Solution TD4 : Loi de Gumbel

a) La moyenne : 49.92mm elle représente la valeur centrale de l'échantillon

L'écart type : 21.43mm il représente l'erreur dans le calcul de la moyenne

Le coefficient de variation : 0.43 : représente la répartition des valeurs autour de la moyenne

b) On commence par calculer 1/α et x_0. On sait que la moyenne $\overline{P}$ = 49.92 mm, et l'écart type S= 21.43 mm D'où :

1/α = 0.78 *S ==> $\boxed{1/\alpha = 16.72}$

Et $x_0 = \overline{P} - 0.577 / \alpha$ = 49.92- 0.577 / 0.06 == > $\boxed{x_0 = 40.27 \text{ mm}}$

Ensuite on établit le tableau ci-dessus : **la 1 ère, 2iéme et 3iéme** colonnes donnent respectivement les pluies mesurées, les pluies classées et le rang i.

La colonne 4 indique les fréquences expérimentales FND = $\frac{i-0.5}{N}$; ainsi $FND_5 = \frac{5-0.5}{19}$ = 0.2368

	1	2	3	4
Année	**Pluie journalières maximales (mm)**	**Pclassées**	**ordre i**	**FND exp,** $\frac{i-0.5}{N}$
1986	23,6	23,6	1	0,0263
1987	26,2	26,2	2	0,0789
1988	47,4	28,7	3	0,1316
1989	54	32,8	4	0,1842
1990	45	32,8	5	0,2368
1991	58	34,4	6	0,2895
1992	71	38,7	7	0,3421
1993	32,8	39	8	0,3947
1994	32,8	43	9	0,4474
1995	43	45	10	0,5000
1996	34,4	47,2	11	0,5526
1997	47,2	47,4	12	0,6053
1998	60	54	13	0,6579
1999	82,8	58	14	0,7105
2000	28,7	60	15	0,7632
2001	39	71	16	0,8158
2002	101	82,8	17	0,8684
2003	38,7	82,9	18	0,9211
2004	82,9	101	19	0,9737
Moyenne	49,92	**1/α**	16,72	
Ecart type	21,43	**x_0**	40,27	

Traçage de la droite d'ajustement

$\boxed{FND = 0.02}$ ==> Y = -[ln (-ln (fx))] ==> y = -1.36 ==> P = 1/α * y+ X_0 ==> $\boxed{P = 17.53 \text{ mm}}$

$\boxed{FND = 0.98}$ ==> Y = -[ln (-ln (fx))] ==> y = 3.90 ==> P = 1/α * y+ X_0 ==> $\boxed{P = 105.48 \text{ mm}}$

La colonne 4 donne les variables réduites de Gumbel : y = $(P - X_0)* \alpha$; $Y_5 = (32.8 – 40.27)* 0.05980 = - 0.45$

La colonne 5 donne les FND théoriques FND = $e^{-e^{-y}}$, $FNDth_5 = e^{-e^{0.45}} = 0.2095$

La colonne 6 indique $D_N = |Fn(x) - f(x)|$

1	2	3	4	5	6
Rang (i)	P classées	FND ex $= \frac{i-0.5}{N}$	y $y = (P - X_0)* \alpha$	FND th $= e^{-e^{-y}}$	Différance Absolu
1	23.6	0.0263	-1.00	0.0665	0.0402
2	26.2	0.0789	-0.84	0.0983	0.0193
3	28.7	0.1316	-0.69	0.1356	0.0041
4	32.8	0.1842	-0.45	0.2095	0.0252
5	32.8	0.2368	-0.45	0.2095	0.0274
6	34.4	0.2895	-0.35	0.2416	0.0479
7	38.7	0.3421	-0.09	0.3334	0.0087
8	39	0.3947	-0.08	0.3400	0.0548
9	43	0.4474	0.16	0.4277	0.0197
10	45	0.5000	0.28	0.4707	0.0293
11	47.2	0.5526	0.41	0.5165	0.0361
12	47.4	0.6053	0.43	0.5206	0.0847
13	54	0.6579	0.82	0.6441	0.0138
14	58	0.7105	1.06	0.7073	0.0032
15	60	0.7632	1.18	0.7355	0.0277
16	71	0.8158	1.84	0.8529	0.0371
17	82.8	0.8684	2.54	0.9244	0.0560
18	82.9	0.9211	2.55	0.9249	0.0038
19	101	0.9737	3.63	0.9739	0.0002

Le tableau des valeurs de dn donne pour N = 19 et α = 20, c'est-à-dire pour un seuil de confiance égal à 0.80, dn = 0.23735, comme Dmax = 0.0847 est inférieur à dn = 0.23735, on accepte l'hypothèse qu'une loi de GUMBEL avec $1/\alpha = 16.72$ et $X_0 = 40.27$ peut présenter notre échantillon.

La pluie pour une période de retour T=70 ans :

FD= 1/T ==> 1/70 = 0.014 on a FND = 1-FD ==> FND = 1-0.014 ==> $\boxed{FND = 0.986}$

Y = -[ln (-ln (fx))] ==> Y = -[ln (-ln(0.986))] ==> $\boxed{Y= 4.26}$

$P = 1/\alpha * y+ X_0$ ==> $P_{70} = 16.72*4.26 + 40.27$ ==> $\boxed{P_{70} = 111.50 \text{ mm}}$

Papier à probabilité Loi Gumbel

Titre :