

TD 1 : INTRODUCTION À LA PROGRAMMATION LINÉAIRE PL

Exercice 1.

Un restaurateur peut offrir deux types d'assiettes, des assiettes qui coûte 800 DA et qui contient 5 sardines 2 Merlans et 1 Rougets, et des assiettes qui coûte 1200 DA et qui contient 3 sardines 3 Merlans et 3 Rougets.

Sachant que le restaurateur dispose de 30 sardines 24 Merlans et 18 Rougets, donnés le modèle mathématique qui permet de maximiser le profit.

Exercice 2.

Un agriculteur veut allouer 12 hectares de surface distribué entre culture de tomates et celles de piments. Il dispose de 12 heures de main d'oeuvre et de $16m^3$ d'eau. Un hectare de tomates demande 1 heure de main d'oeuvre, $4m^3$ d'eau et donne un bénéfice net de 4 dinars. Un hectare de piments demande 4 heures de main d'oeuvre, $2m^3$ d'eau et donne un bénéfice net de 6 dinars.

Le bureau du périmètre veut protéger le prix des tomates et ne lui permet pas de cultiver plus de 6 hectares de tomates.

Question : Quelle est la meilleure allocation de ses ressources ?

Exercice 3.

Un agriculteur souhaite mélanger des engrais de façon à obtenir au minimum 15 unités de potasse, 20 unités de nitrates et 30 unités de phosphates. Il achète deux types d'engrais.

- Le type 1 procure 3 unités de potasse, 1 unité de nitrates et 3 unités de phosphates. Il coûte 120.

- Le type 2 procure 1 unités de potasse, 5 unité de nitrates et 2 unités de phosphates. Il coûte 60.

Exprimer à l'aide d'un programme linéaire la combinaison d'engrais qui remplira les conditions exigées au moindre coût.

Exercice 4. 1- Résoudre le système suivant

$$\begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ 3x + 7y &= 2 \end{aligned} \tag{1}$$

2- Pour quelles valeurs de a la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & a \end{pmatrix} \tag{2}$$

est elle inversible ? calculer dans ce cas son inverse.

3- Soit a et b deux réels et A la matrice

$$\begin{pmatrix} a & 2 & -1 & b \\ 3 & 0 & 1 & -4 \\ 5 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Montrer que $rg(A) \leq 2$ pour quelles valeurs de a et b , $rg(A) = 2$?