المحور06: عدم ثبات التباين Heteroskedasticity (أو عدم تجانس التباين، إختلاف التباين)

المحاضرة 07:

أولا: تعريف مشكلة عدم ثبات التباين

- رأينا في المحاور السابقة أن أحدى الفرضيات الأساسية التي تقوم عليها OLS في تقدير النماذج الخطية هي ثبات تباين المتغير العشوائي (تجانس التباين HOMOSKEDASTICITY) لجميع المشاهدات، أي:

$$V(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \delta_\varepsilon^2 \qquad \forall t$$

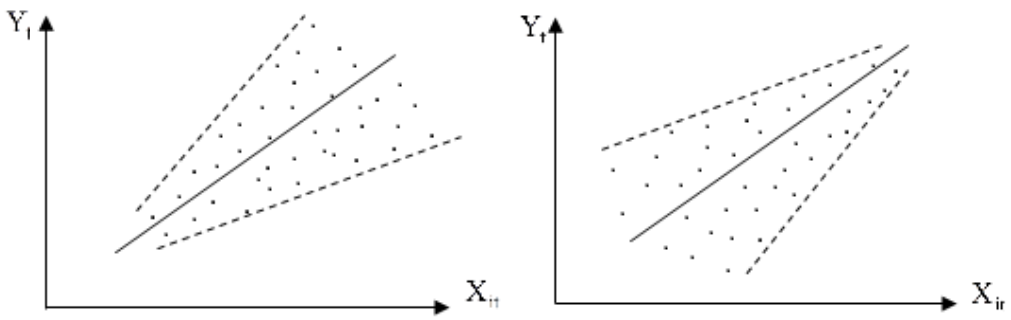
و باستخدام المصفوفات:

$$E(\varepsilon\varepsilon') = \delta_\varepsilon^2 I_n = \begin{pmatrix} \delta_\varepsilon^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_\varepsilon^2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & \delta_\varepsilon^2 \end{pmatrix}$$

في الواقع العملي فإن تحقق هذه الفرضية مستبعد في عديد الدراسات، حيث يكون التباين غير ثابت، بل يختلف لكل مشاهدة من مشاهدات العينة، فتصبح لدينا قيم مختلفة وغير ثابتة لتباينات المتغير العشوائي، وبالتالي فإن قطر مصفوفة التباين والتباين المشترك للمتغير العشوائي يحتوي على قيم مختلفة وغير ثابتة: $E(\varepsilon\varepsilon') = \delta_i^2 I_n$.

أولا: طبيعة مشكلة عدم تجانس التباين

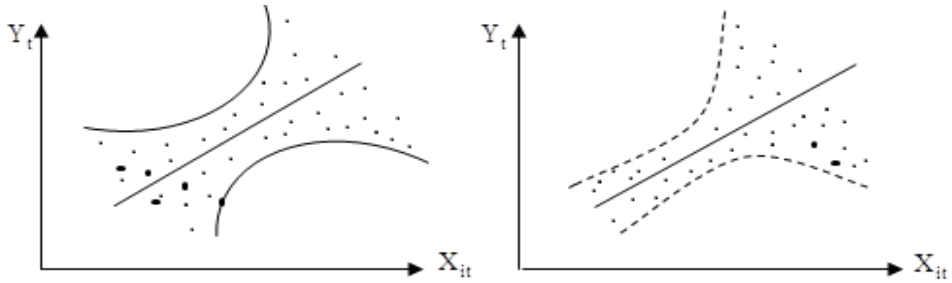
تتمثل مشكلة عدم ثبات التباين (عدم تجانس التباين) في تغير تباين المتغير العشوائي مع تغير قيم المتغير المستقل (المفسر)، وفي هذه الحالة يأخذ شكل الانتشار أحد الأوضاع التالية:



1. تناقص تباين المتغير العشوائي 2. تزايد تباين المتغير العشوائي

نلاحظ من الشكل (1) أن تغير المتغير المستقل X_{it} يؤدي إلى تغير المتغير التابع Y_t ، الأمر الذي يؤدي إلى تغير تباين المتغير العشوائي، حيث يتناقص تباين المتغير العشوائي مع تزايد قيمة المتغير المستقل بصورة منتظمة، ومنه يمكننا القول أن هناك علاقة خطية عكسية بين المتغير المستقل وتباين المتغير العشوائي. أما الشكل (2) فيبين أن تباين المتغير العشوائي يزداد مع زيادة قيمة المتغير المستقل بصورة منتظمة أيضا، لذلك فإن العلاقة بين المتغير المستقل وتباين المتغير العشوائي تكون خطية طردية.

وقد تكون العلاقة بين المتغير المستقل وتباين المتغير العشوائي غير خطية، مثلما هو موضح في الشكلين التاليين:



3. تزايد تباين م غ غير الخطي 4. تناقص ثم تزايد تباين م ع غير الخطي

ثانيا: أسباب مشكلة عدم ثبات التباين

- غالبا ما تحدث هذه المشكلة في النماذج التي تعتمد على البيانات المقطعية CROSS-SECTION عكس بيانات السلاسل الزمنية. فاستخدام البيانات المقطعية بدلا من بيانات السلاسل الزمنية قد يسبب بشكل كبير مشكلة عدم ثبات التباين.
-
- تظهر مشكلة عدم ثبات التباين أيضا في البيانات التي تعرف تباينا كبيرا في قيمها، مما يؤدي إلى تفاوت تباين المتغير العشوائي ε_t، بحيث تارة يكون كبيرا وتارة أخرى يصبح صغيرا. فمثلا: مع زيادة مداخيل الأفراد يزداد تباين إنفاقهم. حيث الأفراد ذوي الدخل المنخفض يكون تباين إنفاقهم منخفضا وهذا راجع لإنفاقهم على الضروريات، في حين تجد تباين الإنفاق يكون كبيرا عند أصحاب المداخيل المرتفعة نظرا لتنوع أوجه الانفاق بين السلع الضرورية والكمالية. وبذلك عند بناء نموذج إنحدار الانفاق على الدخل يزداد تباين حد الخطأ بزيادة الدخل.
- قد نواجه مشكلة عدم ثبات التباين عندما يكون هناك خطأ في قياس المتغير التابع، ويختلف حجم هذا الخطأ باختلاف قيم المتغير المستقل. فمثلا: يتوقع الحصول على معلومات دقيقة حول التعداد السكاني للسكان في المدن أفضل منه للسكان في الأرياف نظرا لاختلاف الظروف الاقتصادية والاجتماعية والثقافية.

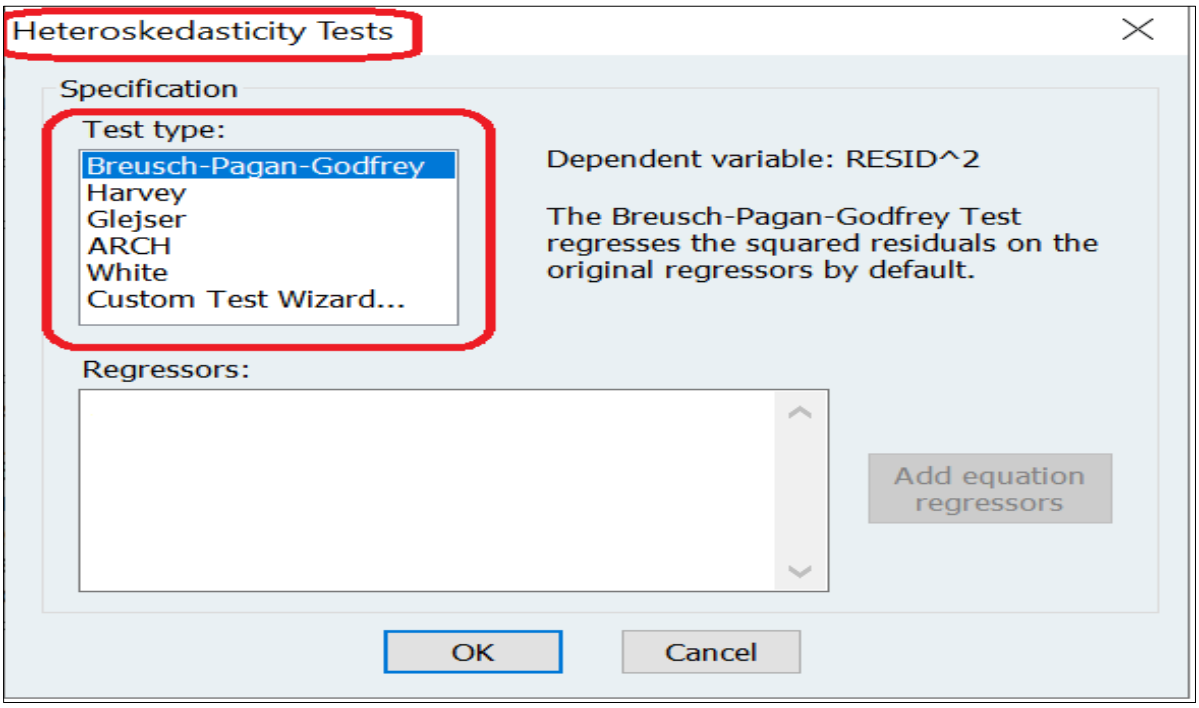
- وجود أخطاء في توصيف نموذج الانحدار، فمثلا يكون الشكل الرياضي للنموذج غير مناسب للظاهرة المدروسة أو إهمال بعض المتغيرات المفسرة.

ثالثا: آثار مشكلة عدم ثبات التباين:

- عدم ثبات التباين يجعل مقدرات OLS غير فعالة، لأنه ينتهك خاصية تقليل التباين للمعلمات المقدرة.
- وجود ظاهرة عدم ثبات التباين يجعل المعلمات المقدرة غير كفؤة ومتحيزة، وبالتالي الاختبارات الإحصائية والتشخيصية غير مقنعة ولا يمكن إعتمادها.
- في ظل وجود عدم ثبات التباين فإن الاختبارات المستخدمة في النموذج كإختبار t و F تصبح غير واقعية ولايمكن الاعتماد عليها.

رابعا: الاختبارات المستخدمة في برمجية EViews للكشف عن عدم ثبات التباين

يوفر برنامج EViews الاختبارات التالية كما هو موضح في الصورة :



لاختيار أحد هذه الاختبارات نستعمل التعليمة التالية:

$$Table\ Estimation \Rightarrow View \Rightarrow Residual\ Diagnostics \Rightarrow heteroskedasticity\ Test \Rightarrow Test\ type \Rightarrow choose\ the\ appropriate\ test \Rightarrow ok$$

1- اختبار Breusch Pagan Godfrey:

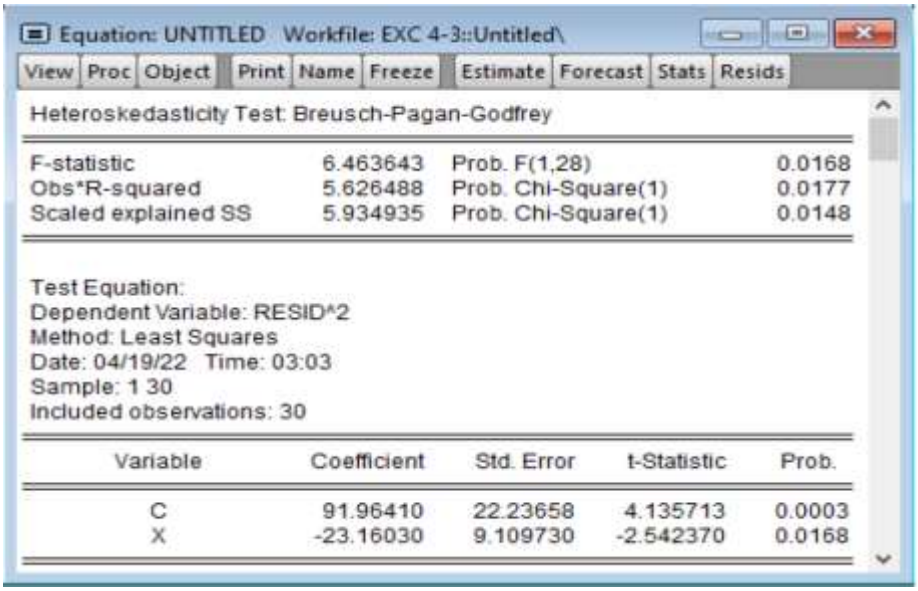
- تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (*Homoskedasticity*) التي نريد اختبارها هي:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$$

- يستخدم هذا الاختبار في حالة العينات كبيرة الحجم، كلما زاد حجم العينة زادت قوة هذا الاختبار.

- في حالة عدم توفر شروط التوزيع الطبيعي للبواقي، فإن هذا الاختبار يصبح حساس جدا ويفضل عدم استخدامه.

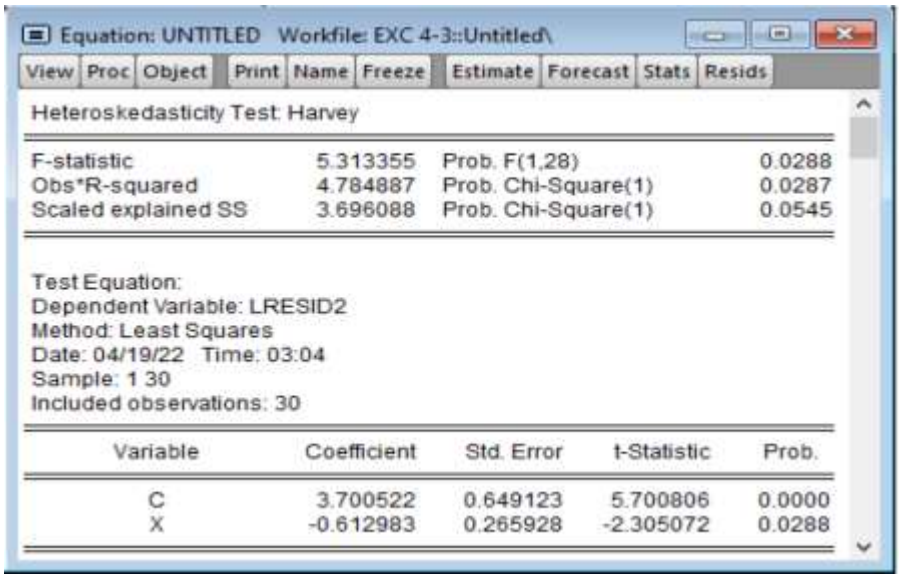
- يتم رفض الفرضية H_0 إذا كانت القيمة الاحتمالية المرافقة لـ $F - statistic$ أقل من 5% (بمعنى يوجد عدم ثبات التباين).



2- إختبار Harvey:

- تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (*Homoskedasticity*) التي نريد اختبارها هي:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$$


Equation: UNTITLED Workfile: EXC 4-3::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: Harvey

F-statistic	5.313355	Prob. F(1,28)	0.0288
Obs*R-squared	4.784887	Prob. Chi-Square(1)	0.0287
Scaled explained SS	3.696088	Prob. Chi-Square(1)	0.0545

Test Equation:
Dependent Variable: LRESID2
Method: Least Squares
Date: 04/19/22 Time: 03:04
Sample: 1 30
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.700522	0.649123	5.700806	0.0000
X	-0.612983	0.265928	-2.305072	0.0288

3- اختبار Glejser:

- يسمح هذا الاختبار بالكشف عن وجود عدم ثبات التباين، ويقترح عدة أشكال للمعادلة الوسيطية ليحدد من خلالها شكل عدم ثبات التباين:

نمط عدم ثبات التباين	الشكل المقترح
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j{}^2$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j + v_j$
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j{}^{1/2} + v_j$
$\hat{\sigma}_u{}^2 = k^2 X_j{}^{-2}$	$\lvert e_j \rvert = \beta_0 + \beta_1 X_j{}^{-1} + v_j$

- إذا كانت قيمة $\boldsymbol{\beta_1}$ معنوية في النماذج السابقة، فهذا يعني فرضية عدم ثبات التباين محققة، ونختار النموذج الذي لديه أكبر قيمة لاحصائية ستودنت المقابلة لـ $\boldsymbol{\beta_1}$.

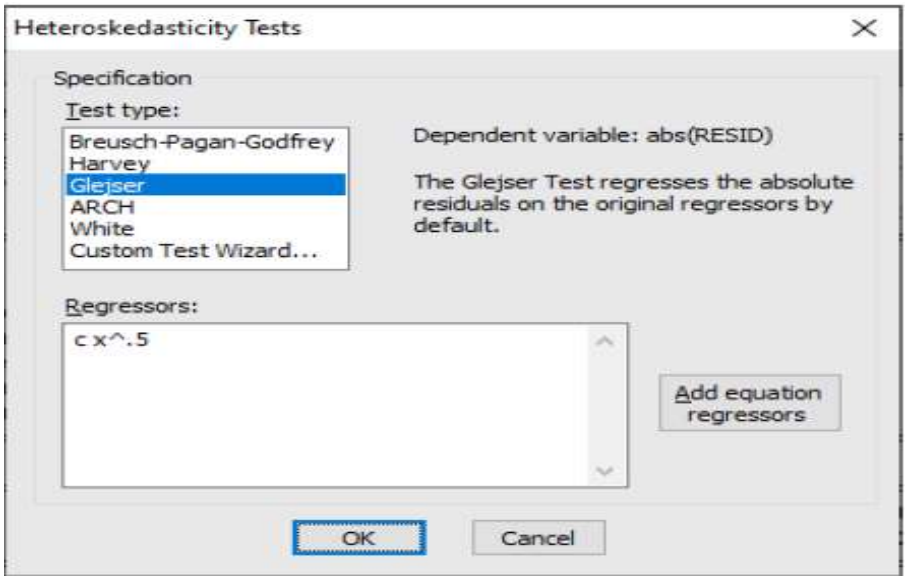
Heteroskedasticity Test: Glejser

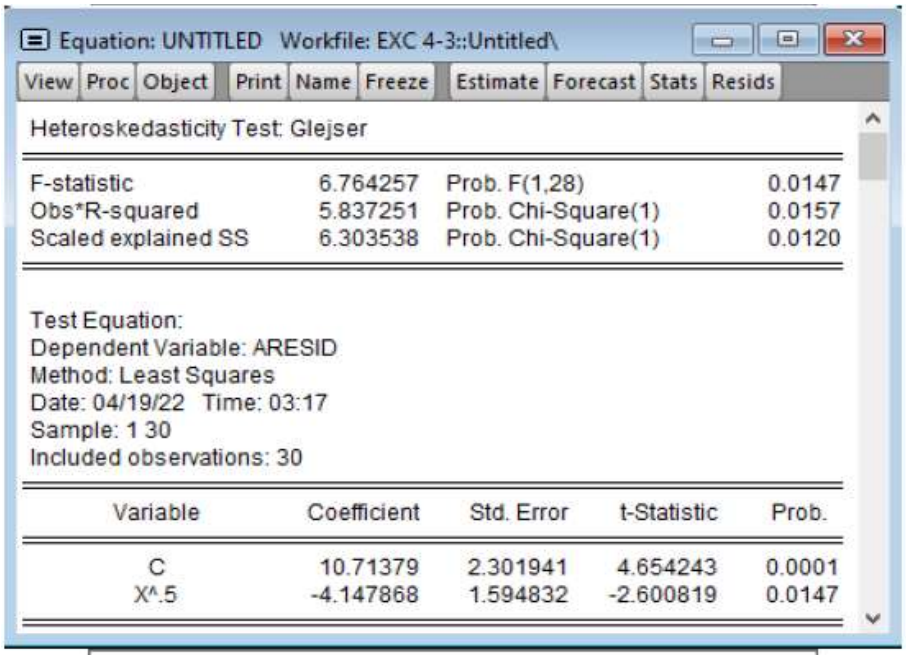
F-statistic	6.548031	Prob. F(1,28)	0.0162
Obs*R-squared	5.686024	Prob. Chi-Square(1)	0.0171
Scaled explained SS	6.140230	Prob. Chi-Square(1)	0.0132

Test Equation:
Dependent Variable: ARESID
Method: Least Squares
Date: 04/19/22 Time: 03:06
Sample: 1 30
Included observations: 30

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.090138	1.399626	5.780215	0.0000
X	-1.467253	0.573389	-2.558912	0.0162

- لتحديد الشكل الذي نريد الحصول عليه من بين الأشكال المقترحة نحدد المتغير المستقل في المعادلة الوسيطية ضمن القسم Regressors كما هو موضح في الشكل التالي:



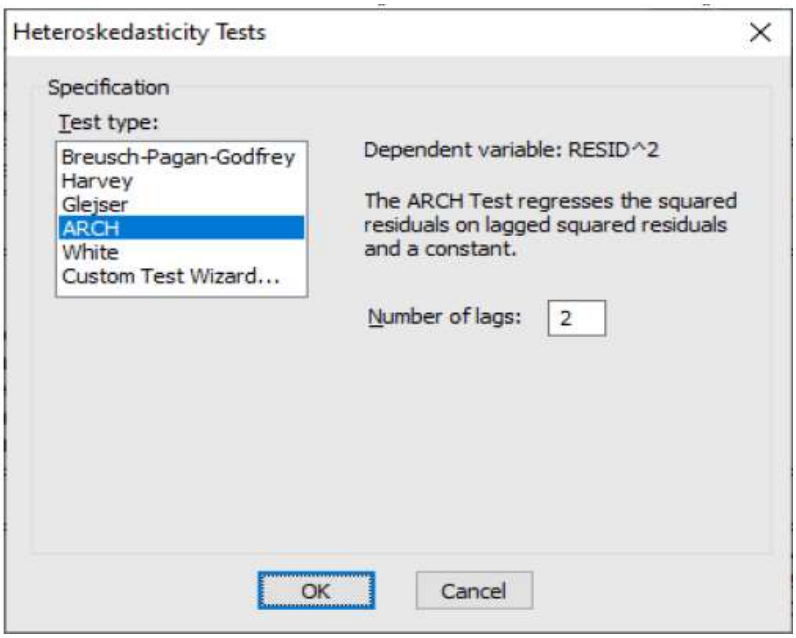


4- إختبار ARCH:

- تكون فرضية ثبات تباين الأخطاء (*Homoskedasticity*) التي نريد اختبارها هي:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0$$

- يتم تحديد التأخيرات للبواقي من خلال إدخال القيمة في الخانة Number of lags:



Equation: UNTITLED Workfile: EXC 4-3::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	3.630599	Prob. F(2,25)	0.0413
Obs*R-squared	6.302108	Prob. Chi-Square(2)	0.0428

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 04/19/22 Time: 03:37
Sample (adjusted): 3 30
Included observations: 28 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	47.55217	15.67052	3.034498	0.0056
RESID^2(-1)	0.466404	0.225702	2.066464	0.0493
RESID^2(-2)	-0.515663	0.225004	-2.291798	0.0306

5- اختبار White: