معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية والتجارية

التصحيح النموذجي لأسئلة مادة الإحصاء "4"

التمرين 01:

① الخطأ من النوع الثاني B (0,5)

② الخطأ من النوع الأول α (0,5)

التمرين 02:

لدينا:

$\mu = 500 \quad , \sigma^2 = 400 \quad , n = 16$

$X \sim N(500, 400)$

① توزيع المعاينة لمتوسط العينة:

بما أن تباين المجتمع الطبيعي معلوم (σ^2 معلوم) فإن توزيع متوسط العينة يكون هو: (0,5)

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \Rightarrow \bar{X} \sim N(500, 25) \quad (0,5)$$

$$\mu_{\bar{X}} = \mu = 500 \quad (0,5)$$

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{400}{16} = 25 \quad (0,5)$$

2) $$p(\bar{X} > 510) = p\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} > \frac{510 - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}\right)$$

$$= p\left(Z > \frac{510 - 500}{\sqrt{25}}\right) \quad (1,5)$$

$$= p(Z > 2)$$

$$= 1 - p(Z \leq 2)$$

$$= 1 - \Phi(2)$$

$$= 1 - 0,9772$$

$$\boxed{p(\bar{X} > 510) = 0,0228}$$

3) $P(495 \leq \bar{X} \leq 510) = P\left(\dfrac{495-U}{\sqrt{\frac{\delta^2}{n}}} \leq \dfrac{\bar{X}-U}{\sqrt{\frac{\delta^2}{n}}} \leq \dfrac{510-U}{\sqrt{\frac{\delta^2}{n}}} \right)$

$= P\left(\dfrac{495-500}{\sqrt{25}} \leq Z \leq \dfrac{510-500}{\sqrt{25}} \right)$

$= P(2 \leq Z \leq -1)$ (1,5)

$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1)$

$= \phi(2) - \phi(-1)$

$= 0,977250 - 0,158655$

$\boxed{P(495 \leq \bar{X} \leq 510) = 0,818595}$

التمرين 03:

لدينا تباينتي المجتمعين الطبيعيين مجهولين (δ_1^2 و δ_2^2 مجهولين) وغير متساويين (1)
و $n_1, n_2 < 30$ ومنه:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (U_1 - U_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$$

ومنه مجال الثقة لـ $U_1 - U_2$ بمستوى ثقة $100(1-\alpha)\%$ هو:

$$U_1 - U_2 \in \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} ; (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \right]$$ (1)

بالتعويض نجد مجال الثقة لـ $(U_1 - U_2)$ عند مستوى ثقة 95% هو:

$$U_1 - U_2 \in \left[(21,25 - 25,11) - 2,131 \sqrt{\frac{7,64}{8} + \frac{11,61}{9}} ; (21,25 - 25,11) + 2,131 \sqrt{\frac{7,64}{8} + \frac{11,61}{9}} \right]$$ (0,5)

$U_1 - U_2 \in [-7,05 ; 0,66]$ (0,5)

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow t_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} = t_{0,975, 15} \overset{\text{مجدولة}}{=} 2,131$ (0,5)

• وسطي العينتين

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum x_i}{n_1} = \frac{170}{8} = 21,25 \quad (0,5)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum x_i}{n_2} = \frac{226}{9} = 25,11 \quad (0,5)$$

• تباين العينتين:

$$S_1^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} = \frac{53,5}{8-1} = 7,64 \quad (0,5)$$

$$S_2^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X}_2)^2}{n_2 - 1} = \frac{92,88}{9-1} = 11,61 \quad (0,5)$$

التمرين 04:

① مجال الثقة لـ μ لمستوى ثقة 95%

δ^2 معلوم و $n \geq 30$ ومنه: (1)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\delta^2/n}} \sim N(0,1)$$

ومنه مجال الثقة لـ μ عند مستوى الثقة $100(1-\alpha)\%$ هو:

$$\mu \in \left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\delta^2}{n}} , \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\delta^2}{n}}\right] \quad (1)$$

بالتعويض في مجال الثقة لـ μ عند مستوى الثقة 95% هو:

$$\mu \in \left[150 - 1,96\sqrt{\frac{400}{n}} ; 150 + 1,96\sqrt{\frac{400}{64}}\right] \quad (1)$$

$$\mu \in [145,1 ; 154,9] \quad (0,5)$$

حيث: $Z_{0,975} = 1,96$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975$$

② حجم العينة:

$$n = \left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\delta}{d}\right)^2 = \left(\frac{(1,96)(20)}{4}\right)^2 = 96,04 \approx 97 \quad (0,5) \quad (0,5)$$

التمرين 05:

لدينا: $U_0 = 110$, $\sigma^2 = 100$, $n = 25$, $\bar{X} = 115$

الفرضيات:

$$H_0 : U = 110$$
$$H_1 : U \neq 110$$

(0,5)

القيمة المحسوبة لإحصائية الاختبار:

- تباين المجتمع الطبيعي معلوم وصفة التوزيع المعتمد عليه هو z. (0,5)

$$Z = \frac{\bar{X} - U}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

(1,5)

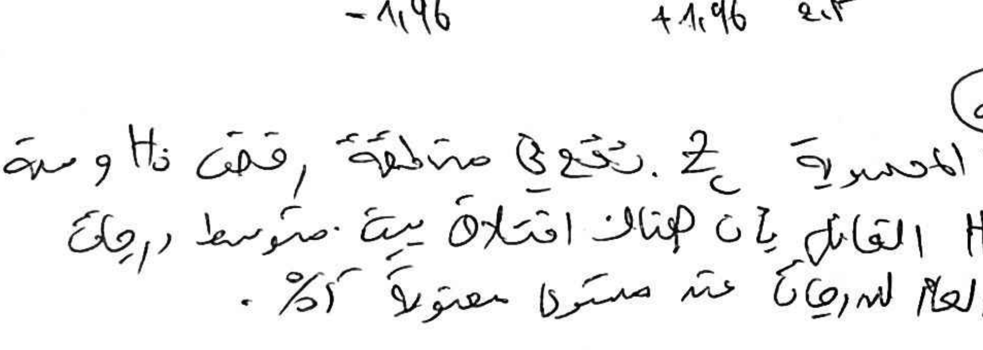
$$Z_c = \frac{\bar{X} - U_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{115 - 110}{\sqrt{\frac{100}{25}}} = 2,5$$ ومنه

القيمة الجدولية:

عند مستوى معنوية 0,05 وبما أن الفرضية البديلة ذات طرفين فإن القيمة الجدولية هي:

$$\pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \pm Z_{1-\frac{0,05}{2}} = \pm Z_{0,975} = \pm 1,96$$

(0,5)



القرار الإحصائي: (0,5)

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_c تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفض H_0 ونقبل H_1 القائل بأن هناك اختلاف بين متوسط درجات الطلبة والمتوسط العام للدرجات عند مستوى معنوية 5% .