Centre Universitaire Abdelhafid BOUSSOUF-Mila
Institut de science et de technologie

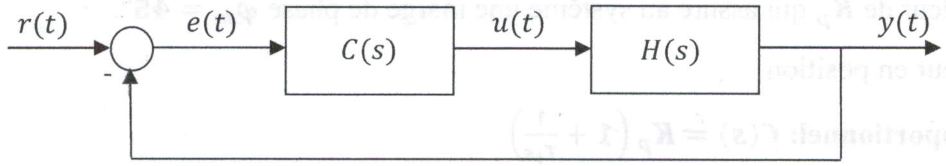
Département de science et technique
Licence III Electromécanique
Module Régulation Industrielle

année universitaire 2023/2024
Samedi 12/05/2024

Examen

Exercice 1

Soit la boucle de régulation suivante :



1. Que représente $r(t)$, $e(t)$, $u(t)$, $y(t)$, $C(s)$ et $H(s)$.

2. Quelles sont les critères de performance d'une boucle de régulation ?

3. Citez les différents types des régulateurs Tout Ou Rien T.O.R

4. Si le correcteur, de fonction de transfert $C(s)$, reçoit sur son entrée $e(t)$ un échelon d'amplitude e_0.

Exprimer puis tracer la loi de commande $u(t)$ lorsque le correcteur est de type:

- Un correcteur P,
- Un correcteur PI,
- Un correcteur PD,
- Un correcteur PID académique.

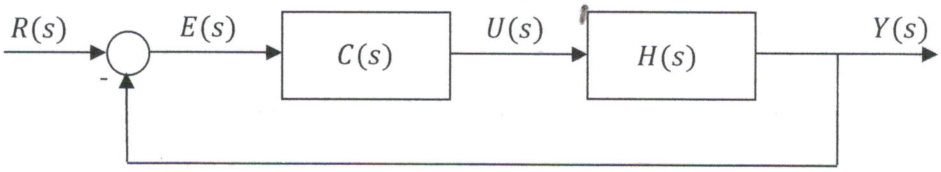
5. Expliquez brièvement le rôle du régulateur Proportionnel, Intégrale, et Dérivée.

6. Tracer le schéma fonctionnel du régulateur PID de type série.

Exercice 2

Soit un système de deuxième ordre avec la fonction de transfert : $\boldsymbol{H(s)} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{S^2+1.6s+2}}$

On utilisant un régulateur proportionnel $\boldsymbol{C(s) = K_p}$ (Figure ci- dessous).



1. Donner en fonction de $\boldsymbol{K_p}$ les expressions de : $\boldsymbol{K_{BF}, \omega_{nBF}}$ ***et*** $\boldsymbol{\xi_{BF}}$.

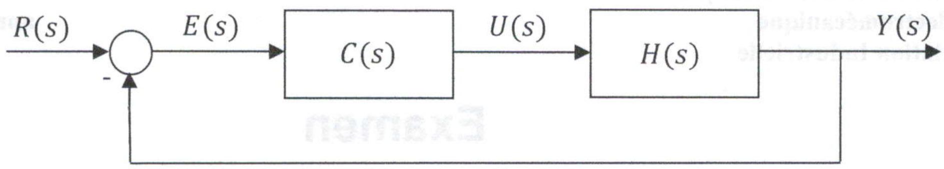
2. Donner l'expression de l'erreur statique si l'entrée est un échelon d'amplitude **10**.

3. Quel est la valeur de $\boldsymbol{K_p}$ nécessaire pour avoir une erreur statique égale à **0.01**.

4. Calculer l'erreur statique si on remplace le régulateur $\boldsymbol{C(s)}$ par un régulateur ***PI*** de fonction de transfert $\boldsymbol{C_{PI}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)}$.

Exercice 3

Soit la boucle de régulation suivante :



avec $\boldsymbol{H(s)} = \frac{e^{-s}}{1+s}$.

1. Régulateur Proportionnel: $C(s) = K_p$

1.1. Calculer la valeur de K_p qui assure au système une marge de phase $\varphi_m = 45°$.

1.2. Calculer l'erreur en position.

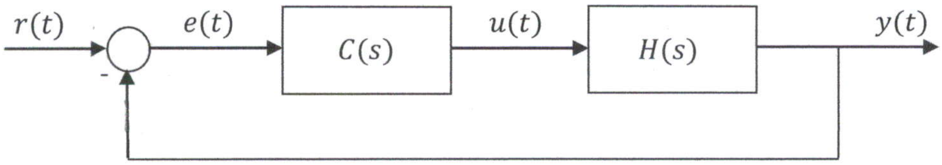
2. Régulateur Proportionnel: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$

2.1. Déterminer les paramètres du correcteur pour obtenir une marge de phase $\varphi_m = 45°$.

Corrigé Type

Exercice 1 08 pts.

Soit la boucle de régulation suivante :



1.

$r(t)$, la consigne 0,25

$e(t)$, l'erreur 0,25

$u(t)$, la commande 0,25

$y(t)$, la sortie 0,25

$C(s)$, le correcteur 0,25

$H(s)$, la fonction de transfert du système. 0,25

2. Les critères de performance d'une boucle de régulation

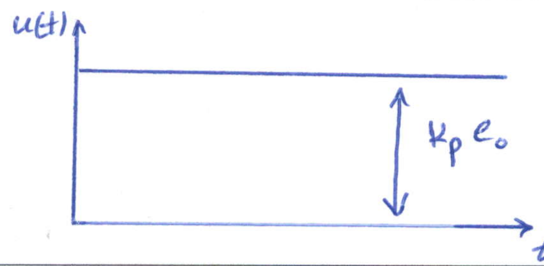
Précision, Rapidité, et Stabilité 0,25 + 0,25 + 0,25

3. Les types des régulateurs Tout Ou Rien T.O.R

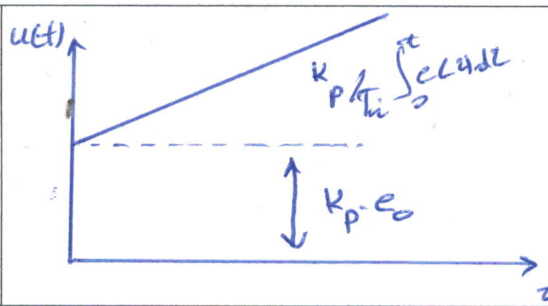
TOR simple, TOR avec seuil, et TOR avec Hystérésis 0,25 + 0,25 + 0,25

4. La loi de commande $u(t)$ lorsque le correcteur est de type:

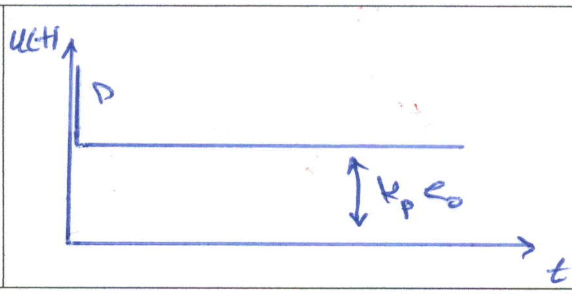
- Un correcteur P,

$u(t) = k_p e(t)$ 0,50	 0,25

- Un correcteur PI,

$u(t) = k_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau\right)$ 0,50	 0,25

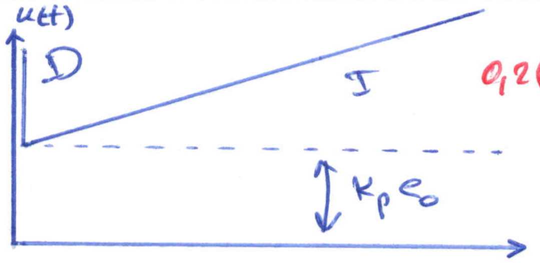
- Un correcteur PD,

$u(t) = k_p\left(e(t) + T_d\frac{de(t)}{dt}\right)$ 0,50	 0,25

- Un correcteur PID académique.

$$u(t) = K_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right)$$

0,50



0,25

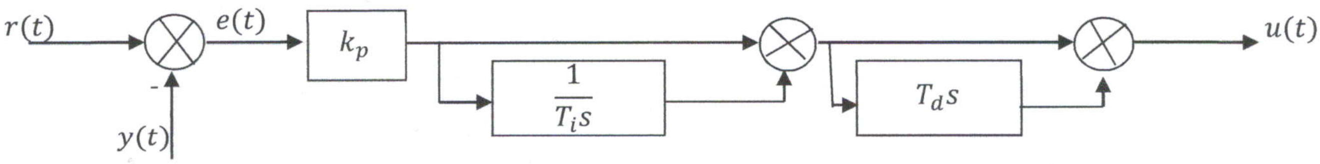
5. Le rôle du régulateur Proportionnel, Intégrale, et Dérivée.

Proportionnel, Augmente la précision et la rapidité. 0,50

Intégrale, annule l'erreur statique. 0,50

Dérivée, Augmente la stabilité 0,50

6. Le schéma fonctionnel du régulateur PID de type série.

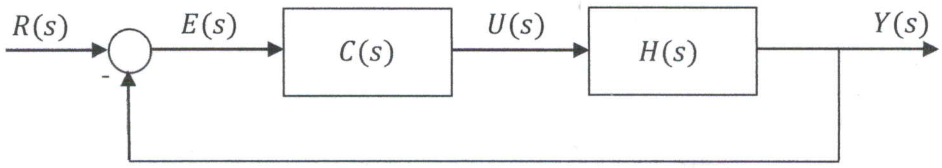


01,00

Exercice 2 6pts.

Soit un système de deuxième ordre avec la fonction de transfert : $H(s) = \frac{1}{S^2+1.6s+2}$

On utilisant un régulateur proportionnel $C(s) = K_p$ (Figure ci- dessous).



1. Les expressions de K_{BF}, ω_{nBF} et ξ_{BF}.

La FTBF est :

$$H(s) = \frac{C(s)H(s)}{1 + C(s)H(s)} = \frac{K_p\left(\frac{1}{S^2+1.6s+2}\right)}{1 + K_p\left(\frac{1}{S^2+1.6s+2}\right)} = \frac{K_p}{S^2 + 1.6s + 2 + K_p}$$

0,50

La forme canonique d'une fonction de transfert d'un système de 2ième ordre est donnée par :

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Par identification

$$\begin{cases}\omega_{n_{BF}}\omega_{n_{BF}}^2 = 2+K_p \\ 2\xi_{BF}\omega_{n_{BF}} = 1.6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\boldsymbol{\omega_{n_{BF}}} = \sqrt{\mathbf{2}+\boldsymbol{K_p}} \\ \boldsymbol{\xi_{BF}} = \dfrac{\mathbf{0.8}}{\sqrt{\mathbf{2}+\boldsymbol{K_p}}}\end{cases}$$

0,50

0,50

et

$$K_{BF}\omega_{n_{BF}} = K_p \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{K_{BF}} = \frac{\boldsymbol{K_p}}{\mathbf{2}+\boldsymbol{K_p}}$$ 0,50

2. L'expression de l'erreur statique lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude 10.

00,50

$$e_p = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = sR(s)\big(1-H_{BF}(s)\big) = s\frac{10}{s}\left(1-\frac{K_p}{S^2+1.6s+2+K_p}\right) = \frac{\mathbf{20}}{\mathbf{2}+\boldsymbol{K_p}}$$ 01,00

3. La valeur de K_p nécessaire pour avoir une erreur statique égale à 0.01.

$$e_p = \frac{20}{2+K_p} = 0.01 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{K_p} = \mathbf{1998}.$$ 01,00

4. Calcul de l'erreur statique si $C(s)$ est remplacé par un régulateur PI de fonction de transfert $C_{PI}(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$.

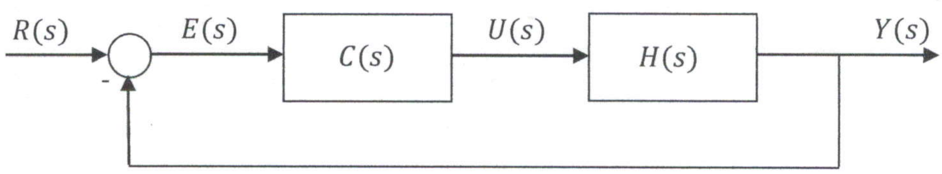
$$\boldsymbol{H}(s) = \frac{C_{PI}(s)H(s)}{1+C_{PI}(s)H(s)} = \frac{K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{1}{S^2+1.6s+2}\right)}{1+K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\left(\frac{1}{S^2+1.6s+2}\right)} = \frac{\boldsymbol{K_p(1+T_i s)}}{\boldsymbol{T_i s(S^2+1.6s+2)+K_p(1+T_i s)}}$$ 0,50

$$e_p = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = sR(s)\big(1-H_{BF}(s)\big) = s\frac{10}{s}\left(1-\frac{K_p(1+T_i s)}{T_i s(S^2+1.6s+2)+K_p(1+T_i s)}\right)$$

$$= \mathbf{10}\left(\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{K_p}}{\boldsymbol{K_p}}\right) = \mathbf{0}$$ 01,00

<u>Exercice 3</u> 06 pts

Soit la boucle de régulation suivante :



avec $\boldsymbol{H}(s) = \frac{e^{-s}}{1+s}$.

1. Régulateur Proportionnel: $C(s) = K_p$

1.1. La valeur de K_p qui assure au système une marge de phase $\varphi_m = 45°$.

0,50

$$\boldsymbol{\varphi_m} = \boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{arg}\big(\boldsymbol{H_{BO}}(\boldsymbol{jw_{co}})\big) = \frac{\pi}{4} \text{ avec } |H_{BO}(jw_{co})| = 1$$ 0,50

La FTBO est : $H_{BO}(s) = K_p\frac{e^{-s}}{1+s}$ 0,50

$\boldsymbol{\varphi_m} = \pi - w_{co} - arctg(w_{co}) = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad w_{co} + arctg(w_{co}) = \frac{3\pi}{4}$

C'est une équation non linéaire, il n'existe pas de solution analytique, par des essais successifs avec des valeurs de w_n (essai/erreur) on trouve : $w_c \approx 1.4\, rad/s$ 0,50

$|H_{BO}(jw_{co})| = 1 \quad \Rightarrow \quad \left| K_p \frac{e^{-jw_{co}}}{1 + jw_{co}} \right| = \frac{K_p}{\sqrt{1 + w_{co}^2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad K_p = \sqrt{1 + w_{co}^2} = 1.72$ 0,50 0,50

1.2. Calcul de l'erreur en position.

$$H_{BF}(s) = \frac{K_p e^{-s}}{s + 1 + K_p e^{-s}}$$ 00,50

$$e_p = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = sR(s)\big(1 - H_{BF}(s)\big) = s\frac{1}{s}\left(1 - \frac{K_p e^{-s}}{s + 1 + K_p e^{-s}}\right) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.37$$ 0,50

2. Régulateur Proportionnel: $\boldsymbol{C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)}$

2.1. Les paramètres du correcteur pour obtenir une marge de phase $\boldsymbol{\varphi_m = 45°}$.

On prend $T_i = T_{max} = 1$ 00,5

La FTBO est : $H_{BO}(s) = K_p \frac{e^{-s}}{s}$ 0,50

$\boldsymbol{\varphi_m = \pi + arg\big(H_{BO}(jw_{co})\big)} = \frac{\pi}{4}$ avec $|H_{BO}(jw_{co})| = 1$

$\boldsymbol{\varphi_m} = \pi - w_{co} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad w_{co} = \frac{\pi}{4}$ 0,50

$|H_{BO}(jw_{co})| = 1 \quad \Rightarrow \quad \left| K_p \frac{e^{-jw_{co}}}{jw_{co}} \right| = \frac{K_p}{w_{co}} = 1 \quad \Rightarrow \quad K_p = w_{co} = \frac{\pi}{4}.$ 0,50 0,50

La FT du correcteur PI est : $\boldsymbol{C(s) = \frac{\pi}{4}\left(1 + \frac{1}{s}\right)}$