ملخص الإحصاء 4

بعض الرموز الهامة

	معالم المجتمع (ثابتة)	احصاءة أو احصائية العينة (متغيرة)
المتوسط الحسابي	μ	$\bar{X}$
التباين	σ^2	$\sigma_{\bar{X}}^2$ أو S^2
الانحراف المعياري	σ	$\sigma_{\bar{X}}$ أو S
النسبة	P	$\hat{P}$
بحيث: N: حجم المجتمع n: حجم العينة	$\mu = \frac{\sum X_i}{N}$ ملاحظة: $E(X) = \mu$	$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$
	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}$ $V(X) = \sigma^2,$	$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

توزيع المعاينة

	عدد العينات	وسط المعاينة	تباين المعاينة	الانحراف المعياري للمعاينة
المعاينة بالارجاع $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}} < \mathbf{0.05}$	N^n	$\mu_{\bar{X}} = \mu$	$\delta_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$	$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

			$V(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}}^2$	
المعاينة بدون ارجاع $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}} \geq \mathbf{0.05}$	$C_N^n = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$	$\mu_{\bar{X}} = \mu$	$\delta_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$	$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{N-n}/_{N-1}$

توزيع المعاينة للمتوسط $\bar{X}$						
			في حالة السحب بالارجاع		في حالة السحب بدون ارجاع و $n \geq 30$ نضرب التباين في معامل التصحيح او الارجاع $\frac{N-n}{N-1}$	
المجتمع	تباين المجتمع σ^2	حجم العينة n	توزيع المتوسط الحسابي للعينة هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:	توزيع المتوسط الحسابي للعينة هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:
طبيعي	معلوم (σ^2معلوم)	$n \geq 30$ أو $n < 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$	$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1}\right)$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1}}} \sim N(0,1)$
طبيعي	(σ^2مجهول)	$n \geq 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{S^2}{n})$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim N(0,1)$	$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N-1}\right)$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N-1}}} \sim N(0,1)$
		$n < 30$	$\bar{X} \sim t\,(n-1)$	$T = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim t(n-1)$		

مجتمع غير طبيعي (توزيع المجتمع غير معلوم)	معلوم (معلومσ^2)	$n \geq 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$		

توزيع المعاينة للنسبة في العينة

نسبة المجتمع نرمز لها بالرمز ρ	النسبة في العينة *المجتمع نرمز لها بالرمز* $\hat{p}$
$\rho = \frac{X}{N}$ **بحيث:** **X: عدد مفردات المجتمع التي تتوفر فيهم الصفة المدروسة** **N: عدد مفردات المجتمع** **q:نسبة عدم توفر الصفة المدروسة في المجتمع** $q = 1 - \rho$ **بحيث:** $\rho + q = 1$	$\hat{\rho} = \frac{x}{n}$ بحيث: x: عدد مفردات العينة التي تتوفر فيهم الصفة المدروسة n: عدد مفردات العينة $\hat{q}$:نسبة عدم توفر الصفة المدروسة في العينة $\hat{q} = 1 - \hat{\rho}$ بحيث: $\hat{\rho} + \hat{q} = 1$

- المتوسط الحسابي والتباين لتوزيع معاينة النسبة

المتوسط الحسابي لتوزيع معاينة النسبة	$\mu_{\hat{p}} = \rho$

التباين لتوزيع معاينة النسبة	في حالة السحب بالإرجاع أو $\frac{n}{N} < 0.05$	في حالة السحب بدون إرجاع أو $\boldsymbol{\frac{n}{N} \geq 0.05}$
	$\boldsymbol{\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{pq}{n}}$	$\boldsymbol{\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{pq}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$

• شكل توزيع المعاينة للنسبة

تطبيقا لنظرية النهاية المركزية:

إذا كان حجم العينة $n \geq 30$ و $np \geq 5$ و $nq \geq 5$

فإن توزيع $\hat{P}$ يقترب من التوزيع الطبيعي الذي وسطه p وتباينه $\frac{pq}{n}$ ، ونكتب:

$$\hat{P} \backsim N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$$

أما التوزيع الطبيعي المعياري فيكون:

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \backsim N(0,1)$$

ملاحظة:

- ✓ في حالة السحب بدون إرجاع نضرب تباين العينة في معامل التصحيح
- ✓ إذا كانت $\mathbf{p}$ مجهولة تستبدل بـ $\hat{\mathbf{p}}$.

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين (مسحوبتين من مجتمعين مستقلين)

- المتوسط الحسابي والتباين لتوزيع معاينة الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين

المتوسط الحسابي	$\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$
التباين	$\sigma^2_{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)} = \dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_1^2}{n_2}$

- شكل توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين

المجتمعين	تباين المجتمعين σ_1^2 و σ_2^2	حجم العينة n_1 و n_2	توزيع الفرق بين متوسطي العينتين هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:

طبيعيين مستقلين	معلومين (σ_1^2 و σ_2^2معلومين)	n_1 و n_2 كبيرين أو صغيرين	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\sim N(\mu_1-\mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2})$	$Z=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$
	(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين)	n_1 و n_2 كبيرين	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\sim N(\mu_1-\mu_2, \frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2})$	$Z=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$
	(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين) وغيرمتساويين $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	n_1 و n_2 صغيرين أو أحدهما صغير	$\bar{X}_1-\bar{X}_2\sim t\,(n_1+n_2-2)$	$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2})}}\sim t(n_1+n_2-2)$
	(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين) ومتساويين $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$			$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}\sim t(n_1+n_2-2)$ بحيث: $S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين (مسحوبتين من مجتمعين غير مستقلين)

	حجم العينة	توزيع الوسط الحسابي هو:	بحيث:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{D}$ من خلال العلاقة:
مجتمعان طبيعيان مرتبطان	$n \geq 30$	$\bar{D} \sim N(\mu_D, \frac{\sigma_D^2}{n})$	$\bar{D} = \frac{\sum d_i}{n}$ $d_i = X_i - Y_i$ $S_D^2 = \frac{\sum(d_i - \bar{D})^2}{n-1}$ $S_D = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{D})^2}{n-1}}$	$Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{\sigma_D^2}{n}}} \sim N(0,1)$
	$n < 30$	$\bar{D} \sim t(n-1)$		$T = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n}}} \sim t(n-1)$

توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي عينتين

	حجم العينة	توزيع الفرق بين نسبتي العينتين هو:	يتم حساب الاحتمالات للفرق بين نسبتي

			العينتين من خلال العلاقة:
مجتمعان يخضع كل منهما لتوزيع برنولي	$n \geq 30$	$(\widehat{P_1} - \widehat{P_2}) \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right)$	$Z = \frac{(\widehat{P_1} - \widehat{P_2}) - p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$
		بحيث: • متوسط الفرق بين نسبتي العينتين $\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \mu_{\hat{p}_1} - \mu_{\hat{p}_2} = p_1 - p_2$ • تباين الفرق بين نسبتي العينتين $\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \mu_{\hat{p}_1} - \mu_{\hat{p}_2} = p_1 - p_2$	

توزيع المعاينة للتباين:

إذا كان S^2 هو تباين عينة مسحوبة من مجتمع طبيعي متوسطه μ وتباينه σ^2 فإن $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يتبع توزيع كاي مربع بدرجة حرية $\vartheta = n - 1$
أي

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \lambda^2_{n-1}$$

توزيع المعاينة للنسبة بين تبايني عينتين:

إذا سحبت عينة حجمها n_1 وتباينها S_1^2 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وعينة أخرى حجمها n_2 وتباينها S_2^2 من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقل عن المجتمع الأول فإن:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

نظرية التقدير:

1- التقدير النقطي:
2- التقدير بمجالات الثقة

مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ

		مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ هو:
تباين المجتمع σ^2 معلوم	$n \geq 30$ أو $n < 30$	$P\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1-\alpha$ أي أن مجال الثقة للمتوسط μ هو: $\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ بمستوى $100(1-\alpha)$ % من الثقة.
تباين المجتمع σ^2 **مجهول**	حجم العينة $n \geq 30$	$\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$
	حجم العينة $n < 30$	$\left[\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$ $\vartheta = n-1$

ملاحظة:

عند تقدير متوسط المجتمع μ بمتوسط العينة $\bar{X}$ يرتكب خطأ يسمى الخطأ المطلق للتقدير وهو القيمة المطلقة للفرق بين المقدر النقطي $\bar{X}$ والمتوسط المجهول μ ، وبفرض أن حد الخطأ الأكبر المسموح به والذي يتم تحديده من قبل الباحث مسبقا هو :

$$d = \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

فبحل المتباينة:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d$$

يمكن تحديد حجم العينة المناسب لعدم تجاوز حد الخطأ الأكبر كما يلي:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{d}{\sigma Z_{1-\frac{\alpha}{2}}} \Rightarrow n \geq \left(\frac{\sigma Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{d}\right)^2$$

وإذا كان σ مجهول نستبدله بتقديره غير المتحيز S.

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلين

			مجال الثقة لمتوسطي المجتمعين هو:
تباين المجتمعين معلومين σ_1^2 و σ_2^2 معلومين	$n \geq 30$ أو $n < 30$		$\left[(\bar{X}-\bar{Y})-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (\bar{X}-\bar{Y})+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = 1-\alpha$ أو أي أن مجال الثقة للمتوسط للفرق $\mu_1-\mu_2$ بمستوى ثقة $100(1-\alpha)\ \%$ من الثقة هو: $\left[(\bar{X}-\bar{Y})-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y})+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$
ملاحظة: إذا كانت العينات العشوائية المسحوبة من مجتمعين غير طبيعيين ذات تباينين σ_1^2 و σ_2^2 معلومين وحجم كل منهما يفوق أو يساوي 30 يمكن تطبيق نظرية النهاية المركزية والحصول على نفس المجال السابق الذي يكون تقريبيا.			
تباين المجتمعين مجهولين σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين	حجم العينة $n \geq 30$		$\left[(\bar{X}-\bar{Y})-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y})+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$
	حجم العينة $n < 30$	σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وغير متساويين	$\left[(\bar{X}-\bar{Y})-t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y})+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$ $\vartheta = n_1+n_2-2$

$$\left[(\bar{X}-\bar{Y})-t_{1-\frac{\alpha}{2}}S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}},(\bar{X}-\bar{Y})+t_{1-\frac{\alpha}{2}}S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right]$$ $\vartheta = n_1 + n_2 - 2$	$\boldsymbol{\sigma_1^2}$ و $\boldsymbol{\sigma_2^2}$ مجهولين و متساويين		

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين مرتبطين

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين مرتبطين μ_D بمستوى $(1-100(1-\alpha)\%$ من الثقة هو:	
$$\left[\bar{D}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}},\bar{D}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right]$$	$\boldsymbol{n \geq 30}$
$$\left[\bar{D}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{n}},\bar{D}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{n}}\right]$$ $\vartheta = n - 1$	$\boldsymbol{n < 30}$

مجال الثقة للنسبة في المجتمع

مجال الثقة للنسبة في المجتمع P بمستوى $(1-100(1-\alpha)\%$ من الثقة هو:	
$$\left[\hat{p}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\hat{p}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$$	**حالة العينة المستقلة (السحب بالارجاع)**

حالة العينة غير المستقلة (السحب بدون الارجاع)	$$\left[\hat{p} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}, \hat{p} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}\right]$$
ملاحظة:	عند تقدير نسبة المجتمع p يرتكب خطأ يسمى الخطأ المطلق للتقدير هو: $$d = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}$$ وإذا تم تحديد أكبر خطأ مسموح به في التقدير يمكن حساب حجم العينة اللازم لتحقيق ذلك الحد من الخطأ، وبناءا عليه يكون حجم العينة المطلوب هو: $$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} \le d \Rightarrow \sqrt{\frac{pq}{n}} \le \frac{d}{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}} \Rightarrow \frac{pq}{n} \le \left(\frac{d}{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right)^2 \Rightarrow n \ge pq\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{d}\right)^2$$

مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين

	مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين $P_1 - P_2$ بمستوى (1-$100(1-\alpha)\%$ من الثقة هو:
	$$\left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}, (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right]$$

مجال الثقة لتباين المجتمع σ^2

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)}}$$

حيث:

: S^2 تمثل قيمة تباين العينة محسوب بالصيغة غير المتحيزة : $S^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$

: $\chi^2_{(n-1,\frac{\alpha}{2})}$ تستخرج من جدول توزيع كاي مربع بدرجة حرية **n−1**

مجال الثقة لنسبة تبايني مجتمعين ، $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$

$$\left[\frac{S_1^2}{S_2^2 F\vartheta_1.\vartheta_{2;}\ \frac{\alpha}{2}}\ ,\qquad \frac{S_1^2}{S_2^2 F\vartheta_1.\vartheta_{2;}1-\frac{\alpha}{2}}\right]$$

بحيث:

$$\vartheta_1 = n_1 - 1$$
$$\vartheta_2 = n_2 - 1$$

اختبار الفرضيات للمتوسطات:

نعتمد في اختبار الفرضيات على الخطوات التالية:

صياغة الفرضية الصفرية والفرضية البديلة وهذا حسب نوع الاختبار:

*الفرضية الصفرية

$$H_0: \mu = \mu_0$$

**الفرضية البديلة:تأخذ أحد الأشكال التالية:*

$H_1: \mu \neq \mu_0$ *(اختبار ذو طرفين)*

$H_1: \mu > \mu_0$ أو(اختبار ذو طرف واحد من اليمين)

$H_1: \mu < \mu_0$ *(اختبار ذو طرف واحد من اليسار)*

تحديد القيمة المحسوبة للاحصائية:

يتم تحديد القيمة المحسوبة اعتمادا على شكل التوزيع الذي اعتمدنا عليه

- تباين المجتمع معلوم ومنه التوزيع المعتمد عليه هو Z وعليه فان القيمة المحسوبة تحسب بالعلاقة التالية:

$$Z_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- **تباين المجتمع مجهول و** $n \geq 30$ ومنه التوزيع المعتمد عليه هو Z وعليه فان إحصاءة الاختبار هي:

$$Z_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

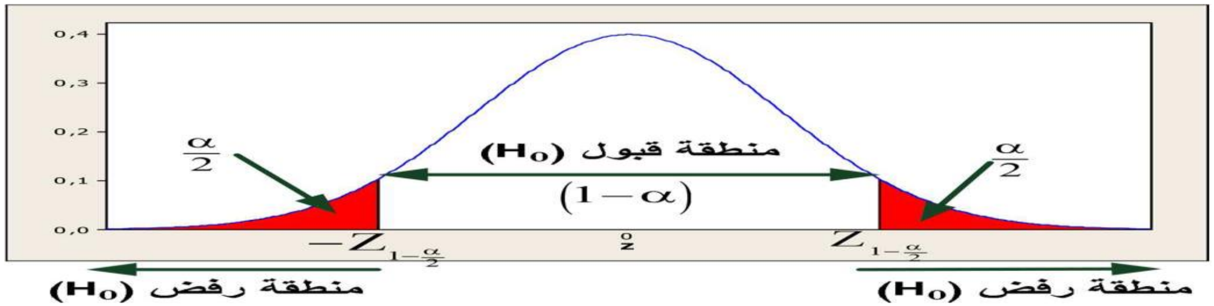
- تباين المجتمع مجهول حجم العينة $n < 30$ومنه التوزيع المعتمد عليه هو T وعليه فان القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار تحسب بالعلاقة التالية.

$$T_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

حساب القيمة الجدولية : وهذا اعتمادا على التوزيع الذي اعتمدنا عليه ومستوى المعنوية α وبالتالي في هذه الخطوة نحدد أيضا منطقة قبول الفرضية الصفرية ومنطقة الرفض اعتمادا على شكل الفرضية،**فإذا افترضنا أن التوزيع المعتمد عليه هو**Z ***فإن منطقة قبول ومنطقة رفض الفرضية الصفرية*** هي كما يلي:

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حدين:**

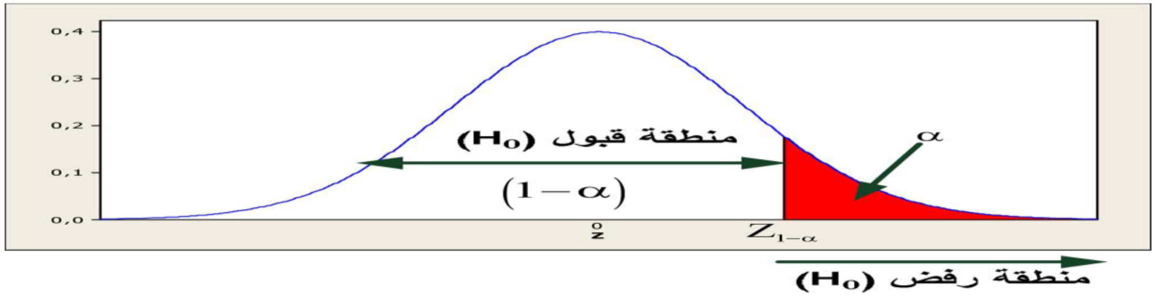
$$H_1: \mu \neq \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \Rightarrow H_0 \text{قبول الفرضية} \\ Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \Rightarrow H_0 \text{رفض الفرضية} \end{cases}$$

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حد واحد من اليمين:**

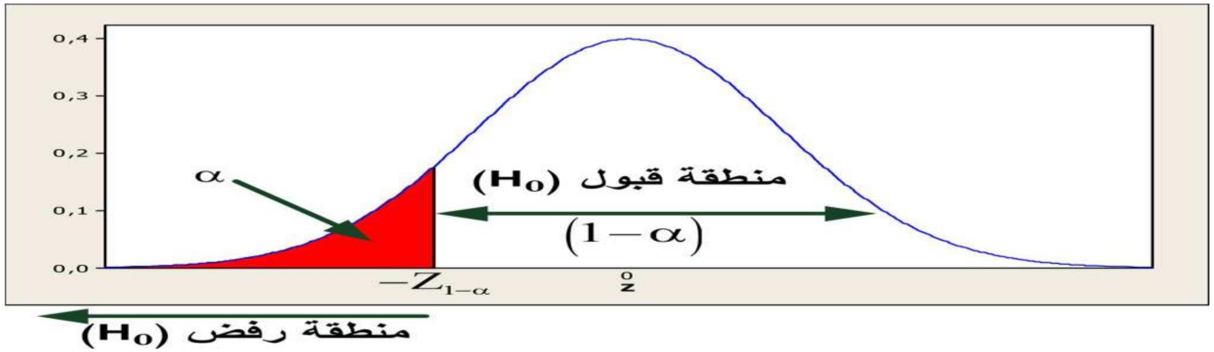
$$H_1: \mu > \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 \leq Z_{\ 1-\alpha} \quad \Longrightarrow \quad \text{قبول الفرضية } H_0 \\ Z_0 > Z_{\ 1-\alpha} \quad \Longrightarrow \quad \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$$

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حد واحد من اليسار:**

$$H_1: \mu < \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 < -Z_{1-\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ رفض} \\ Z_0 \leq -Z_{1-\alpha} \Rightarrow H_0 \text{ قبول} \end{cases}$$

اتخاد القرار:

يتم اتخاد القرار من خلال المقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة الجدولية

- ادا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة القبول نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرض البديل

ادا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة الرفض نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرض البديل .

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين

يمكن التمييز بين حالتين:

-اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين

-اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين غير مستقلتين

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين

يمكن التمييز بين حالتين:

- التوزيعات الطبيعية المستقلة المعلومة التباين
- التوزيعات الطبيعية المستقلة المجهولة التباين

<table dir="rtl">
<tr><th></th><th></th><th></th><th>إحصاءة الاختبار هي</th><th>القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار</th><th>ويتم صياغة الفرضيات ومنطقة القبول والرفض كمايلي</th></tr>
<tr><td>التوزيعات الطبيعية المستقلة المعلومة التباين</td><td>في حالة العينات الكبيرة او الصغيرة</td><td></td><td>$Z = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$</td><td>$Z_c = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$</td><td rowspan="2">
<table>
<tr><th>الفرضيات</th><th>منطقة قبول H_0</th><th>منطقة رفض H_0</th></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2\neq 0$</td><td>$Z_0 \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$</td><td>$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2>0$</td><td>$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$</td><td>$Z_0 > Z_{1-\alpha}$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2<0$</td><td>$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$</td><td>$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td rowspan="3">التوزيعات الطبيعية المستقلة المجهولة التباين</td><td>إذا كان حجم العينة $n \geq 30$</td><td></td><td>$Z = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$</td><td>$Z_0 = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$n_1, n_2 < 30$ أو أحدهما أقل من 30</td><td>σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وغير متساويين $(\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$</td><td>$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$</td><td>$T_0 = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$</td><td rowspan="2">
<table>
<tr><th>الفرضيات</th><th>منطقة قبول H_0</th><th>منطقة رفض H_0</th></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2\neq 0$</td><td>$T_0 \in \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$</td><td>$T_0 \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2>0$</td><td>$T_0 \leq T_{1-\alpha,\vartheta}$</td><td>$T_0 > T_{1-\alpha,\vartheta}$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_1-\mu_2=0$
$H_1: \mu_1-\mu_2<0$</td><td>$T_0 \geq -T_{1-\alpha,\vartheta}$</td><td>$T_0 < -T_{1-\alpha,\vartheta}$</td></tr>
<tr><td>درجة الحرية ϑ</td><td colspan="2">$\vartheta = n_1+n_2-2$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين و متساويين $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2)$</td><td>$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$
يستبدل σ^2 بـ S_P^2 حيث:
$S_P^2 = \frac{S_1^2(n_1-1)+S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}$</td><td>$T_0 = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$</td></tr>
</table>

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين غير مستقلتين

<table>
<tr><td></td><td>إحصاءة الاختبار هي</td><td>القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار</td><td>ويتم صياغة الفرضيات ومنطقة القبول والرفض كمايلي</td></tr>
<tr><td>$n \geq 30$</td><td>$Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$</td><td>$Z_0 = \frac{\bar{D}}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$</td><td>
<table>
<tr><td>الفرضيات</td><td>منطقة قبول H_0</td><td>منطقة رفض H_0</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d \neq 0$</td><td>$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$</td><td>$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d > 0$</td><td>$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$</td><td>$Z_0 > Z_{1-\alpha}$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d < 0$</td><td>$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$</td><td>$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>$n < 30$</td><td>$T = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$</td><td>$T_0 = \frac{\bar{D}}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$</td><td>
<table>
<tr><td>الفرضيات</td><td>منطقة قبول H_0</td><td>منطقة رفض H_0</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d \neq 0$</td><td>$T_0 \epsilon \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$</td><td>$T_0 \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d > 0$</td><td>$T_0 \leq T_{1-\alpha,\vartheta}$</td><td>$T_0 > T_{1-\alpha,\vartheta}$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu_d = 0$
$H_1: \mu_d < 0$</td><td>$T_0 \geq -T_{1-\alpha,\vartheta}$</td><td>$T_0 < -T_{1-\alpha,\vartheta}$</td></tr>
<tr><td>درجة الحرية ϑ</td><td colspan="2">$\vartheta = n - 1$</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

اختبار الفرضيات حول النسبة في المجتمع

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	

$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$	$Z_0=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}$	الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
		$H_0: p=p_0$ $H_1: p\neq p_0$	$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$	$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$
		$H_0: p=p_0$ $H_1: p>p_0$	$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha}$
		$H_0: p=p_0$ $H_1: p<p_0$	$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$	$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

اختبار الفرضيات حول الفرق بين نسبتي مجتمعين

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
$Z=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2-(p_1-p_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$Z_0=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)((1-p)p)}}$ ويمكن أن نستبدل p بتقديرها غير المتحيز $\hat{p}$ بحيث: $\hat{p}=\frac{x+y}{n_1+n_2}$ وتصبح قيمة الإحصاءة: $Z_0=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)((1-\hat{p})\hat{p})}}$	$H_0: p_1=p_2$ $H_1: p_1\neq p_2$	$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$	$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$
		$H_0: p_1=p_2$ $H_1: p_1>p_2$	$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha}$
		$H_0: p_1=p_2$ $H_1: p_1<p_2$	$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$	$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

اختبار الفرضيات حول تباين مجتمع:

<table>
<tr><td>إحصاءة الاختبار هي</td><td>القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="4">$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \lambda^2_{n-1}$</td><td rowspan="4">$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$</td><td>الفرضيات</td><td>منطقة قبول H_0</td><td>منطقة رفض H_0</td></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$</td><td>$\lambda_0^2 \epsilon \left[\lambda^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}, \lambda^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\right]$</td><td>$\lambda_0^2 \notin \left[\lambda^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}, \lambda^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\right]$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$</td><td>$\lambda^2 \leq \lambda^2_{\alpha,n-1}$</td><td>$\lambda^2 > \lambda^2_{\alpha,n-1}$</td></tr>
<tr><td>$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$</td><td>$\lambda^2 \leq \lambda^2_{1-\alpha,n-1}$</td><td>$\lambda^2 > \lambda^2_{1-\alpha,n-1}$</td></tr>
</table>

اختبار الفرضيات حول تساوي تبايني مجتمعين

<table>
<tr><td>إحصاءة الاختبار هي</td><td>القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار</td><td>الفرضيات تكون حسب الحالات التالية:</td><td>وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:</td></tr>
<tr><td>$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{n_1-1,n_2-1}$</td><td>$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$</td><td>$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
أو $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
أو $H_1:: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$</td><td>$\begin{cases} F_0 \epsilon \left[F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}, F_{1-\frac{\alpha}{2},,n_1-1,n_2-1}\right] \Longrightarrow & \text{قبول الفرضية } H_0 \\ F_0 \notin \left[F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}, F_{1-\frac{\alpha}{2},,n_1-1,n_2-1}\right] \Longrightarrow & \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$</td></tr>
</table>