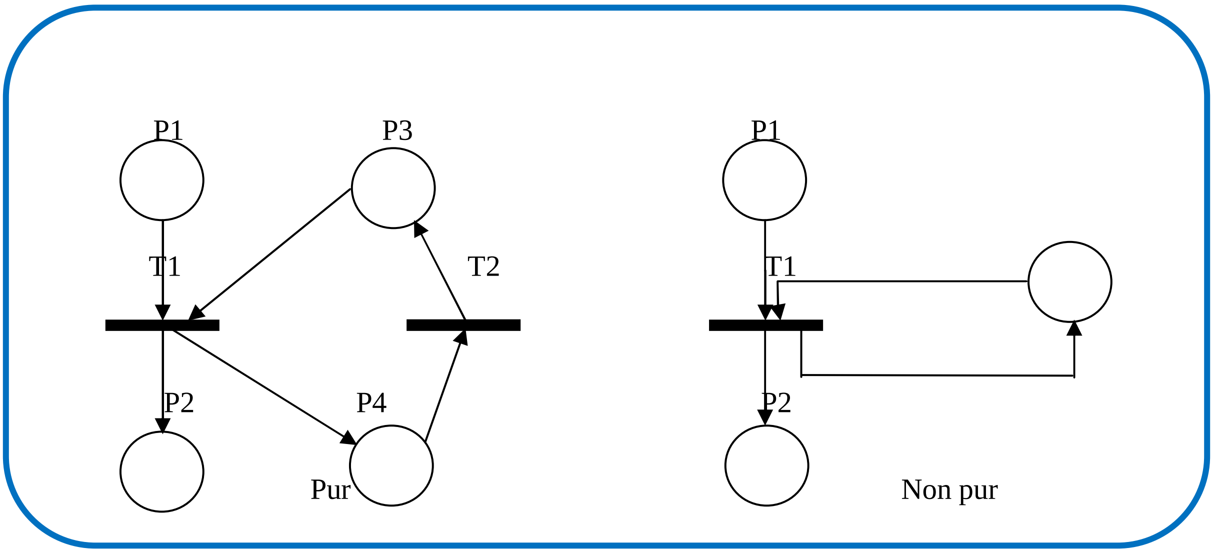


Figure 15 : RDP Pur.

3.7. RDP généralisés : Un RDP généralisé est un RDP dans lequel des poids (nombres entiers strictement positifs) sont associés aux arcs. Si un arc(Pi,Tj) a un poids K : la transition Tj n'est franchie que si la place Pi posséde au moins K jetons. Le franchissement consiste à retirer K jetons de la place Pi. Si un arc (Tj,Pi) a un poids K :le franchissement de le transition rajoute K jetons à la place Pi. Lorsque le poids n'est pas signalé ,il est égal à un par défaut. **[Kurt03]**

Comme il est exprimé dans la figure suivante :

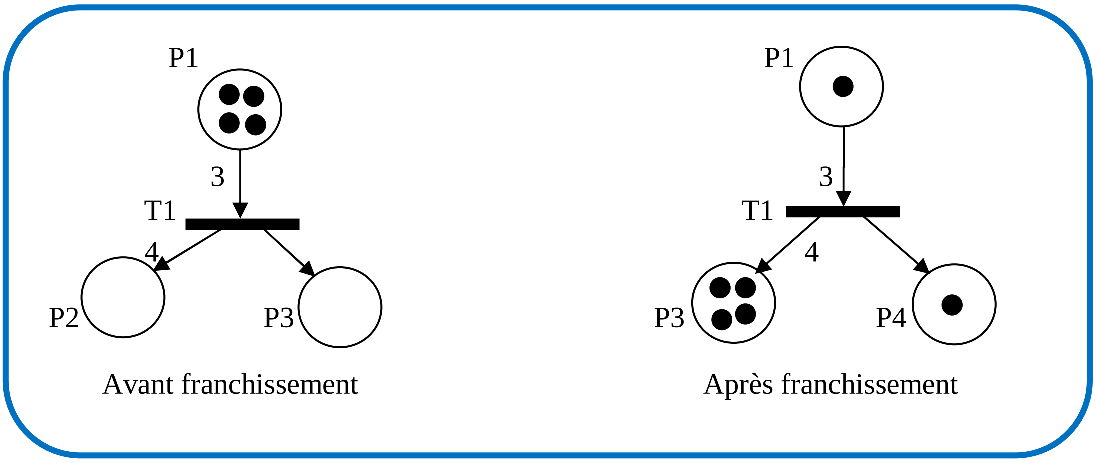


Figure 16 : RDP généralisé.

3.8. RDP à capacités : Un RDP à capacités est un RDP dans lequel des capacités (nombre entiers strictement positifs) sont associées aux places. Le franchissement d'une transition d'entrée d'une place Pi dont la capacité est cap(Pi) n'est possible que si le franchissement ne conduit pas à un nombre de jetons dans Pi qui est plus grand que cap(Pi).**[Kurt03]** ***Exemple :*** le franchissement de Ti conduit à 3 jetons dans P2 d'où T1 ne peut plus être franchie.

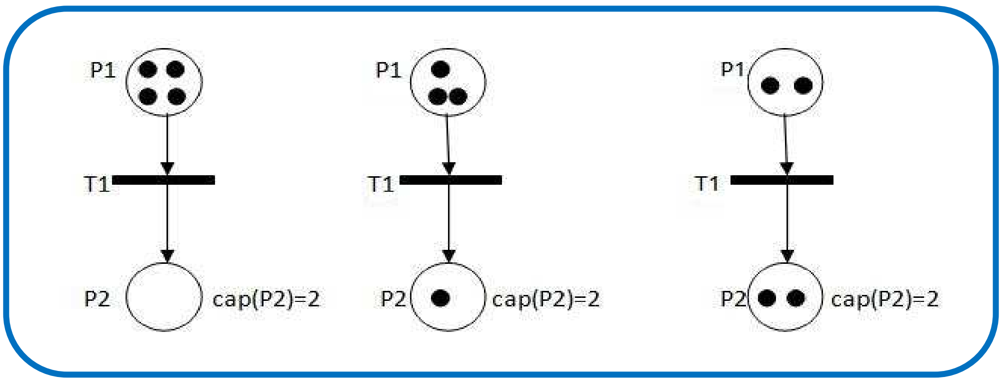


Figure 17 : RDP à capacité.

3.9. **RDP à priorités :** Dans un tel réseau si on atteint un marquage tel que plusieurs transitions sont franchissable, on doit franchir la transition qui a la plus grande priorité. Dans l'exemple suivant on a présenté un RDP à priorité. Comme le schématise la figure suivante. **[Kurt03]**

Exemple :

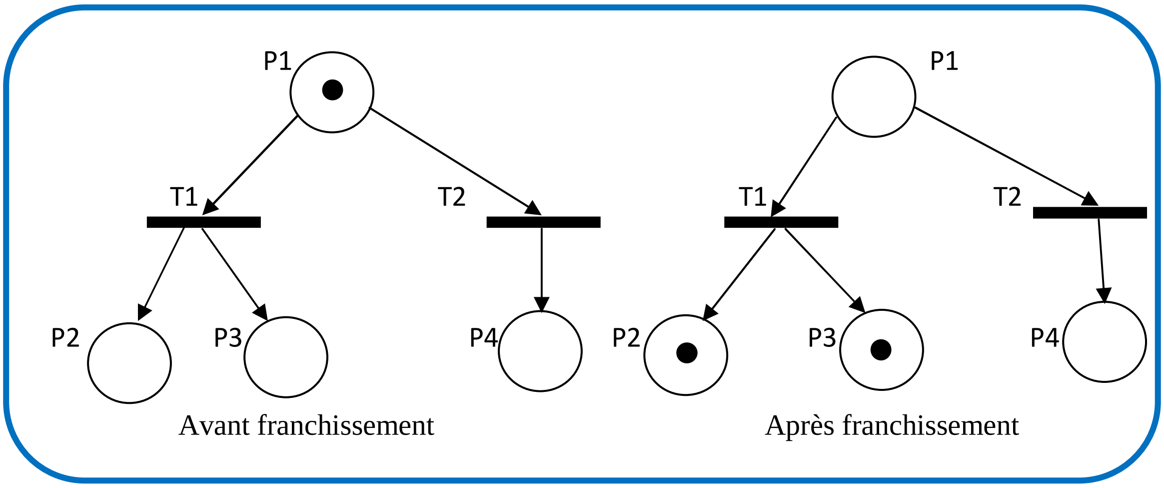


Figure 18: RDP à priorité.

3.10. **RDP sans boucle :** Un RdP sans boucle est tel qu'il existe une transition Tj et une place Pi qui est à la fois place d'entrée et place de sortie de Tj, alors Tj à au moins une autre place d'entrée.

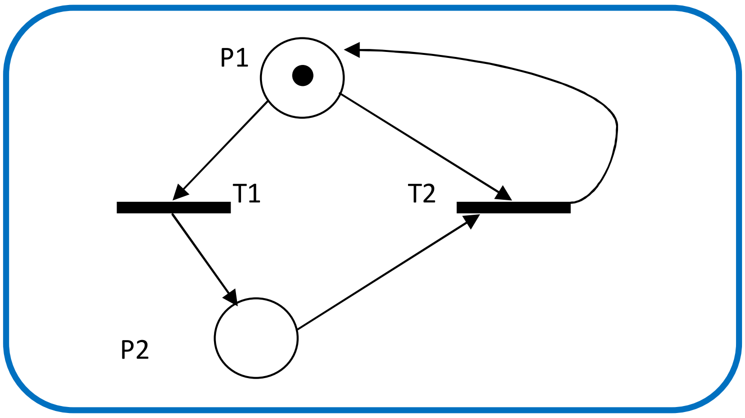


Figure 19: RDP sans boucle.

3.11. **RdP à arcs inhibiteurs :** Un arc inhibiteur est un arc orienté qui part d'une place pour aboutir à une transition (et non l'inverse). Son extrémité est marquée par un petit cercle. La présence d'un arc inhibiteur entre une place Pi et une transition Tj signifie que la transition Tj n'est validée que si la place Pi ne contient aucun jeton. Le franchissement de la transition Tj consiste à retirer un jeton dans chaque place située en amont de la transition à l'exception de la place Pi, et à ajouter un jeton dans chaque place située en aval de la transition.

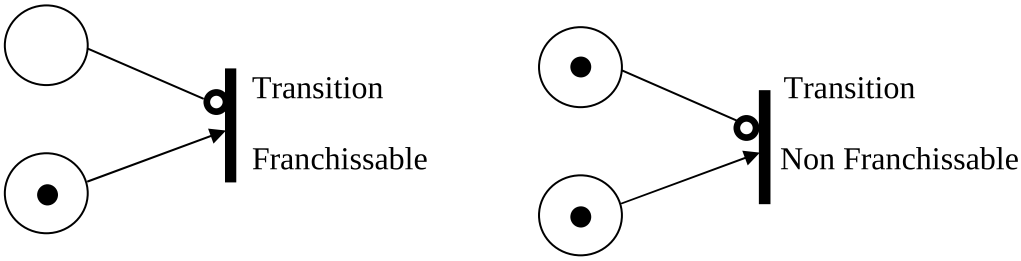


Figure 20 : RdP à arcs inhibiteurs

3.12. **RdP continu :** Leur particularité est que le marquage d'une place est un nombre réel (positif) et non plus un nombre entier.

4. Les différents types de réseaux de pétri

Il existe plusieurs types de réseaux de pétri, nous citons en particuliers :

4.1. Les réseaux de pétri temporisé

Un réseau de pétri ordinaire est décrit une relation de causalité entre des évènements. Un événement « a » est la cause de « b », a précède toujours « b », « a » et « b » sont ordonnés dans le temps .le temps est pris en compte de manière qualitative. Des approches vont être présentées si après elles permettent de prendre en compte le temps de façon quantitative. Le temps est directement associé au réseau de pétri, il fait partie du contrôles au lieu d'être rejeté dans la partie donnée de façon non structurée. **[Valette02]**

- ***Temps associé à une place***

Pour une place représentant une activité, il s'agit simplement de noter la durée de cette activité. On peut considérer, qu'en fait, la place concernée éclate en une séquence « place-transition-place ». La première place correspond à l'activité en cours, la transition correspond à l'événement *temps écoulé* et la dernière place correspond à une attente éventuelle (synchronisation avec d'autres activités) après la fin de l'activité (figure 2.19). Pendant que l'activité est en cours le jeton ne peut être utilisé pour franchir une transition. On dit qu'il est *non disponible*. Une fois l'activité terminée, le jeton devient disponible et la transition t2 peut éventuellement être franchie.

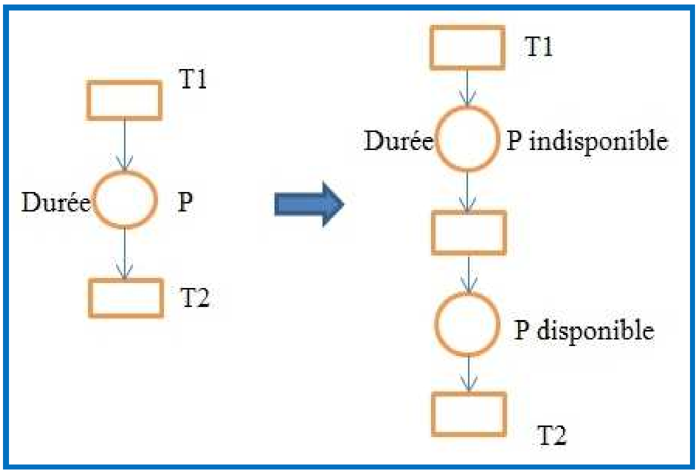


Figure 21: Temps Associé à une place.

- ***Temps associé à une transition***

Cette association n'a de sens que si la transition est interprétée comme une activité (interruptible) et non comme un événement instantané. Cette transition est éclatée en une séquence « transition-place-transition ». La première transition correspond à l'événement instantané de début d'activité (on enlève tous les jetons), la place sert à mémoriser l'activité courante et la dernière transition correspond à l'événement *instantané* de fin d'activité (met les jetons dans les places de sorties).

Le franchissement de la première transition suivant la place pi de la forme éclatée correspond à la réservation des jetons (les jetons *réservés* ne peuvent plus être utilisés pour franchir une autre transition que T). Après le franchissement de la deuxième transition les jetons sont libérés.

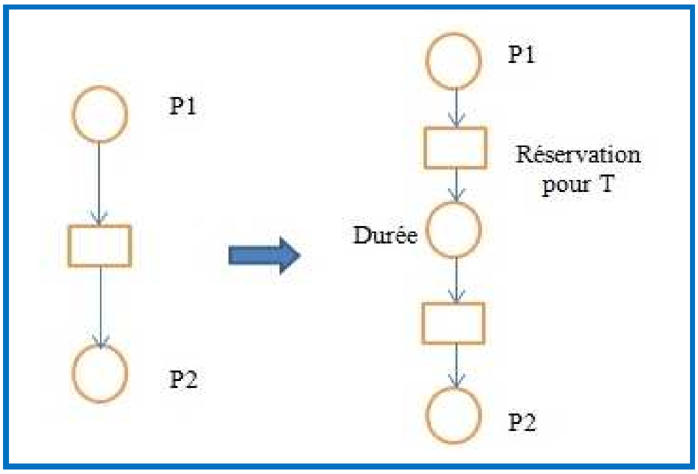


Figure 22: Temps Associé à une transition.

4.2. Les réseaux de pétri stochastiques

Les réseaux de pétri stochastique ont été introduits par Natkin **[Natkin80]** et Molloy **[Molloy81]** afin de répondre à certains problèmes d'évolution quantitative des systèmes informatique industriels. Dans les réseaux de pétri stochastique, les délais associés aux transitions sont aléatoires contrairement aux durées déterministes et constantes associées aux RDP temporisés. Ces temps sont modélisés par des variables aléatoires dont la loi la plus courante est la loi exponentielle qui permet d'approcher le graphe des marquages à un processus markovien homogène. Les réseaux de pétri stochastiques sont très utilisés en sûreté de fonctionnement.

4.3. Les réseaux de pétri colorés

Les réseaux de pétri colorés facilitent la modélisation de système de grande taille. Ils présentent un grand intérêt pour modéliser certains systèmes complexes. Le principe consiste à représenter l'information par les ensembles place /marque. Aux marques de chaque place sont associées une couleur (ou identificateur). Le franchissement de ces marques peut être effectué de plusieurs manières en fonction des couleurs associées aux transitions. La relation entre les couleurs de franchissement et le marquage colorés est définie par des fonctions associées aux arcs. Ce type de réseaux de pétri qui nous intéresse dans notre travail et la partie suivante montre d'une façon explicite les RDP Colorés.

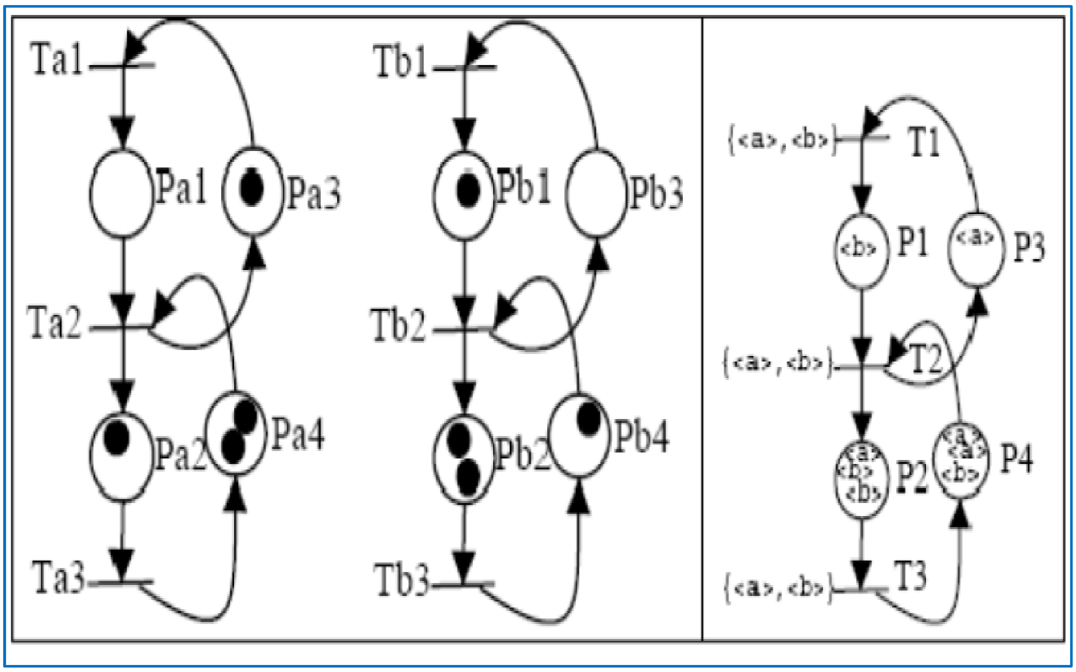


Figure 23: RdP (gauche) et RdP coloré (droite).

4. Représentation matricielle :

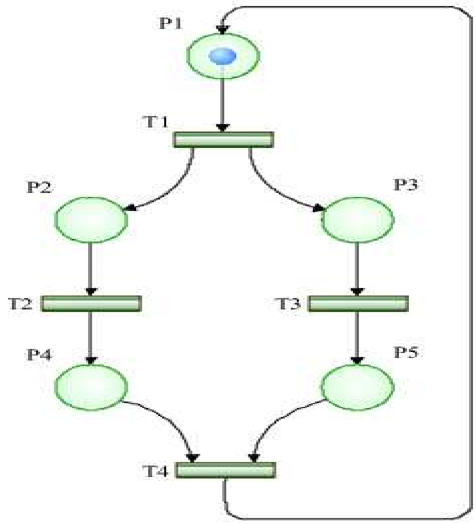
Une représentation matricielle d'un RdP est permet de simplifier les tâches d'analyse et de vérification effectuée sur un modèle RdP. Agir sur une représentation graphique d'un modèle RdP est une tâche délicate en le comparant avec une représentation matricielle. Il est possible de représenter la fonction *W* (fonction de poids) par des matrices. **[ElMansouri; 2009].**

A- Matrice Post-incidence : contient le nombre de marques déposées dans pi lors du franchissement de la transition tj. C'est une matrice n × m telle que ***post* (i,j)= *W*(tj, pi)** avec n le nombre de places et m le nombre de transitions dans le RdP.

Post =

$$\begin{array}{l c} & \text{T1 T2------Tm} \\ \begin{array}{l} \text{P1} \\ \\ \\ \text{P2} \\ . \\ \text{.Pn} \end{array} & \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} \end{array}$$

Chaque élément de cette matrice Post (Pi, Tj) correspond au nombre de jetons à rajouter dans Pi en franchissant Tj. Exemple : la matrice Post-incidence est :



$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} \text{T1} & \text{T2} & \text{T3} & \text{T4} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{p1} \\ \text{p2} \\ \text{p3} \\ \text{p4} \\ \text{p5} \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

B- Matrice Pré-incidence : C'est la matrice m × n à coefficients dans ***N*** telle que ***pré* (i,j)= *W*(pi, tj)** indique le nombre de marques que doit contenir la place pi pour que la transition tj devienne franchissable. n le nombre de places et m le nombre de transitions dans le RdP.

Pré =

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} T1 & T2 & \text{------}Tm \end{array} \\ \begin{array}{c} P1 \\ \\ P2 \\ \\ Pn \end{array} & \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} \end{array}$$

Chaque élément de cette matrice Post (Pi, Tj) correspond au nombre de jetons à enlever dans Pi en franchissant Tj

Exemple : la matrice Pré-incidence est :

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} T1 & T2 & T3 & T4 \end{array} \\ \begin{array}{c} p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

C- Matrice d'incidence : C'est une matrice à n ligne et m colonnes avec n le nombre de places et m le nombre de transitions dans le RdP. Elle peut être calculée comme suit : C = Post - Pré =

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} T1 & T2 & \text{------}Tm \end{array} \\ \begin{array}{c} P1 \\ P2 \\ . \\ .Pn \end{array} & \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} \end{array}$$

Chaque élément de cette matrice C(Pi, Tj) correspond au nombre de jetons à rajouter moins celui à enlever dans Pi en franchissant.

- Le marquage d'un réseau de pétri est représenté par un vecteur de dimension m à coefficients dans N. La règle de franchissement d'un réseau de pétri est définie par : *M’* (p) =*M* (p) + C (p, t).

5. Propriétés des réseaux de Pétri

5.1. RdP Borné :

- **Une place Pi** est dite bornée pour un marquage initial M0 si pour tout marquage accessible à partir à partir de M0 le nombre de jetons dans Pi est fini.

- **Un RdP est borné** pour un marquage initial M0 si toutes les places sont bornées pour M0. Si pour tout marquage M appartement à l'ensemble des marquages accessibles à partir de M0 (noté *M0), on a M(Pi) ≤ K où K est un nombre entier naturel, on dit que Pi est K-borné. Si la propriété est vraie pour toute place on dit que ce **RdP est K-borné**.

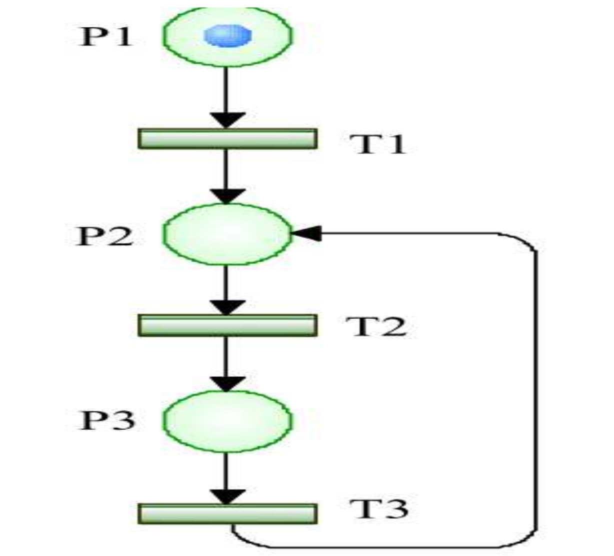
5.2. **RdP sauf** : C'est un RdP 1-borné (ou binaire).

5.3. **Vivacité :**

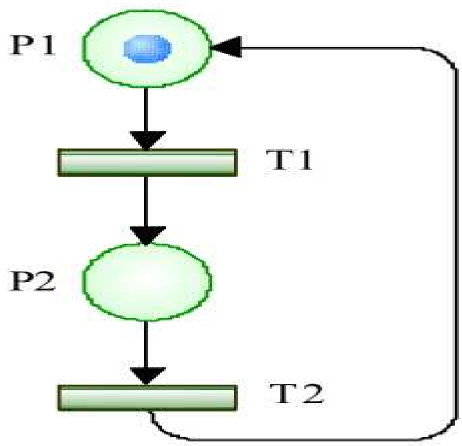
- **Une transition Tj est vivante** pour un marquage initial M0 si pour tout marquage accessible Mi ∈ *M0, il existe une séquence de franchissement S qui contient Tj à partir de Mi (c-à-d il subsistera toujours une possibilité de franchir Tj).

  Exemple :

  Sur l'exemple suivant les transitions T2 et T3 sont vivantes alors que T1 ne l'est pas ! En effet, elle est franchissable uniquement au démarrage.



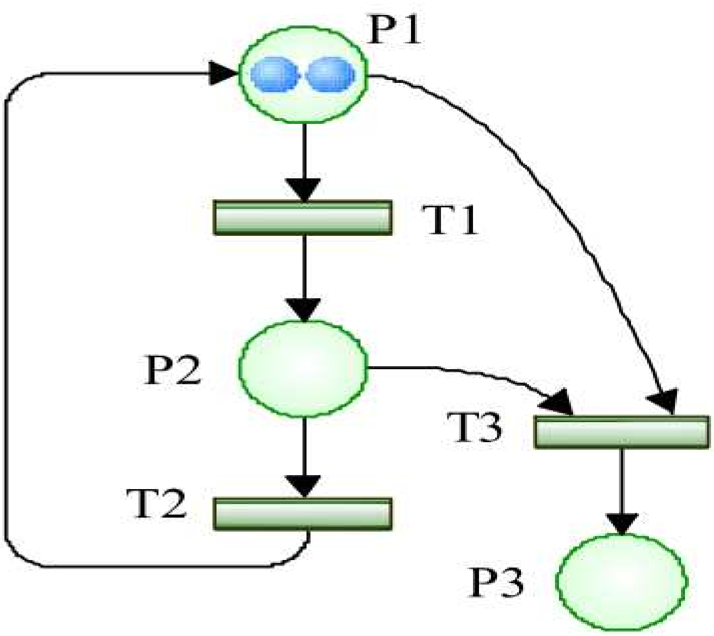
- **Un RdP est vivant** pour un marquage initial M0 si toutes ses transitions sont vivantes pour M0 (c-à-d aucune transition ne sera jamais définitivement infranchissable).



- **Quasi-vivacité** : Une transition Tj est quasi vivante pour un marquage initial M0, s'il existe une séquence de franchissement qui contient Tj à partir de M0. Un RdP est quasi vivant si toutes ses transitions sont quasi vivantes.

5.4. Blocage : Un blocage (ou état puits) est un marquage tel qu'aucune transition n'est validée.

- Un RdP est dit sans blocage pour un marquage initial M0 si ∀ marquage accessible Mi ∈ *M0, il est sans blocage.



Interprétation :

La vivacité indique que le système représenté est sans blocage, mais également qu'il n'existe pas de branche morte dans le modèle graphique donc pas de spécification incomplète.

6. Méthodes d'analyse des réseaux de Pétri

La modélisation d'un système doit permettre l'analyse de ses propriétés. Les réseaux de pétri offrent des techniques d'analyse puissantes pour valider des modèles de comportement de systèmes à événements discrets. Parmi ces techniques, nous citons le graphe de marquages, l'équation de matrice et la réduction des réseaux de pétri **[Behri ; 2010].**

- **Le graphe de marquage** : Il s'agit de construire le graphe de tous les marquages du réseau. Les propriétés sont par la suite déduites grâce aux techniques de la théorie des graphes.
- **L'équation de matrice :** Cette méthode consiste à trouver une représentation matricielle du réseau, les techniques d'algèbre linéaire permettent alors d'obtenir les propriétés du réseau.
- **La réduction des RdPs :** Pour l'analyse des propriétés d'un RdP de taille significative, l'utilisation du graphe de marquage ou de l'équation de matrice s'avère insuffisante. L'objectif de la technique par réduction est de présenter des règles permettant d'obtenir à partir d'un RdP marqué, un RdP marqué plus simple, avec un nombre réduit de places et de transitions.

La puissance des réseaux de Pétri réside dans l'existence d'une batterie d'outils d'analyse tels que :

- INA (*Integrated Net Analyzer*) [INA]
- PEP (*Programming Environment based on Pétri nets*) [Pep]
- TINA [*Tina*], etc. …