# حل السلسلة رقم 1

**حل التمرين 1**

لترمز بـ K لعدد إصابات الهدف فيكون K :0,1,2,3,4

- احتمال عدم الإصابة يساوي :

$$\mathbf{P_0 = C_4^0 p^0 q^4 = q^4 = (0,75)^4 = 0,316}$$

- احتمال الإصابة بطلقة واحدة فقط:

$$\mathbf{P_1 = C_4^1.(0,25)^1.(0,75)^3 = 0,422}$$

- احتمال الإصابة بطلقتين فقط:

$$\mathbf{P_3 = C_4^3.(0,25)^3.(0,75)^1 = 0,047}$$

- احتمال الإصابة بثلاثة طلقات فقط يساوي :

$$\mathbf{P_3 = C_4^3.(0,25)^3.(0,75)^1 = 0,047}$$

- احتمال الإصابة بالطلقات الأربعة فيساوي:

$$\mathbf{P_4 = C_4^4.(0,25)^4 = 0,004}$$

- احتمال الإصابة بطلقة واحدة على الأقل يساوي :

$$\mathbf{P(x \geq 1) = \sum_{K=1}^{4} C_4^K p^K q^{4-K} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4}$$

$$\mathbf{= 0,422 + 0,211 + 0,047 + 0,004 = 0,684}$$

- احتمال الإصابة بطلقة واحدة على الأكثر يساوي:

$$\mathbf{P(x \leq 1) = P_0 + P_1 = 0,316 + 0,422 = 0,738}$$

- 
- واحتمال الإصابة بطلقتين على الأقل :

$$\mathbf{P(x \geq 2) = P_2 + P_3 + P_4 = 0,211 + 0,047 + 0,004 = 0,262}$$

- التوقع :

$$\mathbf{E(x) = N.P = 4.(0,25) = 1}$$

- التباين :

$$\boldsymbol{\sigma^2(x) = N.P.q = 0,75}$$

**حل التمرين 2:**

•تحديد نوع المتغير X :

X : متغير عشوائي منفصل كمي يمثل عدد حالات الاستجابة

•قانون التوزيع الاحتمالي لـ X :

بما ان المصاب بعد تناوله للدواء هناك نتيجتين متنافيتين : شفاء/ عدم شفاء فاننا امام تجربة برنولي مكررة 5 مرات أي توزيع ثنائي الحدين، حيث:

$$n=5\,;\ p=0.6\,;q=1-p=1-0.6=0.4$$

ونكتب: $X \sim B(5,0.6)$ و $X=\{0,1,2,3,4,5\}$

•ايجاد التوزيع الاحتمالي لهذا التغير:

$$p(X=x)=C_n^x p^x q^{n-x}$$

$$P(X=0)=C_5^0(0.6^0)(0.4^5)=0.01$$

$$p(X=1)=C_5^1(0.6^1)(0.4^4)=0.0768$$

$$p(X=2)=C_5^2(0.6^2)(0.4^3)=0.2304$$

$$p(X=3)=C_5^3(0.6^3)(0.4^2)=0.3456$$

$$p(X=4)=C_5^4(0.6^5)(0.4^1)=0.2592$$

$$p(X=5)=C_5^5(0.6^5)(0.4^0)=0.07776$$

| **X** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ px |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **P(X=x)** | 0.0102 | 0.0768 | 0.2304 | 0.3456 | 0.2592 | 0.07776 | 1 |

•حساب الاحتمالات:

استجابة 3 مرضى:

$$p(X=3)=0.3456$$

استجابة مريض واحد على الاقل:

$$p(X\geq 1)=1-p(X=0)=1-0.0102=0.9897$$

استجابة مريضين على الاقل:

$$p(X\leq 2)=0.0102+0.0768+0.2304=0.31744$$

حساب الامل الرياضي والانحراف المعياري:

$$E(X)=np=5*0.6*0.4=1.2$$

$$\sigma_x=\sqrt{V(X)}=1.095$$

**حل التمرين 3 :**

نعلم أن : $X\sim P(\lambda=3)$

أ. نوع المتغير X هو متغير عشوائي متقطع

ب . كتابة قانونه الاحتمالي:

$$p(X=3)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

ب . حساب الاحتمالات:

- احتمال ان تستهلك الاسرة وحدتين خلال الشهر

$$p(X=2)=\frac{e^{-3}3^{2}}{2!}=0.22$$

احتمال ان تستهلك الاسرة وحدة واحدة على الاقل خلال الشهر

$$p(x\geq 1)=1-p(x<1)=1-p(x=0)=1-\frac{e^{-3}3^{0}}{0!}=1-0.049=0.95$$

احتمال ان تستهلك الاسرة 3 وحدات على ا لاكثر خلال الشهر

$$p(x\leqslant 3)=p(x=3)+p(x=2)+p(x=1)+p(x=0)=0.64$$

• تحديد معلمة هدا التوزيع ، وحساب الانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة.

من المعطيات معلمة هدا التوزيع هي التوقع الرياضي وتساوي 3

الانحراف المعياري: نعلم ان:

$$\mu=\lambda=\sigma^{2}=3 \text{ ومنه } \sigma=\sqrt{\lambda}=\sqrt{3}=1.73$$

**حل التمرين 4 :**

نرمز بـ **X** لعدد الأخطاء الممكنة وبعدها نجد أن:

$$\lambda = N.P = 1000.(0,02) = 20$$

$$P_0 = \frac{20^0}{0!}e^{-20} = (2)10^{-9} \approx 0$$

$$P_1 = \frac{20}{1!}e^{-20} = (4)10^{-8}$$

$$P_2 = \frac{20^2}{2!}e^{-20} = (4)10^{-7}$$

$$P_3 = \frac{20^3}{3!}e^{-20} = (2,75)10^{-6}$$

$$P_4 = \frac{20^4}{4!}e^{-20} = (1,37)10^{-5}$$

$$P(x \geq 5) = 1 - P(x < 5)$$
$$= 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$$

$$= 1 - (0,0002 + 0,004 + 0,04 + 0,275 + 1,37).10^{-5}$$
$$= 1 - (1,6892)10^{-5}$$

$P(x \geq 5) = 0,999983108$ وهو احتمال شبه أكيد.

التوقع الرياضي :

$E(x) = \lambda = 20$ وهو العدد المتوقع للأخطاء المرتكبة

**الحل التمرين 5:**

X: يمثل عدد مرات القاء حجر النرد حتى ظهور أحد الأوجه المطلوبة

احتمال النجاح (ظهور الرقم 5) P=1/6

احتمال الفشل (عدم ظهور الرقم 5) q=1- 1/6 =5/6

ومنه:

$$X\sim G(p);\ X\sim G(\frac{1}{6})$$

وقانون التوزيع هو:

$$p(X=x)=p(1-p)^{x-1}$$

احتمال ظهور الرقم 5 بعد 6 محاولات لالقاء النرد، أي في المحاولة السابعة وبالتالي x=7

$$p(x=7)=\frac{1}{6}(1-\frac{1}{6})^{x-1}=0.0558$$

حساب التوقع الرياضي والتباين والانحراف المعياري:

التوقع الرياضي:

$$E(X)=\frac{1}{p}=6$$

التباين:

$$V(X)=\frac{q}{p^2}=\frac{\frac{5}{6}}{(\frac{1}{6})^2}=30$$

الانحراف المعياري:

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{q}{p^2}}=\sqrt{\frac{5/6}{(1/6)^2}}=5.48$$

**حل التمرين 6:**

نلاحظ أن :

النتائج الممكنة تكون ثنائية (كل زهرة مسحوب اما حمراء أو صفراء)

السحب دون ارجاع (أي السحبات غير مستقلة واحتمال النجاح p غير ثابت)

الترتيب غير مهم ومنه X متغير عشوائي يخضع للتوزيع فوق الهندسي أي: $X\sim H(N,n,p)$

حيث:

$$P(X=x)=\frac{c_M^x\, c_{N-M}^{n-x}}{c_N^n}$$

احتمال الحصول على ولا زهرة حمراء:

$$p(X=0)=\frac{c_5^0\, c_4^3}{c_9^3}=\frac{1}{3}$$

احتمال الحصول على زهرة واحدة حمراء:

$$p(x=1)=\frac{\binom{1}{5}\binom{2}{4}}{\binom{3}{9}}=\frac{5}{2}$$

احتمال الحصول على زهر تين حمراء:

$$p(x=2)=\frac{\binom{2}{5}\binom{1}{4}}{\binom{3}{9}}=\frac{10}{3}$$

احتمال الحصول على 3 زهراء حمراء:

$$p(x=3)=\frac{\binom{3}{5}\binom{0}{4}}{\binom{3}{9}}=\frac{5}{6}$$

حساب التوقع الرياضي والتباين والانحراف المعياري

$$E(X)=np=n(\frac{M}{N})=3(\frac{5}{9})=\frac{5}{3}$$

$$V(X)=npq\frac{N-n}{N-1}=3(\frac{5}{9})(\frac{4}{9})(\frac{9-3}{9-1})=\frac{360}{648}=\frac{5}{9}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{npq}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=\sqrt{\frac{5}{9}}=0.74$$

## حل التمرين 7 :

بما أن احتمال الحصول على الأوجه الستة هو :

$$\left(p=\frac{1}{6}\right)$$

فإن دالة التوزيع :

$$\mathrm{p}(x=k)=p.q^{k-1}$$

$$\mathrm{p}(x=k)=\left(\frac{1}{6}\right).\left(\frac{1}{6}\right)^{k-1}$$

$\{K=1,2,3,\ldots\ldots.\infty$ قانون التوزيع الاحتمالي

-2 $\sum p_i=1$

$0\leq p_i\leq 1$

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$P(x\geq 4)=1-0{,}579$$

معدل عدد المحاولات هو التوقع الرياضي $E(x)$

$$E(x)=\frac{1}{P}$$

$$=\frac{1}{\left(\frac{1}{6}\right)}=6 \quad \text{حالات}$$