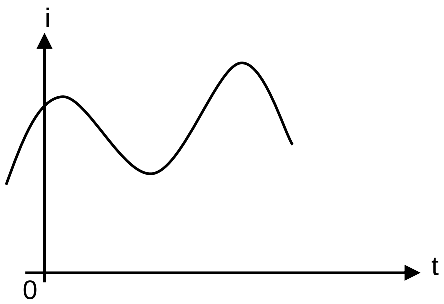
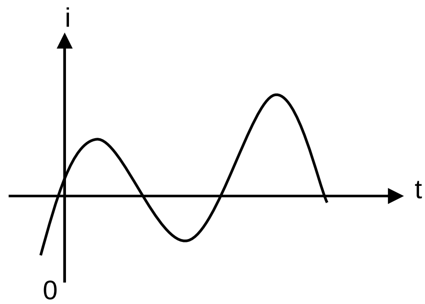
LES CIRCUITS A COURANT ALTERNATIF MONOPHASE

1 - Différents formes de courants (et de tension)

- Dans l'ensemble des formes de courants, nous pouvons effectuer une première partition :
  - Les courants unidirectionnels,
  - Les courants bidirectionnels,



Courant unidirectionnel

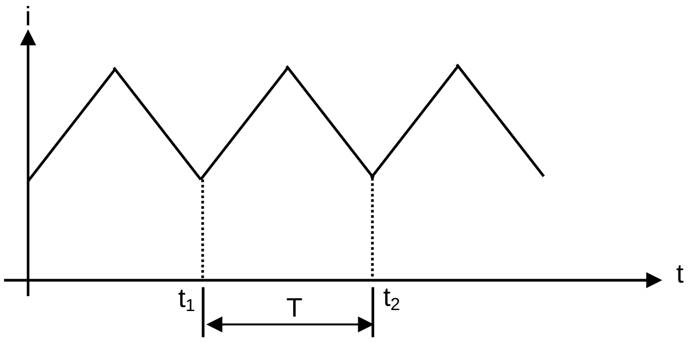


Courant bidirectionnel

- Nous pouvons effectuer une seconde partition :
  - Les courants périodiques,
  - Les courants non périodiques,

1.1 - Courant périodique

Un courant est périodique si son intensité reprend la même valeur à intervalles de temps égaux,



1.2 – Période

- la période d'un courant périodique est la durée constante qui sépare deux instants consécutifs où le courant se produit identiquement à lui-même,
- La période est une durée (un temps), elle s'exprime en seconde, son symbole est T,

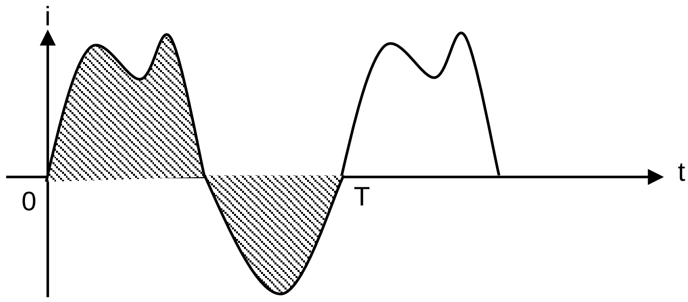
1.3 – Fréquence

La fréquence (f) d'un courant périodique est le nombre de fois que le courant se produit identiquement à lui-même en une seconde,

$$f = \frac{1}{T} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} T \text{ en seconde} \\ f \text{ en hertz} \end{cases}$$

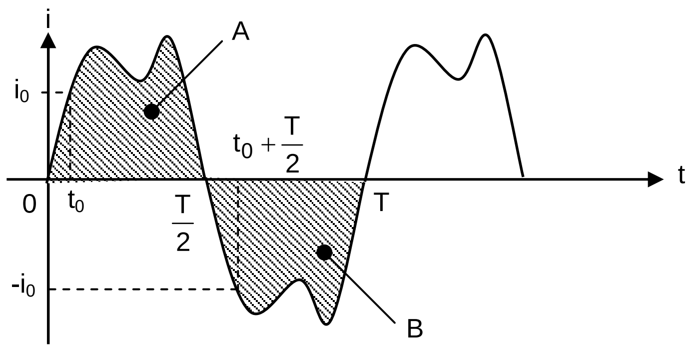
1.4 - Courant alternatif

- C'est un courant bidirectionnel et périodique dont la valeur moyenne est nulle,
- Les deux aires hachurées sont égales,



1.5 - Courant alternatif symétrique

- C'est un courant périodique dont la valeur moyenne est nulle, les deux aires hachurées sont égales comme précédemment mais en plus elles sont superposables car les courbes A de la première demi période et B de la deuxième demi période sont identiques,
- Ce sont les deux alternances du courant (A : alternance positive, B : alternance négative),

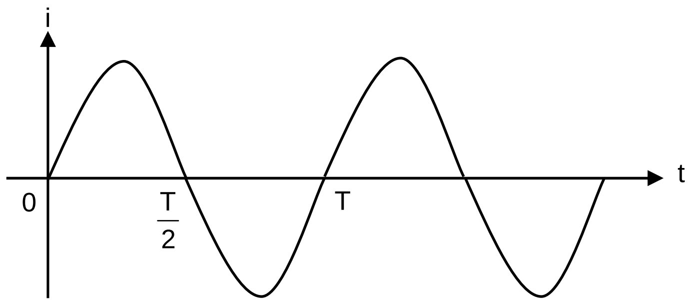


- Si i_o est l'intensité du courant à l'instant t_0, une demi-période plus tard, l'intensité est $-i_0$,

$$i(t_0 + \frac{T}{2}) = -i(t_0)$$

1.6 - Courant sinusoïdal

- C'est un courant alternatif symétrique dont l'intensité est une fonction sinusoïdale de temps,
- Ce courant est le plus important, toute l'énergie électrique est produite sous cette forme,



2 - Courant/Tension sinusoïdal

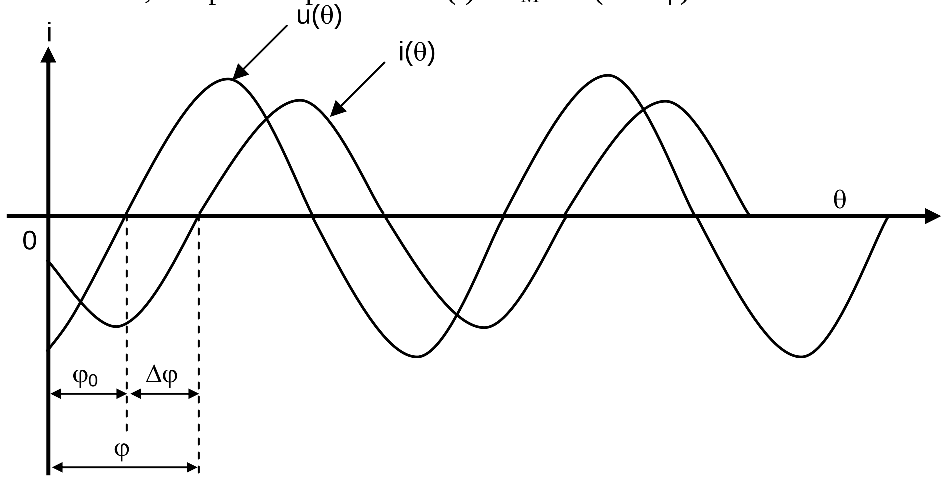
- Un courant (ou une tension) est alternatif sinusoïdal s'il varie en fonction du temps selon la loi sinusoïdal,
- S'il s'agit d'une tension, elle a pour expression :

$$u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} u(t) : \text{valeur instantanée} \\ U_M : \text{amplitude maximale (V)} \\ \omega t + \varphi_0 = \text{phse instantanée (rd)} \\ \varphi_0 : \text{déphasage par rapport à l'origine de phase} \\ \omega : \text{pulsation } (rd/s) \end{cases}$$

On définit :

- La période T en seconde (s) avec : $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- La fréquence f en Hz avec : $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

▪ S'il s'agit d'un courant, il a pour expression : $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi)$



▪ $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$: est le déphasage entre le courant et la tension

3 - Valeurs moyennes et efficaces du courant sinusoïdal

Soit : $i(t) = I_M \sin \omega t$

▪ Intensité moyenne :

$$I_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I_M \sin\omega t\,dt = \frac{I_M}{T}\left[\frac{-\cos\omega t}{\omega}\right]_0^T = -\frac{I_M}{T\omega}\left[\cos\omega T - \cos 0\right] = -\frac{I_M}{2\pi}\left[1-1\right] = 0$$

▪ Intensité efficace :

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i^2(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} I_M^2 \sin^2\omega t\,dt = \frac{2.I_M^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1-\cos 2\omega t}{2}\,dt = \frac{2.I_M^2}{2.T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}}$$

$$= -\frac{I_M^2}{T}\left[\left(\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega}\sin 2\omega\frac{T}{2}\right) - 0\right] = I_M\left[\frac{1}{2}\right] \Rightarrow I_{eff} = \frac{IM}{\sqrt{2}}$$

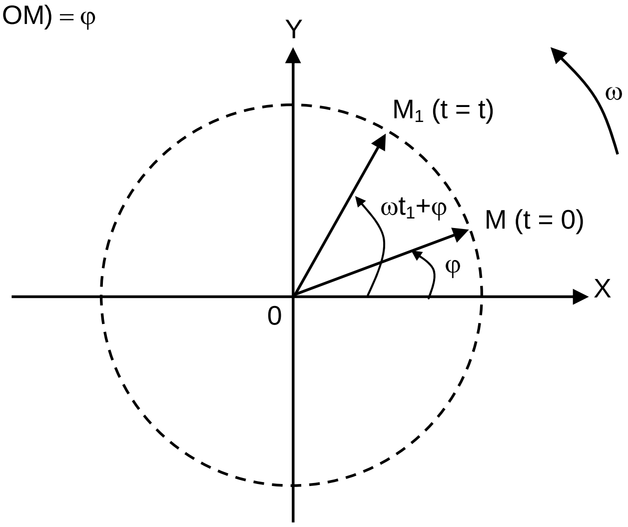
▪ De même pour la tension : $U_{moy} = \frac{U_M}{2}$; $U = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$

4 - Représentation de Fresnel

4.1 - Convention de Fresnel

▪ Soit le signal : $S(t) = S_M \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}\, S \sin(\omega t + \varphi)$

- Ce signal peut être représenté par un vecteur $\overrightarrow{OM}$ de module $\sqrt{2}.S$ placé par rapport à OX origine des phases, tel que $(\overrightarrow{OX},\overrightarrow{OM}) = \varphi$

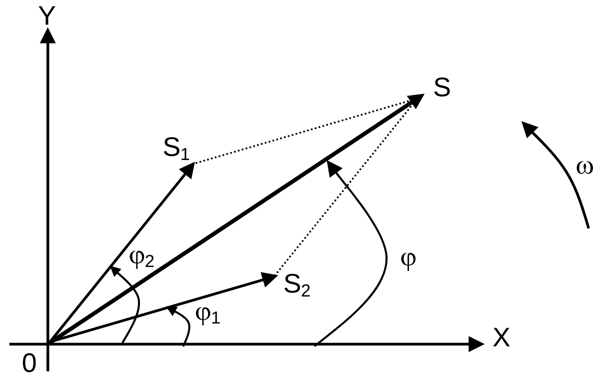


- Le vecteur $\overrightarrow{OM}$ tourne avec une vitesse ω constante dans le sens trigonométrique,
- L'intérêt de la représentation de Fresnel c'est de séparer la partie temporelle (ωt) de la partie de phase (φ),

4.2 - Somme vectorielle de deux grandeurs sinusoïdales

Soient deux grandeurs sinusoïdales :

- $S_1(t) = S_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$ de module $S_1\sqrt{2}$ et de phase par rapport à l'origine φ_1,
- $S_2(t) = S_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_2)$ de module $S_2\sqrt{2}$ et de phase par rapport à l'origine φ_2,



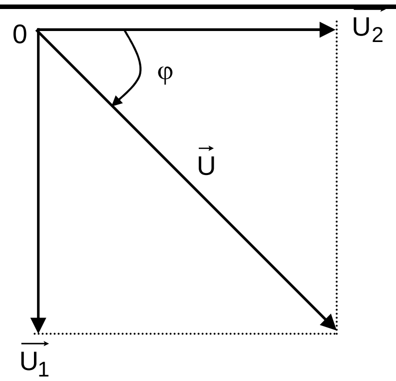
$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) = S.\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} \bullet \text{ Module : } \quad S^2 = (S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2)^2 + (S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2)^2 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ \bullet \text{ Phase : } tg\varphi = \dfrac{S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2}{S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2} \Rightarrow \varphi = \text{arctg}\left[\dfrac{S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2}{S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2}\right] \end{cases}$$

Application :

Connaissant les expressions $u_1(t)$ et $u_2(t)$, trouver graphiquement celle de $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$,

avec : $u_1(t) = 8\sqrt{2}\sin\omega t$ et $u_2(t) = 12\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$; Echelle : 1 cm → 2 V



$|\varphi| = 56° \Rightarrow |\varphi| = 0{,}98$ rd

U = 14,4 V

$u(t) = 14{,}4\sqrt{2}\sin(\omega t - 0{,}98)$

5 - Représentation complexe

- A un signal $S(t) = S\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$, on peut correspondre un nombre complexe $\overline{S}$ de module $S\sqrt{2}$ et d'argument φ,
- $\overline{S}$ peut s'écrire : $S(t) = S\sqrt{2}\,e^{j\varphi} = S\sqrt{2}\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ avec : $\begin{cases} \text{Im}(\overline{S}) = S\sin\varphi \\ \text{Réel}(\overline{S}) = S\cos\varphi \end{cases}$,

  dont le module est la valeur efficace S et l'argument φ la phase de s(t),
- La pulsation ω ne figure pas dans les représentations complexes, mais il est sous entendu que toute les fonctions sinusoïdales quelles représentent ont la même pulsation,

5.1 - Somme de deux grandeurs complexes

Soient deux grandeurs complexes :

$$\overline{S}_1 = S_1\,e^{j\varphi_1} = S_1\,(\cos\varphi_1 + j\sin\varphi_1)$$

$$\overline{S}_2 = S_2\,e^{j\varphi_2} = S_2\,(\cos\varphi_2 + j\sin\varphi_2)$$

$$\overline{S} = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 = S\,e^{j\varphi} = S\,(\cos\varphi + j\sin\varphi) = (S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2) + j\,(S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2)$$

• Module : $S^2 = (S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2)^2 + (S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2)^2 \Rightarrow S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2\,S_1S_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

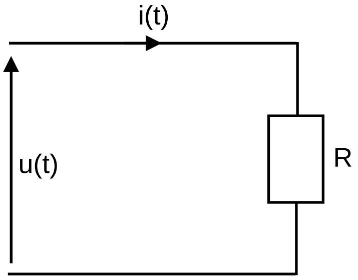
• Phase : $tg\varphi = \dfrac{S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2}{S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2} \Rightarrow \varphi = \text{arctg}\left[\dfrac{S_1\sin\varphi_1 + S_2\sin\varphi_2}{S_1\cos\varphi_1 + S_2\cos\varphi_2}\right]$

6 - Loi d'ohm en alternatif

6.1 - Définition de l'impédance Z et de l'admittance Y

- L'impédance $\overline{Z}$ est le rapport de la tension appliquée au circuit par le courant qu'elle produit : $\overline{Z} = \dfrac{\overline{U}}{\overline{I}}$
- L'admittance est par définition : $\overline{Y} = \dfrac{\overline{I}}{\overline{U}} = \dfrac{1}{\overline{Z}}$ en simens (s),

6.2 - Circuit purement résistif



$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1) \quad \Rightarrow$$

D'après la loi d'ohm : $u(t) = r\,i(t) \;\Rightarrow\; i(t) = \dfrac{U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0)}{R}$

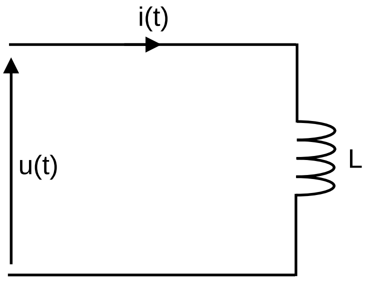
On déduit que le courant et la tension sont phase

$\Delta\varphi = 0$ car $\varphi_1 = \varphi_2$ et que $Z = R$, Donc : $\overline{U}_R = R.\overline{I}$

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{R}$$

6.3 - Circuit purement inductif

Considérons une bobine d'inductance L et de résistance nulle,

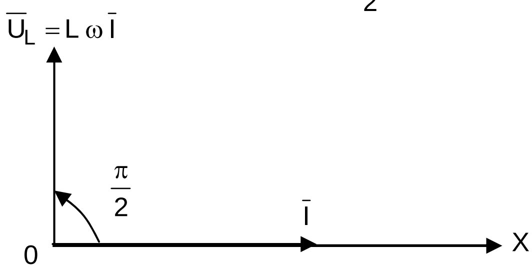


$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

On a : $u(t) = L\dfrac{di}{dt} = L\omega I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_1) = L\omega I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1 + \dfrac{\pi}{2})$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{L\,\omega\,I\sqrt{2}\,e^{j(\varphi 1 + \frac{\pi}{2})}}{I\sqrt{2}\,e^{j\varphi 1}} = L\,\omega\,e^{j\frac{\pi}{2}} = L\,\omega\,(\cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2}) = j\,L\,\omega$$

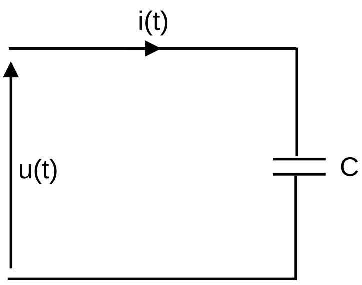
On déduit que la tension est en quadrature avant avec le courant ($\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$). Donc : $\overline{U}_L = j\,L\,\omega\,\overline{I}$



Remarque :

- Une bobine idéale traversée par un courant continu (i(t) = cte), elle se comporte comme un court-circuit (Z = 0 car (ω = 0),
- X_L s'appelle réactance inductive avec : $X_L = L\omega$ en Ω

6.4 - Circuit purement capacitif

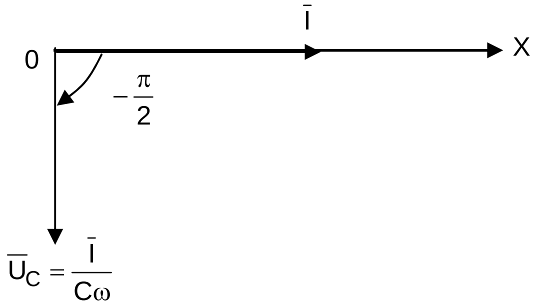


$$u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0)$$
$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

On a : $i(t) = C\dfrac{du}{dt} = C\omega U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_0) = C\omega U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_0 + \dfrac{\pi}{2})$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{U\sqrt{2}\,e^{j\varphi_0}}{C\,\omega\,U\sqrt{2}\,e^{j(\varphi_0 + \frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega} = \frac{1}{C\omega}\,e^{-\frac{\pi}{2}}$$

On déduit que la tension est en quadrature arrière avec le courant ($\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$). Donc : $\overline{U}_C = \frac{\overline{I}}{jC\omega}$



Remarque :

- Un condensateur alimenté par une tension continu (u(t) = cte), se comporte comme un circuit ouvert ($Z \to \infty$ car $\omega = 0$),
- X_C s'appelle réactance capacitive avec : $X_C = \frac{1}{C\omega}$ en Ω