1.1 اختبار الفرضيات حول تباين مجتمع

إذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية للمتغير العشوائي X يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ وتباينه σ^2 معلوم.

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \lambda^2_{n-1}$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

وحسب مستوى المعنوية α نجري الاختبار حسب الحالات التالية:

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$
$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

أو $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$

أو $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$

مثال:

معمل لإنتاج الأنابيب البلاستيكية يسوق إنتاجه من الأنابيب عندما يكون الانحراف المعياري في سمك جدار الأنبوب بحدود القيمة 0.003 سم. قام مفتش وزارة الصناعة بسحب عينة عشوائية من إنتاج يوم ما عبارة عن 20 أنبوب فلوحظ أن الانحراف المعياري في سمك جدار الأنبوب كان 0.004 سم.

- هل سيسمح المفتش للمصنع بتسويق الأنابيب لذلك اليوم عند مستوى المعنوية 5%؟

الحل:

ليكن المتغير العشوائي i يمثل سمك جدار الأنبوب.

نريد اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: \sigma^2 = 0.003^2$$
$$H_1: \sigma^2 \neq 0.003^2$$

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = 33.78$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرفين فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow \lambda^2{}_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \lambda^2{}_{0.975,19} = 32.9$$

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow \lambda^2{}_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \lambda^2{}_{0.025,19} = 8.91$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفض H_0 ، وبالتالي المنتوج مخالف للمواصفات والمفتش لن يسمح للمصنع بتسويق الأنابيب لذلك اليوم عند مستوى المعنوية 5٪ .

2.1 اختبار الفرضيات حول تساوي تبايني مجتمعين

إذا كانت $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$ عينة عشوائية للمتغير العشوائي X يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 معلوم، وإذا كانت $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$ عينة عشوائية مستقلة عن العينة الأولى للمتغير العشوائي Y يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 معلوم.

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \backsim F_{n_1-1,n_2-1}$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الاحصاءة هي:

$$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

وحسب مستوى المعنوية α نجري الاختبار حسب الحالات التالية:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ أو

$H_1:: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ أو

مثال:

لمقارنة نوعين من الدواء لعلاج مرض معين من حيث الفترة الزمنية التي يستغرقها الدواء لتسكين الألم أعطي الدواء الأول لعينة تتكون من 16 شخصا والدواء الثاني لعينة تتكون من 13 شخصا، فكان تباين العينة الأولى 64 بينما تباين العينة الثانية 49.

من هذه المعلومات هل يمكن القول بوجود فرق معنوي بين تبايني المجتمعين عند مستوى المعنوية 0.05؟

الحل:

ليكن المتغير العشوائي X_i يمثل الفترة الزمنية التي يستغرقها الدواء الأول لتسكين الألم.

ليكن المتغير العشوائي Y_i يمثل الفترة الزمنية التي يستغرقها الدواء الثاني لتسكين الألم.

نريد الاختبار الفرضيات التالية:

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \backsim F_{n_1-1, n_2-1}$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1.3$$

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow f_{1-\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)} = f_{0.975,(15,12)} = 3.18$$

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow f_{\frac{\alpha}{2},(n_1-1,n_2-1)} = f_{0.025,(15,12)} = 0.337$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة F_0 تقع في منطقة قبول H_0 ومنه نقبل H_0 ، وبالتالي لا يوجد فرق معنوي بين تبايني المجتمعين عند مستوى المعنوية 5٪ .