

حل السلسلة 2

حل التمرين 1:

1. توزيع ذي الحدين مع التوزيع الطبيعي: و يستلزم توفر الشرطين التاليين: $pq \geq 5$ و $np \geq 5$
2. توزيع ذي الحدين مع توزيع بواسون: إذا توفر الشرطين $nq < 5$ و $np < 5$ و $n > 20$
3. قارب التوزيع الطبيعي من التوزيع بواسون: $\lambda > 20$

حل التمرين 2:

$$P=0,53; q=0,47; n=30$$

1- التوزيع المتناسب:

نحن أمام تجربة تحتل نتيجتين النجاح (الدواء صالح) والفشل (الدواء غير صالح) وهذه التجربة ثم تكرارها 300 مرة اذن نحن أمام تجربة ذي الحدين.

$$N(np, npq)$$

$$X \sim b(300, 0.53)$$

$$p(X=x) = C n^x p^x q^{n-x}$$

$$p(X=x) = c 300^x (0.53)^x (0.47)^{300-x}$$

2- حساب احتمال شفاء 150 مريض على الأقل

$$p(X \geq 150) = p(x=150) + p(x=151) + p(x=152) + \dots + p(x=300)$$

نلاحظ ان حساب الاحتمال صعب وبالتالي نلجأ الى حساب الاحتمال بطرق أخرى.

3- حساب احتمال شفاء 150 مريض على الأقل باستخدام توزيعات أخرى:

باستخدام التوزيع الطبيعي :

• التحقق من الشرطين: $pq \geq 5$ و $np \geq 5$

$$np = 300(0.53) = 159$$

$$nq = 300(0.47) = 141$$

• الشرطين محققين وبالتالي يمكن استخدام التقريب الطبيعي في حساب الاحتمال المطلوب

$$\sigma^2 = npq = 74.73$$

$$\mu = np = 159$$

• حساب Z المعيارية:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} = \frac{X - \mu}{\sqrt{74.73}}$$

• تصحيح الاستمرارية وحساب الاحتمال المطلوب:

$$P(X \geq 150) = p(X > 149.5) = p\left(Z > \frac{149 - 159}{\sqrt{74.73}}\right) = p(Z > -1.09) = 1 - p(Z \leq -1.09) = 1 - 0.1378 = 0.8622$$

حل التمرين 4:

1- التوزيع المناسب: هو توزيع بواسون

$$X \sim P(\lambda); X \sim P(25)$$

$$p(X=x) = \lambda^x \frac{e^{-\lambda}}{x!}$$

$$p(X=30) = 25^{30} \frac{e^{-25}}{30!} = 0.48$$

2- حساب احتمال وصول 30 شخص في دقيقة واحدة باستخدام التقريب الطبيعي:
 • التحقق من الشرط: $\lambda > 20$; $\lambda = 25$ ومنه الشرط محقق

$$\mu = \lambda = 25$$

$$\sigma^2 = \lambda = 25$$

• حساب Z المعيارية:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} = \frac{X - 25}{\sqrt{25}}$$

• تصحيح الاستمرارية وحساب الاحتمال المطلوب:

$$p(X=30) = P(29.5 < X < 30.5) = P\left(\frac{29.5-25}{\sqrt{25}} < \frac{X-25}{\sqrt{25}} < \frac{30.5-25}{\sqrt{25}}\right) = \Phi(1.1) - \Phi(0.9) = 0.0484$$

4- استخدام التقريب الطبيعي في حساب احتمال وصول على الأقل 30 شخص خلال 40 ثانية.

• نحسب λ الجديدة خلال 40 ثانية

• التحقق من الشرط: $\lambda > 20$

$$\lambda = 16.66$$

وهي أقل من 20 وبالتالي لا يمكن استخدام التوزيع الطبيعي في حساب الاحتمال المطلوب.