المحاضرة الثانية:خصائص المقدرات النقطية

خصائص المقدرات النقطية:

حتى يكون المقدر جيد للمعلمة يجب أن تتوفر فيه مجموعة من الخواص و هي كما يلي:

-عدم التحيز

- الكفاءة

-الكفاية

-الاتساق

1- خاصية عدم التحيز:

لتكن X_1 , X_2 ..., X_n. عينة عشوائية ذات كثافة احتمالية $f(x,\theta)$ ،حيث أن المعلمة θ مجهولة ولتكن $\hat{\theta}$ مقدر للمعلمة θ ،يكون المقدر $\hat{\theta}$ غير متحيز للمعلمة θ إذا وفقط تحقق الشرط:

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

ملاحظة:

- الفرق بين التوقع الرياضي للمقدر والمعلمة يسمى مقدار التحيز $bais$

$$bais\ (\theta) = E(\hat{\theta}) - \theta$$

- اذا كان المقدر $\hat{\theta}$ غير متحيز unbaised للمعلمة θ فإن $bais\ (\theta) = 0$
- الفرق بين قيمة المعلمة وقيمة المقدر يسمى خطأ التقدير

خطأ التقدير $= \hat{\theta} - \theta$

2- خاصية الكفاءة:

لتكن لدينا $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ مقدرين غير متحيزين للمعلمة θ،المقدر الكفؤ هو المقدر ذو أصغر تباين، وبالتالي حتى نقول عن المقدر الأول أنه مقدر كفؤ إذا تحقق الشرطين التاليين:

$$E(\hat{\theta}_1) = E(\hat{\theta}_2) = \theta$$

$$Var(\hat{\theta}_1) < Var(\hat{\theta}_2)$$

والعكس صحيح

3- الاحصاءة الكافية :

اذا كان لدينا X_1 , X_2 ..., X_n. عينة عشوائية من توزيع معين ذات كثافة احتمالية $f(X,\theta)$ ولدينا $Y = U(X_1, X_2, \dots X_n)$ هي احصاءة من دالة كثافة $g(Y,\theta)$

حتى *تكون الاحصاءة* Y إحصاءة كافية للمعلمة θ،إذا أمكن تحليل الدالة المشتركة $\prod_{i=1}^{n} f(X,\theta)$ إلى جداء دالتين (دالة الاحصاءة $g(Y,\theta)$ودالة لاتعتمد على المعلمة$H(X_1, X_2, \dots X_n)$ ، أي :

$$\prod_{i=1}^{n} f(X,\theta) = g(Y,\theta).H(X_1, X_2, \dots X_n)$$

4- خاصية الاتساق:

يكون المقدر $\hat{\theta}$ مقدر متسقا لـ θ ،إذا تحقق الشرطين التاليين:

- $\hat{\theta}$ مقدر غير متحيز لـ θ: ($E(\hat{\theta}) = \theta$)
- $\lim_{n\to\infty} Var\ (\hat{\theta}) = 0$

المحاضرة الثانية:خصائص المقدرات النقطية

ملاحظة:

$$\sum \mathrm{K} = n\,K$$

$$E(K) = K$$

$$E(Kx) = KE(x)$$

$$E(Kx \mp cy) = KE(x) \mp cE(y)$$

$$Var(k) = 0$$

$$Var(kx) = k^2 Var(x)$$

$$E(X_i - \mu)^2 = Var(X) = \sigma^2$$

$$Var(X) = E(X)^2 - [E(X)]^2$$

بحيث: k *and* c *are constants*