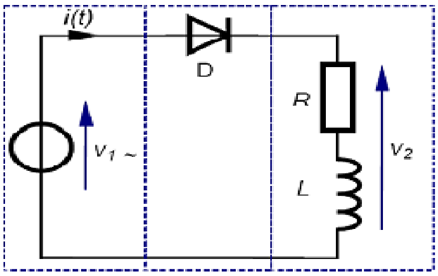
I.2/ Structure avec charge résistive et inductive (RL)

En électrotechnique les charges sont souvent combinées : inductive et résistive.

Le schéma permettant la nouvelle étude est celui de la Figure suivante.



Redressement monophasé simple alternance (charge inductive)

$v_s(t) = V_m \sin \omega t \qquad ou \quad v_s(\theta) = V_m \sin \theta$

Etude

- $v_s(t) > 0$: La diode conduit c.-à-d $v_D(t) = 0$ et la tension $v_{ch}(t)$ reste identique à $v_s(t)$.

Pour déterminer l'évaluation de courant on résout l'équation différentielle de circuit.

D'après la loi des mailles on a:

$$v_s(t) = v_R(t) + v_L(t)$$

$$V_m \sin \omega t = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

Ou bien

$$V_m \sin \theta = Ri(\theta) + L\omega\frac{di(\theta)}{dt}$$

La solution générale de l'équation différentielle du 1er ordre est :

$$i(t) = i_1(t)+i_2(t)$$

Où

$$i_1(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{(K constant réel, } \boldsymbol{\tau = \frac{L}{R}}\text{)}$$

Est la solution générale de l'équation sans second membre $Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = 0$

Et $\qquad i_2(t) = \frac{v_s(t)}{Z}$

Est la solution particulière de l'équation. D'où Z= $R + jL\omega$ est l'impédance de circuit.

De module: $|Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$

Et d'argument : $\varphi = \arctan\frac{L\omega}{R}$

Donc on obtient

$$i_2(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\sin(\omega t - \varphi)$$

Solution générale

$$i(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\sin(\omega t - \varphi)$$

Aux Conditions initiales, à t=0 ; $i(t) = 0$:

$$0 = K + \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(-\varphi)$$

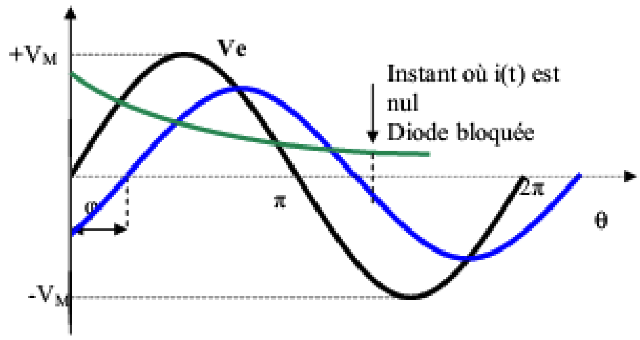
$$K = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\varphi)$$

Finalement la solution générale de l'équation différentielle :

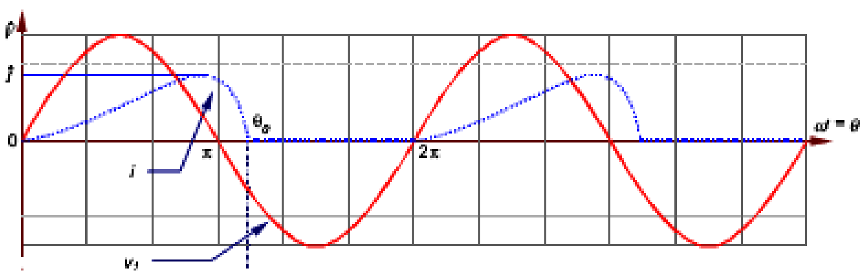
$$\boldsymbol{i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \left[\sin\varphi \,.\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \sin(\omega t - \varphi)\right]}$$

Ou bien

$$\boldsymbol{i(\theta) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \left[\sin\varphi \,.\, e^{-\frac{\theta}{\tan\varphi}} + \sin(\theta - \varphi)\right]}$$



On remarque la superposition du régime transitoire (terme exponentiel) et du régime permanent faisant apparaître le déphasage φ du courant sur la tension.
Le courant donc ne s'annule pas pour θ= π, mais un peu au-delà en θ_0. La diode est alors en conduction forcée si bien que la tension v_{source} devient négative jusqu'à l'annulation de i.



Donc lorsque $\mathrm{v_s}(\mathrm{t}) < 0$ la diode D reste passante tant que $i(t)$ n'est pas redevenu nul, ce qui implique :

$\mathrm{v_D}(\mathrm{t}) = 0$ et $\mathrm{v_{ch}}(\mathrm{t}) = \mathrm{v_s}(\mathrm{t})$ pendant un certaine temps t_0.

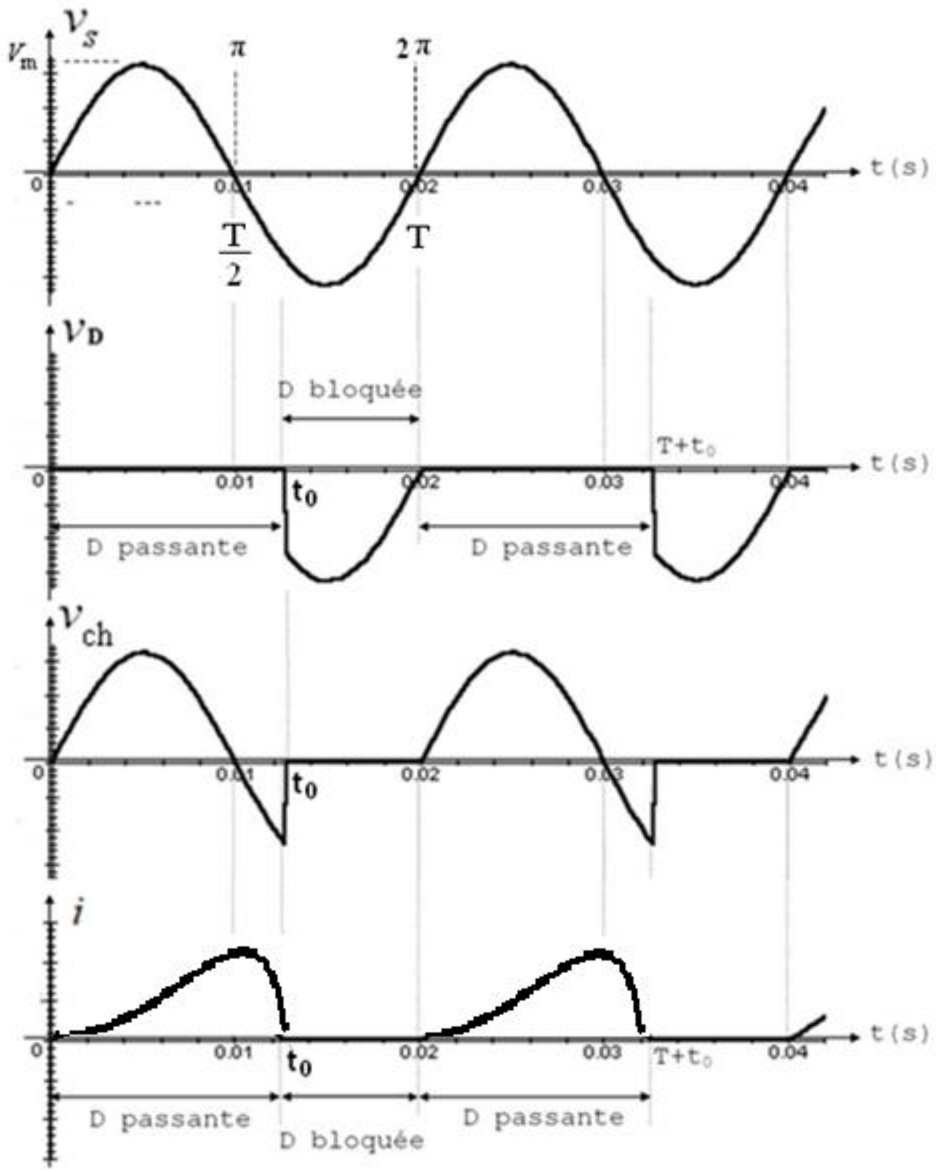
a $\mathrm{t} = \frac{T}{2} + t_0$: $i(t_0) = 0$ et la diode D se bloque :

$$\mathrm{v_D}(\mathrm{t}) = \mathrm{v_s}(\mathrm{t}) \qquad i(t) = 0 \text{ et } \mathrm{v_{ch}}(\mathrm{t}) = 0$$

$$v_D(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t \le \dfrac{T}{2} + t_0 \quad D : passante \\ V_m \sin\omega t, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \le T \quad D : bloquée \end{cases}$$

$$v_{ch}(t) = \begin{cases} V_m \sin \omega t\,, & 0 \leq t \leq \dfrac{T}{2} + t_0 \\ 0, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \leq T \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} > 0, & 0 \leq t \leq \dfrac{T}{2} + t_0 \\ 0, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \leq T \end{cases}$$



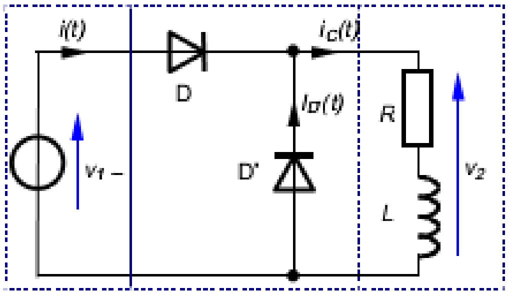
Chronogrammes des tensions et du courant pour une charge RL.

Remarques importantes:

- La présence de l'inductance a pour effet de retarder le courant par rapport à la tension. Or la diode reste passante tant que le courant la traversant n'est pas nul.
- La tension redressée v_{ch} étant en partie négative, sa valeur moyenne est donc diminuée d'autant plus que la charge est plus inductive.

Pour éviter cet inconvénient, on emploie une diode **DRL** dite roue libre, montée en antiparallèle avec la charge.

I.3/ Structure avec charge RL avec diode de roue libre (Adaptation du commutateur)



Les diodes D et DRL sont à cathode commune, donc celle qui va conduire est celle qui aura le potentiel à l'anode le plus positif.

Donc pour $v_s(t) > 0$ $(ou\ 0 < t < \frac{T}{2})$, la diode D est passante, et DRL (D') est bloquée.

$$\boldsymbol{i_{ch}(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}\left[\sin\varphi \,.\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \sin(\omega t - \varphi)\right], \quad 0 < t < \frac{T}{2}}$$

Dès que $v_s(t)$ s'annule $(ou\ t > \frac{T}{2})$ la diode D peut se bloquer car la DRL prend le relais de la conduction du courant i_{ch} dans la charge.

DRL passante, alors $v_{ch}(t) = v_{D'}(t) = 0 \ \Rightarrow \ Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}=0$

L'énergie stockée dans l'inductance est dissipée dans la résistance R et le courant i_{ch} décroît pour s'annuler en $\frac{T}{2} + \grave{t}_0$. Selon l'expression suivante :

$$\boldsymbol{i_{ch}(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = i\left(\frac{T}{2}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad \frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} + \grave{t}_0}$$

Or à : $t = \frac{T}{2}$, $i_c\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{V}{Z}\left[\sin(\varphi)\left(1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}\right)\right]$ d'après

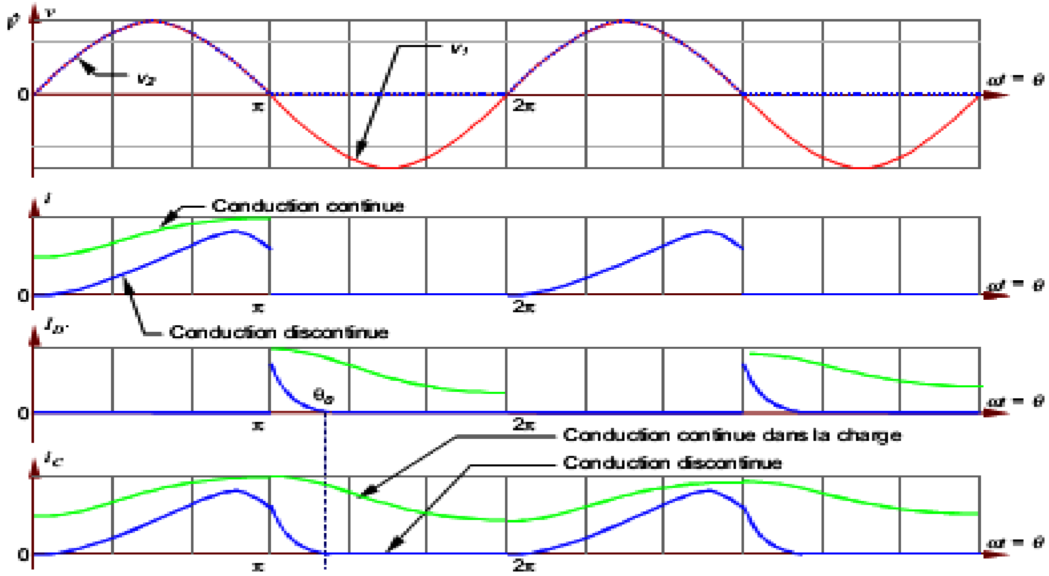
$$\Rightarrow k = \frac{V}{Z}\left[\sin\varphi\left(1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}\right)\right]$$

Donc finalement:

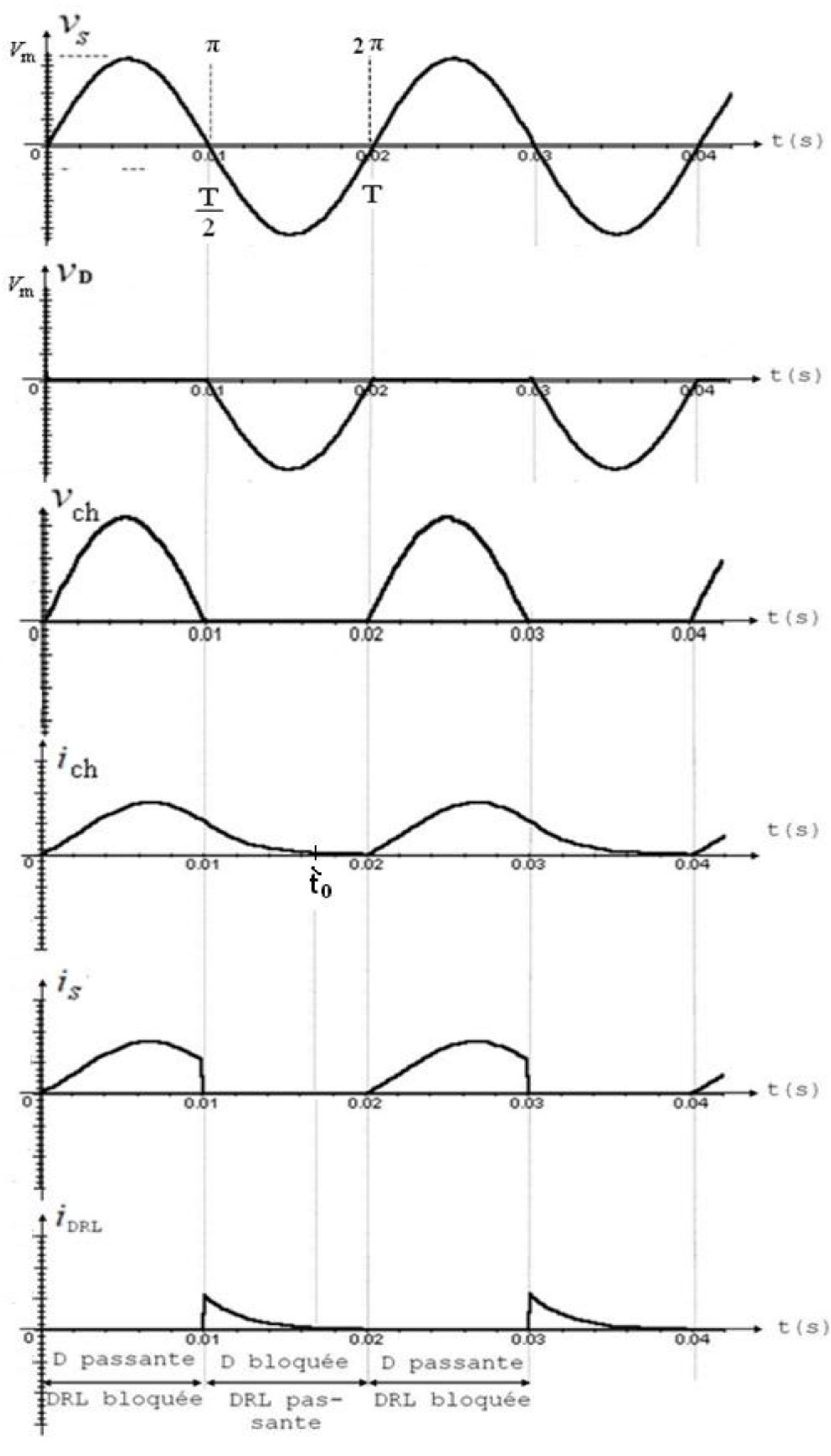
$$i_c(t) = \frac{V}{Z}\left[\sin\varphi\left(1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}\right)\right]e^{-\frac{t-\frac{T}{2}}{\tau}}$$

$$v_D(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t \le \dfrac{T}{2} \quad D : passante \quad DRL : bloquée \\ V_m \sin\omega t, & \dfrac{T}{2} < t \le T \quad D : bloquée \quad DRL\ passante \end{cases}$$

$$v_{ch}(t) = \begin{cases} V_m \sin\omega t, & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} < t \le T \end{cases} \quad i_{ch}(t) = \begin{cases} > 0, & 0 \le t \le \frac{T}{2} + \grave{t}_0 \\ 0, & \frac{T}{2} + \grave{t}_0 < t \le T \end{cases} \quad i_S(t) = \begin{cases} i_{ch}(t), & 0 \le t \le \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} < t \le T \end{cases}$$



v
v₂
v₁
0
π
2π
ωt = θ
i
Conduction continue
Conduction discontinue
$i_{D'}$
θ_0
Conduction continue dans la charge
Conduction discontinue
i_C

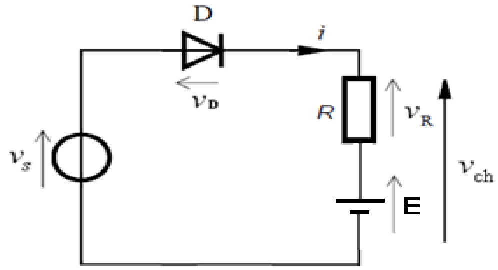


Chronogrammes des tensions et du courant pour une charge RL avec DRL.

L'annulation du courant caractérise un fonctionnement en **conduction discontinue**.
Si l'énergie est suffisante (τ >> T), le courant ne s'annule pas, c'est la **conduction continue**

I.4/ Structure avec charge active RE et RLE

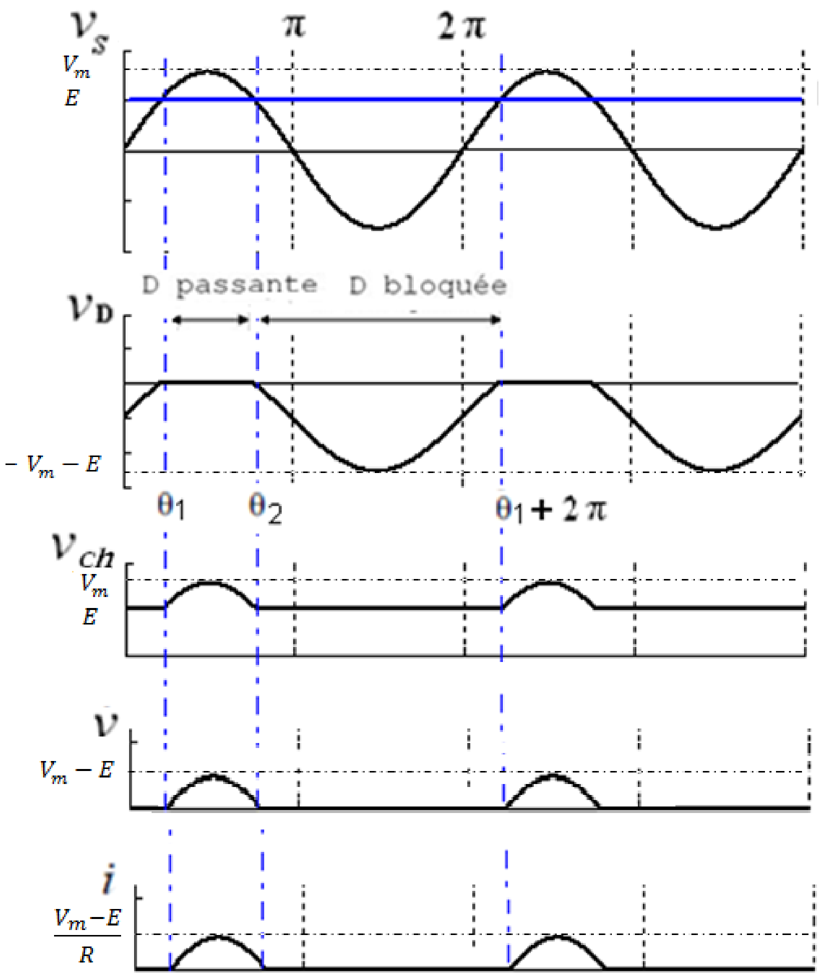
- **charge RE :** La charge est une batterie E en série avec une résistance R.



$$v_D(\theta) = \begin{cases} si\ v_s > E \quad D : passante & v_D = 0, & \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \\ si\ v_s < E\ D : bloquée & v_D = v_s - E = V_m \sin\theta - E & \theta < \theta_1\ et\ \theta_2 < \theta < 2\pi + \theta_1 \end{cases}$$

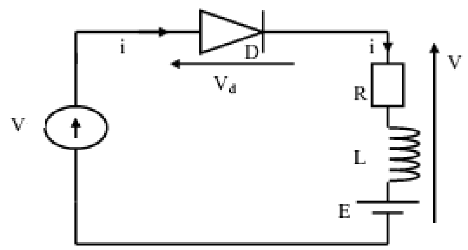
$$v_{ch}(\theta) = \begin{cases} V_m \sin\theta, & \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \\ E, & \theta < \theta_1 et\ \theta_2 < \theta < 2\pi + \theta_1 \end{cases}$$

$$v_R(\theta) = \begin{cases} V_m \sin\theta - E, & \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \\ 0, & \theta < \theta_1\ et\ \theta_2 < \theta < 2\pi + \theta_1 \end{cases} \qquad i_R(\theta) = \begin{cases} \frac{V_m \sin\theta - E}{R}, & \theta_1 \le \theta \le \theta_2 \\ 0, & \theta < \theta_1\ et\ \theta_2 < \theta < 2\pi + \theta_1 \end{cases}$$



Chronogrammes des tensions et du courant *i* (charge active RE)

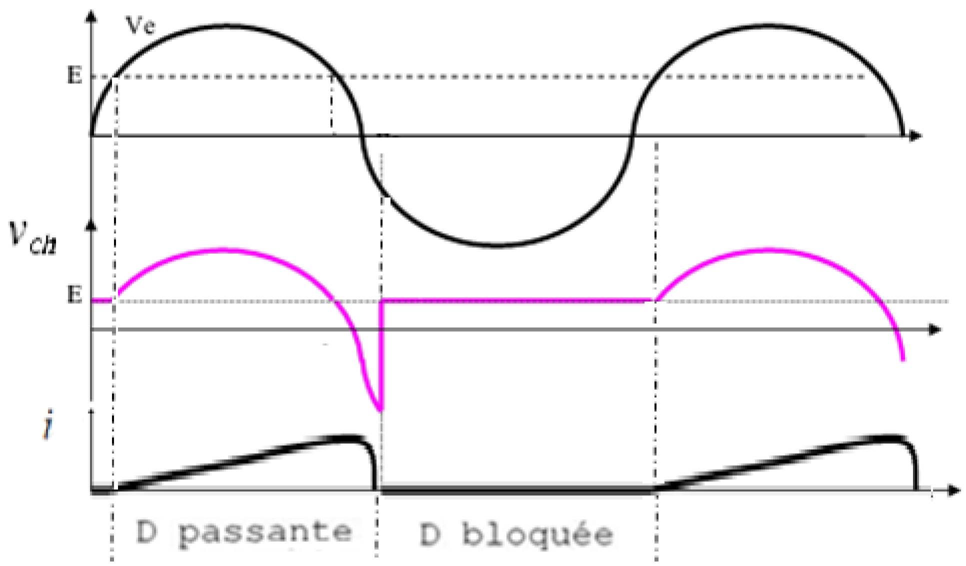
- **charge RLE :** La charge est une batterie E en série avec une résistance R et une inductance L.



$$v_D(t) = \begin{cases} V_m \sin \omega t - E, & 0 \le t \le t_1 \quad D : bloquée \\ 0, & t_1 \le t \le \dfrac{T}{2} + t_0 \quad D : passante \\ V_m \sin \omega t - E, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \le T + t_1 \quad D : bloquée \end{cases}$$

$$v_{ch}(t) = \begin{cases} E, & 0 \le t \le t_1 \\ V_m \sin \omega t, & t_1 \le t \le \dfrac{T}{2} + t_0 \\ E, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \le T + t_1 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t \le t_1 \\ > 0, & t_1 \le t \le \dfrac{T}{2} + t_0 \\ 0, & \dfrac{T}{2} + t_0 < t \le T + t_1 \end{cases}$$



Chronogrammes des tensions et du courant *i* (charge active RLE)