

Examen final

Transfert de chaleur II

Durée : 1h 30 min

Exercice n°1 (6 points)

Le coefficient de frottement pariétal local sur une plaque plane de longueur $2L$ est

$$Cf_{px} Re_x^n = A$$

où A et n sont des constantes réelles positifs, calculer sa valeur moyenne $\overline{Cf_p}$.

Exercice n°2 (8 points)

Un fluide à la température de 20 °C s'écoule le long de la largeur d'une plaque plane rectangulaire de dimensions $1,5\text{ m} \times 6\text{ m}$ et de température 40 °C avec la vitesse $28,8\text{ km/h}$. Calculer :

- Le coefficient de frottement pariétal moyen $\overline{Cf_p}$ sur la plaque,
- La force de frottement F_f qui s'exerce sur la plaque et
- La quantité de chaleur échangée Q entre la plaque et l'air.

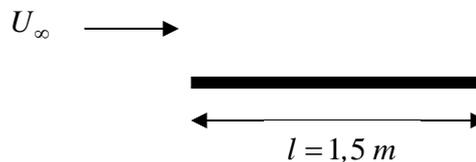
Données :

$$C_p = 1007\text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$$

$$\lambda = 0,02953\text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$$

$$\mu = 3,068 \times 10^{-5}\text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\rho = 1,204\text{ kg.m}^{-3}$$



Exercice n°3 (6 points)

Si un cylindre noir de diamètre $D = 5\text{ cm}$, de longueur $L = 20\text{ cm}$ et de température $T = 1000\text{ K}$ est suspendu dans l'air, calculer :

- Le pouvoir émissif total E_b ,
- La quantité d'énergie rayonnée Q_{rad} pendant cinq minutes,
- La longueur d'onde λ_{max} en micromètre.

Donnée : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{K}^4$

Corrigé type de l'examen final

Transfert de chaleur II

Durée : 1h 30 mn

Exercice n°1 (6 points)

Nous avons

$$Cf_{P_x} = \frac{A}{Re_x^n}$$

le coefficient de frottement pariétal moyen, sur la distance $2L$, est par définition

$$\overline{Cf_P} = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} Cf_{P_x} dx \quad \boxed{2.0}$$

En y insérant l'expression du Cf_{P_x} , nous obtenons

$$\overline{Cf_P} = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \frac{A}{\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^n} x^{-n} dx = \frac{1}{2L} \frac{A}{\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^n} \frac{1}{-n+1} \left[x^{-n+1} \right]_0^{2L} = \frac{1}{2L} \frac{A}{\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^n} \frac{1}{1-n} (2L)^{1-n} \quad \boxed{1.0}$$

$$\overline{Cf_P} = \frac{1}{2L} \frac{A}{\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^n} \frac{1}{1-n} (2L)^{1-n} = \frac{A}{1-n} \frac{1}{\left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^n (2L)^n} \quad \boxed{1.0}$$

d'où la valeur du coefficient de frottement pariétal moyen

$$\overline{Cf_P} = \frac{A}{2^n (1-n) Re_L^n} \quad \boxed{2.0}$$

Exercice n°2 (8 points)

Avant de commencer les calculs, il faut connaître le régime d'écoulement dans cette direction, pour cela, nous calculons la distance critique x_C à partir de la valeur $Re_C = 5 \times 10^5$ (avec $U_\infty = 28,8 \text{ km/h} = 8 \text{ ms}^{-1}$), soit

$$x_C = \frac{\mu Re_C}{\rho U_\infty} = \frac{3,068 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^5}{1,204 \times 8} = 1,59 \text{ m} \quad \boxed{1.0}$$

Par conséquent, l'écoulement est laminaire sur toute la largeur, car la transition vers la turbulence se fait au-delà de la plaque puisque la distance critique est supérieure à la largeur.

a) Calcul du coefficient de frottement pariétal moyen $\overline{Cf_P}$:

En régime laminaire, le coefficient de frottement pariétal moyen $\overline{Cf_P}$ est donné par la formule

$$\overline{Cf_P} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} \quad \boxed{1.0}$$

$$\overline{Cf_P} = \frac{1,328}{\sqrt{\frac{\rho U_\infty L}{\mu}}} = \frac{1,328}{\sqrt{1,204 \times 8 \times 1,5}} = 1,935 \times 10^{-3} \quad \boxed{0.5}$$

b) La force de frottement F_f qui s'exerce sur la plaque :

La force de frottement est

$$F_f = \tau_p S = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \overline{Cf_P} S \quad \boxed{1.0}$$

$$F_f = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \overline{Cf_P} S = \frac{1}{2} \times 1,204 \times 8^2 \times 1,935 \times 10^{-3} \times 6 \times 1,5 = 0,670 \text{ N} \quad \boxed{0.5}$$

c) La quantité de chaleur échangée Q :

La relation utilisée pour calculer le nombre de Nusselt moyen est celle d'un écoulement laminaire, soit

$$\overline{Nu} = 0,664 \sqrt{Re_L} Pr^{\frac{1}{3}} \quad \boxed{1.0}$$

$$Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda} = \frac{3,068 \times 10^{-5} \times 1007}{0,02953} = 1,046 \quad \boxed{1.0}$$

$$\overline{Nu} = 0,664 \left(\frac{1,204 \times 8 \times 1,5}{3,068 \times 10^{-5}} \right)^{\frac{1}{2}} (1,046)^{\frac{1}{3}} = 462,545 \quad \boxed{0.5}$$

$$\overline{h} = \frac{\lambda \overline{Nu}}{L} = \frac{0,02953 \times 462,545}{1,5} = 9,106 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \boxed{0.5}$$

$$Q = \overline{h} S (T_p - T_\infty) = 9,106 \times 1,5 \times 6 \times (40 - 20) = 1639,08 \text{ W} \quad \boxed{1.0}$$

Exercice n°3 (6 points)

- a) Le pouvoir émissif total E_b est donné par la loi de Stefan-Boltzmann

$$E_b = \varepsilon \sigma T^4 \quad \boxed{1.0}$$

avec $\varepsilon = 1$ (cylindre noir), nous obtenons

$$E_b = 5,67 \times 10^{-8} (1000)^4 = 56700 \text{ W / m}^2 \quad \boxed{1.0}$$

- b) La quantité d'énergie rayonnée Q_{rad} pendant cinq minutes est

$$Q_{rad} = E_b S \Delta t \quad \boxed{1.0}$$

La surface totale du cylindre est

$$S = \frac{\pi D^2}{2} + \pi DL \quad \boxed{1.0}$$

d'où

$$Q_{rad} = 56700 \times \left(\frac{3,14 \times (0,05)^2}{2} + 3,14 \times 0,05 \times 0,2 \right) (5 \times 60) = 600878,25 \text{ J} \quad \boxed{1.0}$$

- c) La longueur d'onde λ_{max} en micromètre est

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} \mu m \quad \boxed{0.5}$$

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{1000} = 2,898 \mu m \quad \boxed{0.5}$$